

KOCKÁZATALAPÚ VÁLTOZÓ PARAMÉTERŰ SZABÁLYOZÓ KÁRTYA KIDOLGOZÁSA A STATISZTIKAI FOLYAMATSZABÁLYOZÁSBAN

*DESIGN OF A RISK-BASED CONTROL CHART WITH VARIABLE
PARAMETERS IN STATISTICAL PROCESS CONTROL*

DR. KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR egyetemi docens
Pannon Egyetem, Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszék
KATONA ATTILA IMRE Junior minőségügyi mérnök
Le Bélier Formaöntöde Zrt.

ABSTRACT

The statistical process control (SPC) is a widely used method of quality control. The most important tools of SPC are the control charts, with them we can determine, that the process shifts are results of systematic effects, or stem from random effects. In the course of the application of this control charts, the accuracy of the measure is a very important factor, because the measurement uncertainty can rise the number of the type I and type II errors, that means financial risk for the manufacturer company. In this paper we present a designing method for a control chart with variable sample size with the consideration of the measurement uncertainty. We will prove the applicability of the method by the help of an example from the automotive industry.

1. Bevezetés

Egy termelési folyamat esetében a várható érték eltolódásának detektálásakor kulcsfontosságú tényező lehet a detektálás és a beavatkozás között eltelt idő.

Reynolds és társai terveztek először ellenőrző kártyát változó mintavételi időközökkel. A későbbi kutatásokban már nem csak a mintavételi időköz, hanem a minta elemszám és a beavatkozási határok is változó paraméterként jelennek meg (Pharbu et al. 1993, Costa et al. 1994). A változó minta elemszám és beavatkozási határok segítségével a vizsgált időhorizont során szigorúbban, illetve kevésbé szigorúbban felügyelt időszakokat különíthetünk el. Abban az esetben, ha a mért pontok a középvonal közelében helyezkednek el, akkor alacsonyabb, míg határ közeli értékek esetén magasabb minta elemszámmal dolgozhatunk. Ezzel egyrészt költség takarítható meg, másrészt pedig kritikus esetben (a magasabb minta elemszám miatt) pontosabb információt kaphatunk a vizsgált folyamatról.

2. Szakirodalmi áttekintés

Munkánk során irodalomkutatást végeztünk, melynek során azt vizsgáltuk, hogy az eddigi hazai és idegen nyelvű szakirodalomban az ellenőrző kártyák mely területével foglalkoztak. Ennek eredményét pedig az 1. táblázatban foglaltuk össze.

1. táblázat: A szabályozó kártyák eddigi alkalmazási területei⁹

		Ellenőrző kártyák			
		Megbízhatóság alapú		Kockázatalapú	
		Állandó paraméter	Változó paraméter	Állandó paraméter	Változó paraméter
Egydimenzió	Normál-eloszlás	p, np, X-bar, s, R, CUSUM, EWMA, u, c, MA, Zx, Zs2	CUSUM, X-bar, EWMA, T2, MA, p, np, s	X-bar	-
	Normálistól eltérő eloszlástípus	X-bar, CUSUM, R, EWMA, MA	X-bar, CUSUM, EWMA, MA	EWMA, MA	-
Többdimenzió	Normál-eloszlás	T2, MCUSUM, MEWMA, T2PCA, χ^2 , ELR, MRMAX	T2, CUSUM, MCUSUMPCA, EWMA	T2-	-
	Normálistól eltérő eloszlástípus	MCUSUM, MEWMA, T2, T2PCA	MCUSUM, MEWMA, T2PCA	T2-	-

A táblázat összeállításakor, azt vizsgáltuk, hogy az egyes ellenőrző kártyák tervezésekor mely területekkel foglalkoztak mélyrehatóbban. A szempontok az eloszlás fajtája (normális, vagy attól eltérő eloszlás), a megfigyelt a változók száma (egy változó, több változó) és a minta elemszám, illetve a mintavételi időköz jellemzője (állandó, illetve változó). A napjainkban alkalmazott ellenőrző kártyák szinte mind megbízhatóság alapúak. A táblázat alapján is látható, hogy egyes területek még hiányosak. Célszerű lehet olyan kártya fejlesztése, amely képes kezelni a többváltozós eseteket, emellett alkalmazható normálistól eltérő eloszlás és változó minta elemszám, illetve mintavételi időköz esetén. Láthatjuk azonban, hogy a változó paraméterű szabályozó kártyák területén még nem történt meg a kockázatalapú irányba való továbblépés.

