

Volatilitás, extrém elmozdulások és tőkepiaci fertőzések

SZTE Gazdaságtudományi Kar
Közgazdaságtani Doktori Iskola



**SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR**

Volatilitás, extrém elmozdulások és tőkepiaci fertőzések

Kiss Gábor Dávid

JATEPress
Szeged, 2017

Lektorálta: Gáll József

Sorozatszerkesztő: Udvari Beáta

Felelős kiadó: Voszka Éva

© Kiss Gábor Dávid, 2017

ISBN: 978-963-315-320-8

HU ISSN 2061-1315

Előszó

A Szegedi Tudományegyetem Gazdaságtudományi Karához való kötődésem 15 évvel ezelőttre tehető. Már egyetemi tanulmányaim során demonstrátorként bekapcsolódtam a Gazdaságpszichológia Szakcsoport illetve gyakornokként a Szeged Biztonságpolitikai Központ munkájába Málovics Éva illetve Tóth László felügyelete alatt. Negyedéves pénzügy szakirányú hallgató koromban a kutatási területemet előbb a jóléti állam és az extrémista szervezetek kapcsolatának vizsgálata jelentette, majd ötödéves koromban Vajda Beával közösen az akkor rendkívül népszerű, de tudományosan nem kutatott tőkegarantált befektetési alapok elemzése felé fordultam. OTDK dolgozataimat is ezekben a témákban írtam, amely dolgozatok kiérdemelték az első helyezést, illetve a tőkegarantált alapokkal a Budapesti Értéktőzsde Kochmeister-pályázatán harmadik helyezést értünk el. Első szakcikkünket is ebben a témában írtuk, ami később meg is jelent a Hitelintézeti Szemlében. A 2006 májusi rövid piaci korrekció tapasztalatai nyomán a tőkepiacok extrém időszakokban mutatott együttmozgása keltette fel a figyelmemet, így nappali tagozatos doktoranduszként a Pénzügyek és Nemzetközi Gazdasági Kapcsolatok Intézetében folytattam munkámat. Bár Kuba Péter kollégámmal közösen egy másik eredményes Kochmeister-pályázatot, majd Hitelintézeti Szemle cikket írtunk a korreláció számítás kalibrációs problémájáról, egyértelművé vált, hogy e téma vizsgálatához szükség van mélyebb ökonometria ismeretekre, illetve egy célszoftver használatára. Előbbit kezdetben témáról szóló szatyornyi szakcikk feldolgozásával, nemzetközi konferenciákon mások által alkalmazott eljárások megismerésével, majd Papp Gyula tanár úrtól kapott könyvek elsajátításával oldottam meg. A megfelelő program megtalálása már nehezebb volt: egyfelől szükség volt a specifikus modellek használatára, másfelől minimalizálni kellett az emberi beavatkozás (és hiba) lehetőségét a modellszelekció automatizálásával. A megoldást végül Dudás Laci barátom jelentette a Matlab bemutatásával, majd a Gábor Tamással és Kovács Péterrel közösen írt cikkben kellett kétlépéses regressziót számolni $4^8 = 65\,536$ alkalommal. Ezt követően fedeztem fel a Kevin Sheppard által fejlesztett idősoros függvénycsomagokat, ami lehetővé tette végül a disszertációm megírását.

Szakmai fejlődésemet szerencsés módon támogatta az oktatási tevékenységem: a Komplexitás a tőkepiacokon tárgy mindig a disszertációm témájára reflektált, miközben bekapcsolódhattam az akkor induló mesterképzésbe a Halmosi Péterrel közösen tartott Nemzetközi Pénzügyek tantárgyak esetében. Az érdeklődési köröm változásával összhangban a SZTE Gazdaságtudományi Karán újrainduló Pénzügy mesterszak oktatójaként a Pénzügyi Idősorelemzés illetve a

Befektetések II tantárgyak esetében használtam fel a disszertációm során megismert eljárásokat. Az angol nyelvű mesterképzés indulásával lehetőségem nyílt vállalati szimuláción keresztül Matlab oktatására is az International Financial Management kurzus keretén belül is.