9 Alexander S, (1995), Chen Y. S., (2002), Chen Y. S., Yang Y. M., (2002), Chen, Y. K., (2006), Chou C.-Y., (2006), Epprecht E. K., (2010), Haridy Abdellatif M: A., (1996), He David, (2005), Kao S.-C., (2007), Luo Z., (2009), Maravelakis P. E., (2005), Serel D. A., (2008), Wang, H., (2007), Yu F.-J., (2004), Zhou W., Lian Z., (2011). Hegedűs Cs., Dr. Kosztyán Zs., (2008), BinShams, M. A. et al. (2011), Pöllänen, K et al. (2006); Tuerhong, G., Kim, S., B., (2014), Zhang J. et al. (2010), Chen, Y. K. (2007), Hotelling H., (1947)

3. Javasolt módszer bemutatása

A kockázatalapon működő változó paraméterű kártya illesztését a következő lépések segítségével végeztük el: 1. Adatgyűjtés; 2. Megbízhatóság alapú változó paraméterű kártya tervezése; 3. Az egyes döntéstípusokhoz társítható fedezeti értékek meghatározása; 4. Beavatkozási határok módosítása a mérési bizonytalanság figyelembe vételével (szimuláció segítségével).

3.1. Adatgyűjtés

Ahhoz, hogy megtervezhessük először a megbízhatóság alapú változó paraméterű szabályozó kártyát, majd pedig a mérési bizonytalanság figyelembevételével kockázatalapú szabályozó kártyává alakítsuk, bizonyos adatokra van szükségünk. A kártya tervezéséhez szükségünk van előzetes adatfelvételre, amely során a mért értékek felhasználásával elegendő információ áll rendelkezésünkre a kártya tervezéséhez. A mérési adatokon kívül a mérőműszer mérési bizonytalanságát is szükséges megállapítanunk. Ha ezek az adatok rendelkezésre állnak, a következő lépésre haladhatunk.

3.2. Megbízhatóság alapú változó paraméterű kártya tervezése

Az előző lépés elvégzése után már elegendő információ áll rendelkezésünkre ahhoz, hogy megtervezhessük a megbízhatóság alapú változó paraméterű szabályozó kártyát. Elsőként ki kell választanunk a folyamatra legjobban illeszkedő szabályozó kártyát, illetve kártya-családot. A döntéskor fontos szempontok lehetnek például a következők:

- Mekkora eltéréseket szükséges detektálnunk?
- Szükséges-e több mérésből származó értéksorozat összehasonlítása egy kártyán?
- Mekkora elemszámú mintavételre van lehetőség?
- Szükséges-e a trendek kimutatása a folyamat elemzése során?

A megfelelő szabályozó kártya (kártyák) kiválasztása után lényeges kérdés, hogy a kártya mely paramétereit kívánjuk változtatni a mért értékek alakulásának függvényében. Ilyenek lehetnek például a minta elemszám, a mintavételi időköz, a beavatkozási határok, vagy akár ezek együttes változtatása. Ha a mért adatok rendelkezésünkre állnak és eldöntöttük a fentiekben szereplő kérdéseket, akkor megtervezzük a megbízhatóság alapú változó paraméterű szabályozó kártyát.

3.3. Az egyes döntéstípusokhoz társítható fedezeti értékek meghatározása

Egy termék vizsgálatakor a döntésünk helyességét (selejtnek minősül-e a termék vagy sem?) az határozza meg, hogy a tényleges és a mért megfeleléség valójában megegyezik-e. A döntés klasszikus modelljét mutatja be a 2. táblázat. (Kovács, Kosztyán, Csizmadia, Hegedűs, 2010)

2. táblázat: A megfeleléség értékelésének lehetséges esetei

		Tényleges	
		Megfelelő	Nem megfelelő
Mért	Megfelelő	Helyes elfogadás	Helytelen elfogadás
	Nem megfelelő	Helytelen visszautasítás	Helyes visszautasítás