A 2007 decemberétől kibontakozó globális tőkepiaci válság nyomán a tőkepiacok viselkedése még kiegyensúlyozatlanabbá vált, egyre messzebbre sodródva az alapmodell esetében megkövetelt statisztikai elvárásoktól. Ezt a jegybankok által azóta is követett nulla-közeli kamatláb politikája és a monetáris politikai eszköztár expanziója csak tompítani tudta. A volatilitás és az extrém árfolyammozgások által jelentett problémák az egyes piaci eszközök árfolyamának együttmozgásával – vagy épp a korábban szoros együttmozgások átmeneti fellazulásával járt. Makrogazdasági szempontból ennek a hatásait tapasztalhattuk az euro-zóna válsága során divergáló olasz és spanyol kötvényhozamok esetében, illetve a magyar és lengyel deviza alapú hiteleknel. Szerencsésnek mondhatom magam amiatt, mert egyszerre két pezsgő szellemi társaságba tartozhattam: egyfelől fizikus és biológus barátaim (Dudás Laci, Násztor Zoli, Tátrai Dávid, Szele Zsolti) inspiráltak a természettudományok területéről, másfelől az Udvari Bea körül kialakuló nemzetközi gazdaságtani csoportosulás részese lehettem. Továbbá nemzetközi konferenciákon megismerhettem Daniel Stavareket, Akinori Yamadát, Pawel Folfast és Tomas Heryant, akik pótolhatatlan érdemekkel bírnak tudományos fejlődésben is.

Kutatásaimhoz és jelen könyv elkészítéséhez a legfontosabb háttérret *Családom*, különösen *Feleségem, Hajni* támogatása (és főként türelme) jelentette, amiért nagyon hálás vagyok. Kutatási tevékenységemet *Prof. Dr. Farkas Beáta* intézetvezető asszony kiemelkedő jelentőségű segítségével végeztem, ezúton is szeretnék köszönetet mondani tanácsaiért és biztatásáért. Külön köszönet illeti a munkahelyi vitára leadott kézirat, valamint a nyilvános védésre benyújtott disszertációm opponenseit, *Prof. Dr. Pap Gyulát* és *Dr. Elek Pétert*. Opponensi véleményük számos hasznos megállapítást, előremutató és építő jellegű észrevételt tartalmazott, hasonlóan a lektor, *Dr. Gáll József* javaslataihoz, amelyek előmozdították könyvem jelen formájának kialakulását.

Kiss Gábor Dávid

Szeged, 2017. január

Tartalomjegyzék

| | |
|--|-----|
| Előszó..... | i |
| Tartalomjegyzék | iii |
| Ábrajegyzék | v |
| Táblázatok jegyzéke..... | vi |
| Bevezetés | 1 |
| 1. Tőkepiaci modellek | 4 |
| 1.1. Tőkepiac szerkezete..... | 6 |
| 1.2. Alapmodell | 9 |
| 1.2.1. Racionális cselekvő | 10 |
| 1.2.2. Random hálózatok, tökéletes verseny..... | 11 |
| 1.2.3. A bolyongás..... | 12 |
| 1.3. Komplex piacok elmélete | 13 |
| 1.3.1. Korlátozottan racionális cselekvő | 14 |
| 1.3.2. Skálafüggetlen, komplex hálózatok, oligopolista verseny | 16 |
| 1.3.3. A piaci komplexitás statisztikai következményei | 17 |
| 1.4. Komplex piaci modell alkalmazásának elméleti következményei..... | 20 |
| 1.5. Tőkepiaci fertőzések szakirodalmi megjelenése..... | 23 |
| 2. Módszertan – alapstatisztikák, extrém elmozdulások, volatilitás modellek és fertőzések..... | 26 |
| 2.1. Matlab alapok | 27 |
| 2.2. ARMA(p,q) folyamatok és illesztésük | 28 |
| 2.3. Többváltozós idősorok hiányzó adatainak kezelése | 30 |
| 2.4. Alapstatisztikák | 34 |
| 2.5. Extrém árfolyammozgások | 38 |
| 2.6. Volatilitás, GARCH-modellek | 47 |
| 2.7. Dinamikus feltételes korreláció (DCC GARCH) | 54 |
| 2.8. Interdependencia, fertőzés, divergencia..... | 57 |
| 3. Számítások interpretációja..... | 64 |
| 3.1. Alapstatisztikák | 64 |
| 3.1.1. Részvényindexek és kötvényhozamok | 64 |
| 3.1.2. Deviza-árfolyamok és a denomináció szerepe..... | 66 |
| 3.1.3. Száz éves részvényindexek tulajdonságai..... | 68 |
| 3.2. Extrém elmozdulások | 69 |
| 3.2.1. Részvényindexek és kötvényhozamok | 70 |
| 3.2.2. Deviza-árfolyamok és a denomináció szerepe..... | 72 |
| 3.2.3. Száz éves részvényindexek tulajdonságai..... | 74 |
| 3.3. Volatilitás modellek és feltételes korreláció..... | 76 |