Forrás: Hegedűs, Kosztyán, 2008

A fenti táblázat ismerteti a döntési mátrixot. A megfeleléség értelmezésekor helyesen döntünk abban az esetben, ha a termék ténylegesen is megfelel és a mérés alapján is megfelelőnek minősítjük. Döntésünk ellenkező esetben is helyes, ha a tényleges nem megfeleléség áll fenn és a mérések alapján sem nyilvánítjuk megfelelőnek a terméket. A fennmaradó másik két esetben első-, illetve másodfajú hibát követünk el. Elsőfajú hibát akkor, ha visszautasítjuk a megfelelő terméket, másodfajút pedig akkor, ha tovább engedjük azt, holott valójában nem megfelelő. Ebben a lépésben a fentiekben meghatározott négy esetre vonatkozóan kalkulálnunk kell a döntések költségvonzatát. Ez azért nagyon lényeges, mert a szimuláció során a mintavételekkor számított összes költséget minimalizáljuk. A szabályozó kártya beavatkozási határának értékét úgy fogjuk megválasztani, hogy amellet minimális legyen a döntésekre vonatkoztatott összegzett költség.

A mátrixot összeállítva, a döntésekhez társított költségértékeket kiszámítva már elegendő információ áll rendelkezésünkre ahhoz, hogy a mérési bizonytalanság figyelembevételével kockázatalapú szabályozó kártyát tervezzünk. Ezt a következő lépésben ismertetjük.

4. Beavatkozási határok módosítása a mérési bizonytalanság figyelembe vételével

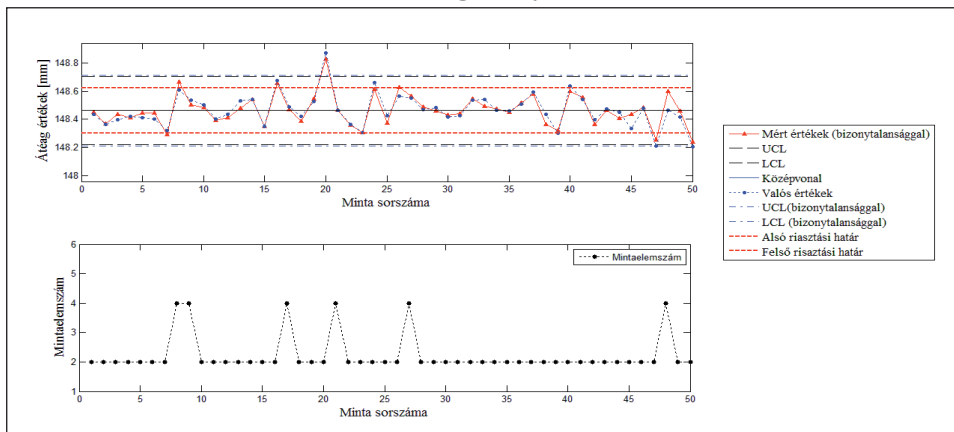
A gyakorlatban nem mindig valósul meg az egyes mérések állandósága egy adott termékre vonatkoztatva, hiszen a mérésre számos tényező gyakorol hatást. Ezért azt mondhatjuk, hogy az általunk mért érték a ténylegesen mért értéknek és a mérési hibának az összege. A mért értékeket egy k mérési intervallummal

helyettesítjük, melynek számításához felhasználjuk a mérési bizonytalanság eloszlását és hibás döntések költségigényét, következményét is. A beavatkozási határok módosítása szimulációs módszerekkel történik. A szimuláció a következő lépések elvégzésével történik. A k paraméter segítségével tudjuk a beavatkozási határ értékét változtatni. A paraméter értékének azt az értéket választjuk, amely mellett az összegzett költségérték minimális.

4. Gyakorlati alkalmazhatóság bemutatása

A gyakorlati alkalmazhatóság során az eddigiekben ismertetett módszert egy autóiipari termelési példára vonatkozóan alkalmaztuk. A vizsgált termék egy főfék-henger, melynek fűrészelési hosszát kívánjuk szabályozni átlag kártyával. A termék, illetve a szabályozni kívánt paraméter (3-as számú méret) az 1. ábrán látható. A fűrészelési hosszra előírt paraméter tűrése pedig $148,45 \pm 0,35$ [mm]. A megfelelőség vizsgálata optikai mérőgéppel történik, melynek mérési bizonytalansága $0,005$ [mm]. A folyamatszabályozás során átlag-kártyát alkalmazunk, és a minta elemszámot úgy állapították meg a vállalatnál, hogy abban az esetben vesznek négyelemű mintát, ha a mért értékek a riasztási határokon kívülre esnek. Ha a kártya ezt nem jelzi, akkor elegendőnek ítélik meg a 2-es minta elemszámot. A minta elemszám megállapításakor figyelembe kellett venni azt, hogy a termelés során mekkora az az elemszám amelynek mérését a termelési folyamat kapacitása lehetővé tesz. Az 1. ábra mutatja be a folyamatra tervezett változó paraméterű átlag-kártyát.