| | |
|---|----|
| 3.3.1. Részvényindexek és kötvényhozamok | 76 |
| 3.4. Interdependencia, fertőzés, divergencia a gyakorlatban | 82 |
| 3.4.1. Részvényindexek és kötvényhozamok..... | 82 |
| 3.4.2. Deviza-árfolyamok és a denomináció szerepe..... | 85 |
| 4. Összefoglalás..... | 87 |
| Felhasznált irodalom | 88 |
| Mellékletek | 96 |

Ábrajegyzék

| | |
|---|-----|
| 1.1. ábra Tőkepiacok, mint autonóm cselekvők halmazai..... | 6 |
| 1.2. ábra Erős és gyenge kapcsolatok a hálózat cselekvői között..... | 8 |
| 1.3. ábra Átjárhatóság a tőkepiaci és a reálgazdaság hálózati között a tudástermelő, tudáshasznosító és neofordista régiókban | 20 |
| 2.1. ábra Egy piac normál és extrém eseményei által szétválasztott korrelációs párok szignifikáns eltérése alapján az adott piac besorolhatósága a „fertőzés”, „divergencia” és „interdependencia” kategóriákba | 62 |
| 3.1. ábra A Dow Jones Industrial Average (DJI) napi záró árfolyama és logaritmikus hozama | 68 |
| 3.2. ábra A feltételes dinamikus korreláció (DCC) alakulása a 3 hónapos hozamok között..... | 78 |
| 3.3. ábra A feltételes dinamikus korreláció (DCC) alakulása a 10 éves hozamok között | 79 |
| 3.4. ábra A feltételes dinamikus korreláció (DCC) alakulása a részvénypiaci indexek között..... | 80 |
| 3.5. ábra A GARCH és az AR-GARCH modellek hibatagjainak és négyzetes hibatagjai-nak autokorreláltsága (ACF) 32 késleltetés esetén | 81 |
| 3.6. ábra Dinamikus feltételes korreláció (DCC) különböző denominációk mellett..... | 82 |
| 3.7. ábra Fertőzések, divergenciák és interdependencia kimutathatósága a vizsgált piacok normál és pozitív extrém állapota esetén – Ansari-B. teszt | 83 |
| 3.8. ábra Fertőzések, divergenciák és interdependencia kimutathatósága a vizsgált piacok normál és negatív extrém állapota esetén – Ansari-B. teszt..... | 84 |
| 5.1. ábra Távolság-alapú extrém érték számítás időigénye a mintaelemszám függvényében | 100 |