1. ábra: A folyamatra tervezett megbízhatóság alapú változó paraméterű átlag kártya



Forrás: saját szerkesztés

Az ábrán a felső részben került bemutatásra az átlag kártya, az alsó részben pedig a minta elemszám, amely annak függvényében változik, hogy a jelenlegi

időpillanatot megelőző mérés milyen értéket vesz fel. Ekkor még megbízhatóság alapú változó paraméterű átlag kártyáról beszélünk. A helyes elfogadás fedezeti értékét rögzítettük egynek. Ehhez képest ötszörös költség társul a helyes visszautasításhoz, tízszeres az elsőfajú hiba elkövetéséhez és húszszoros költség pedig a másodfajú hiba elkövetéséhez. Ezen relatív költségek felhasználásával és a megadott adatok segítségével 106 mintavételt szimulálva végeztük el a szimulációt, melynek során a változó paraméterű átlag kártya beavatkozási határait módosítottuk a mérések bizonytalanságának figyelembe vételével. A kapott eredményeket a 3. táblázat foglalja össze.

3. táblázat: A szimuláció során nyert eredmények

Szempontok	VSS X-bar	RB VSS X-bar
UCL	148,7	148,63
LCL	148,2	148,12
kUSL	0	-0,07
kLSL	0	-0,08
Fedezet	207000	217600
Százalékos növekedés		5,12%

Forrás: Saját szerkesztés¹⁰

Ahogy az a táblázatból is látszik a módszer segítségével növelni tudtuk a mintavétel során számított összegezett fedezeti értéket. A beavatkozási határok értékének változtatásával az összegzett fedezeti érték a módszer alkalmazásával ~5,1%-kal növekedett.

A $kUSL = -0,07$ és $kLSL = -0,08$ pontban érjük el az optimumot, ekkor maximális az összegzett fedezeti érték a beavatkozási határokra pedig 148,63 (UCL) illetve 148,12 (LCL)-es érték adódik. Így a javasolt módszer alkalmazásával immár kockázatalapon működő szabályozókártyát (RB VSS X-bar) illesztettünk a szabályozni kívánt folyamatra. E területen lényeges újdonságnak számít, hogy ezúttal változó paraméterű kockázatalapú szabályozó kártya került kidolgozásra.

5. Összefoglalás

A tanulmányban bemutattuk a változó paraméterű szabályozó kártyák alkalmazásának előnyeit. Irodalomkutatással szemléltettük, hogy a legtöbb alkalmazott szabályozó kártya megbízhatóság alapú. E területen továbblépésként bemutattuk változó paraméterű kockázatalapú kártya illesztésének és megtervezésének menetét. A módszer elméleti bemutatása során igazoltuk annak alkalmazhatóságát egy

¹⁰ VSS= Variable Sample Size

gyakorlati példán keresztül is. Az általunk tervezett kockázatalapú szabályozó kártya beavatkozási határát szimulációs módszerrel határoztuk meg. Ahogy azt a fentiekben is láthattuk, a módszer alkalmazásával sikerült megközelítőleg 5,1%-os fedezeti érték növekedést elérnünk. Amit pedig emellett nagyon fontos hangsúlyozni, hogy bár hatását számszerűleg nehéz kifejezni, a vevői kockázatok csökkentésével a presztízs-veszteség is csökkenthető.

A módszert így sikerrel tudtuk e területen alkalmazni, melynek kiterjesztése a továbbiakban érdemes lehet a többdimenziós változó paraméterű szabályozó kártyák irányába is, ahol egyidejűleg több termékjellemző is szabályozható.