Táblázatok jegyzéke

| | |
|---|----|
| 1.1. táblázat Az alapmodelltől való eltérés statisztikai hatásai..... | 19 |
| 1.2. táblázat A racionális cselekvő-véletlen hálózat páros és a korlátozottan racionális cselekvő-skálafüggetlen hálózat páros összehasonlítása..... | 22 |
| 3.1. táblázat A vizsgált piacokon mért hozamok leíró statisztikái | 66 |
| 3.2. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák logaritmus differenciáltjainak alapstatisztikai különböző denominálás mellett | 67 |
| 3.3. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák negyedik momentumai különböző időszakokban és denominálás mellett..... | 68 |
| 3.4. táblázat Az idősor alap-statisztikái..... | 69 |
| 3.5. táblázat A normál és extrém események mintán belüli súlya és határai..... | 70 |
| 3.6. táblázat A normál és extrém események 3. és 4. momentuma | 71 |
| 3.7. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák eltérő módszerek mentén mutatott extrém elmozdulásai | 72 |
| 3.8. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák extrém elmozdulásainak időbeli eloszlása | 73 |
| 3.9. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák extrém elmozdulásainak időbeli eloszlásainak szignifikáns eltérése a vizsgált időszakok között (Ansary-Bradley teszttel) | 74 |
| 3.10. táblázat Az egyes eljárások alapján kapott extrém hozamok tulajdonságai | 75 |
| 3.11. táblázat Az extrém hozamok hány százaléka esik bele az NBER által recessziósként meghatározott időszakba | 75 |
| 3.12. táblázat GARCH modellek illeszthetősége a vizsgált idősorokra | 77 |
| 3.13. táblázat Dinamikus feltételes korrelációk (DCC) szignifikáns eltérése a vizsgált időszakok között (Ansary-Bradley teszttel) | 86 |

Bevezetés

Napjainkban, amikor a tőkepiaci likviditás áramlásából fakadó sokkok kezelésének igénye már a bázeli bankszabályozásba is beépült, kulcsfontosságú a piacok volatilitásának, extrém ingadozásának és az ekkor esetlegesen fellépő piacközi fertőzések vizsgálata. A piaci szereplőknek és monetáris politikai döntéshozóknak a kockázatkezelés során válaszolniuk kell tudni arra a kérdésre: egy jelentős piac extrém ingadozása mennyiben társul más piacokéval?

Ennek vizsgálatához előbb meg kell fogalmazni azt az alapmodellt melyet kibővítve lehetséges a piaci árfolyamok változásának statisztikai leírása. Az első fejezetben ehhez a piaci szereplők racionalitásának fokával és a közöttük létrejövő kapcsolatok hálózati felépítésének vizsgálatával foglalkozom. Ezáltal szembeállítható a racionális cselekvőket random hálózatban, tökéletes versengő, gyengén hatékony piacon összekapcsoló alapmodellt a korlátozottan racionális szereplőket skálafüggetlen hálózatban, oligopóliumok köré épülő komplex piacok megközelítésével. Utóbbi modell már számtalan válságjelenség magyarázataira alkalmasnak bizonyul.

A második, módszertani fejezet célja bemutatni, hogy egy fejlett és feltörekvő piacokból álló portfóliót mennyiben képes rendre szignifikánsan eltérő együttmozgásra kényszeríteni a fejlett piacon fellépő extrém ingadozás („válság”). Erre a feladatra egy diagnosztikus modell építése a célom, melynek első lépéseként az idősorok tesztelést követően elvetem az alapmodellt. Második lépésként a piaci árfolyamok extrém elmozdulásainak kimutatására alkalmazható eljárásokat mutatok be – a széleskörűen elterjedt kockázatot érték (Value-at-Risk – VaR) mellett további adatbányászati eljárásokat is elemezve az idősorok vastagfarkúságát (fat vagy heavy tailness) is figyelembe véve. Harmadik lépésként az idősorok heteroszkedaszticitása miatt általános autoregresszív heteroszkedaszticitás (Generalized Autoregression Heteroscedasticity – GARCH) modellek illesztésére van szükség, ahol az egyes modellek közötti szelekció ismérveit is tárgyalom. Az egyes piacok dinamikus feltételes együttmozgását (Dynamic Conditional Correlation – DCC) egyváltozós GARCH modellek standardizált hibatagjaiból számolom, majd Fischer-transzformációjukat követően megvizsgálom az extrém elmozdulások és a korrelációk kapcsolatát. A bemutatott módszerek mindegyikéhez mellékelek Matlabban írt minta-scripteket, ezzel is megkönnyítve a leírt statisztikai jelenségek gyakorlati vizsgálatát. A harmadik fejezetben a kapott eredmények interpretálását segítem esetpéldák segítségével, rámutatva egyúttal a részvény, kötvény és devizapiaci idősorok sajátosságaira, valamint a hosszú idősorok speciális jellemzőire.

Munkám közgazdaságtani relevanciáját az adja, hogy az alapmodell elméleti keretei nem kimondottan az extrém események, vagy a kollektív cselekvések megragadására jöttek létre, így egy, a racionális cselekvőképen és a feltételezett tökéletes versenyen túlmutató alternatív piacmodell felépítését igényli a téma vizsgálata. Occam borotvájának logikája mentén ezért az extrém események és kollektív cselekvések egyes jellemzőinek tárgyalása során először mindig racionális cselekvők által működtetett tökéletes verseny által uralt gyengén hatékony tőkepiac alapmodelljéből indulok ki, majd csak ezt követően egészítem azt ki további elemekkel – így felelve meg a Friedman (1953) által a közgazdaságtani modellezéssel szemben támasztott követelményeknek.

A pénzügyi globalizáció során a pénzügyi piacok teljessé válását Király et al. (2008) szerint elméleti szempontból az biztosítja, hogy a termékek szintetikus előállításának lehetősége miatt sokkal kevesebb a lehetőség az árak önkényes alakítására, mint a közönséges termékek piacán, miközben a kockázatok egyértelműen beárazhatónak tűnnek. A valós piacokon azonban általában mégis megfigyelhetőek akár hosszú periódusokon keresztül is a klasszikus pénzügytan szabályai mentén nem értelmezhető arbitrázsjoedelmek, és ezzel párhuzamosan irracionális eszközárborok (Fischer–Chenard 1997, Tadesse 2002). Az elméleti eszköztár korlátai mellett a kétezres évektől már a kereskedelmi mérlegek hiányán keresztül finanszírozás korábbi irányok megfordulásán keresztül létrejövő globális egyensúlytalanságok (global imbalances) a létező gazdaság fenntarthatóságát ássák alá. Azzal, hogy a fejlett országok fogyasztási többletét kezdték a feltörekvő országok finanszírozni, a fogyasztásnövekedés az Egyesült Államokban mind inkább gyorsult, míg más világgazdasági térségekben (a délkelet-ázsiai régióban, Kínában, Indiában és az olajexportőr gazdaságokban) a magas megtakarítási ráta miatt a folyó fizetési mérleg többletet eredményezett. 2007 decemberétől ehhez társult a nulla-közeli kamatlábak politikája és a devizában történő likviditás megújítását támogató bi- és multilaterális jegybankközi swap-megállapodások rendszere.

Munkámban a piacok egymásra hatásának elemzése során, az egyik piacon fellelhető eszközállomány másik piacon fellelhető eszközállományra történő konverziójával járó problémákat értem a likviditás vándorlása alatt. Míután a likviditás Ács (2011) alapján az adott eszköz készpénzre válthatóságát jelenti – megkülönböztetve a piaci, finanszírozási, monetáris likviditást. A piaci likviditás a nagy volumenű tranzakciók minimális ártorzulás melletti végrehajthatóságát jelenti, amit a feszesség (vételi-eladási árfolyamok különbözősége – bid-ask spread), mélység (az árváltozás eléréséhez szükséges tranzakció méret) és rugalmasság (sokkokat követően az új egyensúlyi ár elérésének ideje) segítségével jellemezhetünk. A finanszírozási likviditás az adott vagyontárgy pénzügyi piacokról való finanszírozási lehetőségét, készpénzben realizálhatóságát jelenti. A monetáris likviditást a monetáris aggregátumokon keresztül értelmezhetjük.