Köszönetnyilvánítás

A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt keretei között valósult meg.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- Alexander, S. M., Dillman, M. A., Usher, J. S., Damodaran B., (1995): Economic design of control charts using the Taguchi loss function, *Computers and Industrial Engineering*, 28 (3), pp. 671-679, ISSN: 0360-8352
- BinShams, M. A., Budman, H., M., Duever, T., A., (2011): Fault detection, identification and diagnosis using CUSUM based PCA. *Chemical Engineering Science*, 66 (20), pp. 4488–4498
- Chen Y. S., Yang Y. M., (2002): An extension of Banerjee and Rahim's model for economic design of moving average control chart for a continuous flow process, *European Journal of Operational Research*, 143 (3), pp. 600–610, DOI:10.1016/S0377-2217(01)00341-1
- Chen Y. S., Yang Y. M., (2002): Economic design of x-control charts with Weibull in-control times when there are multiple assignable causes, *International Journal of Production Economics*, 77 (1), pp. 17–23, DOI:10.1016/S0925-5273(01)00196-7
- Chen, Y. K. (2007): Adaptive sampling enhancement for Hotelling's T2 charts. *European Journal of Operational Research*, Issue: 178., pp. 841–857.
- Chen, Y. K., Hsieh, K. L., (2006): Hotelling's T2 charts with variable sample size and control limit, *European Journal of Operational Research*, 182 (3), pp. 1251-1262, DOI:10.1016/j.ejor.2006.09.046
- Chou C.-Y., Chen C.-H., Chen C.-H., (2006): Economic design of variable sampling intervals T2 control charts using genetic algorithms, *Expert Systems with Applications*, 30 (2), pp. 233–242, DOI:10.1016/j.eswa.2005.07.010
- Costa, A. F. B. (1994). X Chart with variable sample size. *Journal of Quality Technology* 26, pp. 155- 163.
- Epprecht E. K, Simões B. F. T. Simões, Mendes F. C. T., (2010): A variable sampling interval EWMA chart for attributes, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 49 (1-4), pp. 281-292, DOI: 10.1007/s00170-009-2390-3
- Haridy Abdellatif M: A., El-Shabrawy Adel Z. (1996): The economic design of cumulative sum charts used to maintain current control of non-normal process means, *Computers and Industrial Engineering*, 35 (3-4), pp. 783-790, DOI:10.1016/S0360-8352(96)00242-2

- He David, Grigoryan Arsen, (2005): Multivariate multiple sampling charts, *IIE Transactions*, 37 (6) pp. 509–521, DOI: 10.1080/07408170490507837
- Hegedűs Cs., Kosztyán Zs., (2008): Mérési bizonytalanság kezelése a mintavételes minőségszabályozásban. V. Jedlik Ányos Szakmai Napok, Veszprém, 2008. március 27-29.
- Hotelling, H., (1947), “Multivariate Quality Control Illustrated by Air Testing of Sample Bomb-sights”, pp.111-184
- Kao S.-C., Chuanching H., (2007): Robustness of R-Chart to Non Normality, *Communications in Statistics—Simulation and Computation*, 36 (5), ISSN: 0361-0918, pp. 1089–1098.
- Luo Z., Li Z., Wang Z., (2009): Adaptive CUSUM control chart with variable sampling intervals, *Computational Statistics and Data Analysis*, 53 (7), pp. 2693-2701, DOI: 10.1016/j.csda.2009.01.006
- Maravelakis P. E., Panaretos J., Psarakis S., (2005): An Examination of the Robustness to Non Normality of the EWMA Control Charts for the Dispersion, *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 34 (4), pp. 1069 – 1079, ISSN: 0361-0918, DOI: 10.1080/03610910500308719
- Prabhu, S. S.; Runger, G. C. and Keats, J. B. (1993). X Chart with adaptive sample sizes. *International Journal of Production Research* 31: 2895-2909.
- Serel Doğan A., Moskowitz H., (2008): Joint economic design of EWMA control charts for mean and variance, *European Journal of Operational Research*, Volume 184 (1), pp. 157–168, DOI: 10.1016/j.ejor.2006.09.084
- Tuerhong, G., Kim, S., B., (2014): Gower distance-based multivariate control charts for a mixture of continuous and categorical variables. *Expert Systems with Applications*, 41 (4), pp. 1701–1707
- Wang, H.,(2007): Comparison of p control charts for low defective rate, *Computational Statistics and Data Analysis*, 53 (12), pp. 4210-4220, DOI: 10.1016/j.csda.2009.05.024
- Yu F.-J., Wu H. H., (2004): An economic design for variable sampling interval MA control charts, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 24 (1-2), pp. 41–47, DOI: 10.1007/s00170-003-1625-y
- Zhang, J., Li, Z., Wang, Z., (2010): A multivariate control chart for simultaneously monitoring process mean and variability. *Computational Statistics and Data Analysis*, Issue: 54, pp. 2244-2252.