Miután a későbbiek során gyakran hivatkozom a piacok nem egyensúlyi állapotához köthető jellegzetességekre, kiindulópontként szükségesnek érzem a pénzügyi stabilitás definiálásával kezdeni. Az ECB (2011) és a Magyar Nemzeti Bank definíciója alapján „a pénzügyi stabilitás olyan állapot, amelyben a pénzügyi rendszer, azaz a kulcsfontosságú pénzügyi piacok és a pénzügyi intézményrendszer ellenálló a gazdasági sokkokkal szemben és képes zökkenőmentesen ellátni alapvető funkcióit: a pénzügyi források közvetítését, a kockázatok kezelését és a fizetési forgalom lebonyolítását”.

E stabilitás átmeneti zavarai mögött egyaránt meghúzódhatnak a globális egyensúlytalanságok okozta feszültségek, a likviditás vándorlásának egyenetlenségei – munkám során mindezt az extrém események statisztikai és dinamikus tulajdonságain keresztül vizsgálom. A több tőkepiacot is érintő hirtelen ugrások e módon visszavezethetővé válnak a rendszerelméleti háttérre – ahogyan azt a következő fejezet is tárgyalja.

1. Tőkepiaci modellek

A tőkepiacok leírása során hagyományosan a Fama (1970) által megfogalmazott hatékony piacok elméletéből szokás kiindulni, feltételezve azt, hogy a piaci jellemzők a piac felépítésének (köztük létrejövő interakciók alapján leírható hálózat) és a szereplők viselkedésének (várakozások racionalitása) lenyomataként jönnek létre – miközben együttesen meghatározzák a hatékonyan működő piac által generált árfolyam idősorok statisztikai tulajdonságait is.

Fama (1970) a piacok hatékonyságát az információk elérhetőségén keresztül közelítette meg, azaz egy hatékony piacon az eszköz jelenlegi ára tükröz minden elérhető információt, amely feltételezi, hogy:

- az értékpapír kereskedelemnek nincsenek tranzakciós költségei,
- minden információ ingyenesen elérhető minden piaci szereplő számára,
- az információkat és hatásukat a jövőbeli árfolyamokra a szereplők azonosan ítélik meg.

Ennek tükrében az alábbi három formáját különböztethetjük meg a piacok hatékonyságának:

- gyenge hatékonyság esetén az árak tartalmazzák az összes múltbeli árfolyamváltozásból megfigyelhető információt,
- közepes hatékonyság esetén az összes jelenbeli nyilvános adat beépül az árakba (makro- és mikro gazdasági folyamatok, vállalathoz köthető információk),
- erős hatékonyság esetén már a vállalatok fundamentális elemzésével és nem nyilvános adatok felkutatásával sem lehet extraprofitot elérni.

Molnár (2005) nyomán a szereplők várakozásaival és a piac felépítésével kapcsolatban az alábbi feltételezésekkel élhetünk:

- Szereplők várakozásai:
 1. hatékony információáramlás (új információk ingyenes és gyors elérése minden piaci szereplő számára) megvalósul,
 2. az új információk azonnal beépülnek a piaci árakba,
 3. racionálisak a várakozások (hasonló információkból hasonló következtetések levonása, a nem racionális szereplők kereskedési hatásai kioltják egymást, a piaci eszközök értékelése azok várható jövőbeli pénzáramainak függvényében alakul – azonos információk és következtetések azonban eltérő árazást is eredményezhetnek, piaci zajt teremtve),
 4. magasabb kockázatért magasabb többlethozamot várnak el a szereplők,

- Piaci kereskedés szerkezete:
 1. minimális tranzakciós költségek mellett zajlik a kereskedés (a járulékok és adók szintje nem torzíthatja a kereslet és kínálat viszonyát vagy tarthat vissza egy potenciális szereplőt egy ügylet lebonyolításától),
 2. folyamatos a kereskedés (bármekkora értékű ügylet azonnal végrehajtható),
 3. szétaprózódott a piac (egyetlen befektető sem képes portfólióján keresztül eladási vagy vételi nyomás kifejtésére).

A szereplőkkel kapcsolatos elvárásokat racionalitásuk fokának függvényében vizsgálom a továbbiakban a racionális várakozások és a korlátozott racionalitás megközelítései mentén. A piaci kereskedés szerkezete esetében lehetséges mikroökonómiai és hálózati megközelítéssel élni – előbbi esetében egy tökéletesen versengő piacból indulunk ki és úgy haladunk az oligopol helyzet irányába, míg utóbbinál a szereplők teljesen véletlenül, vagy preferenciák mentén lépnek kapcsolatba egymással.

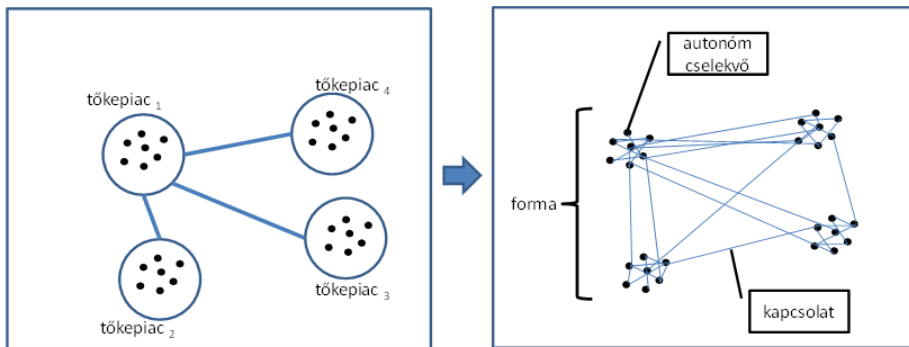
A gyenge hatékonysági szint esetében a szakirodalom változatos statisztikai elvárásokat fogalmaz meg a tőkepiaci árfolyamok idősoraival szemben, míg a Fama (1970)-féle definíciókból legfeljebb az autokorreláció hiánya fakadna. Lütkepohl–Kratzig (2004) nyomán feltételezhetjük, hogy a piaci árfolyamok idősorát sztochasztikus folyamatok generálják, ahol a jelenlegi árfolyam tükrözi valamennyi piaci szereplő várakozását – miközben a holnapi árfolyam a holnapi várakozásokat tükrözi, így független a maitól Alexander (2008) szerint. Ebből fakad Alexander (2008), Brooks (2008) és Brockwell és Davis (2002) szerint az az elvárás, hogy a holnapi árfolyamot csak a mai árfolyam alapját tudjuk megbecsülni, miközben a változás mértéke véletlenszerű és időben nem korrelált. Greene (2003) azonban figyelmeztet, hogy a bolyongás (*random walk*) folyamatának feltételezése inkább tűnik kényelmes és nem szükségszerű kizárólagos döntésnek a szakirodalomban: egy olyan kiindulópontként lehet felhasználni, melyet a későbbiekben további lépésekkel lehet kiegészíteni.

Munkám során a gyengén hatékony tőkepiacok modelljére mint kiindulópontra támaszkodok, a következő alfejezetekben bemutatva a piaci szereplők várakozásaival és az általuk kialakított piac szerkezetével kapcsolatos elvárásokat, majd a statisztikai követelmények tárgyalása során a bolyongási folyamat jellemzőit vizsgálom meg a momentumok, normalitás, autokorrelálatlanság és homoszkedaszticitás és stacionaritás szempontjából. Ebben a szűk megközelítésben lehetőség nyílik arra, hogy azon elvárások változását, amelyeket a szereplők viselkedésével és a piac szerkezetével kapcsolatban fogalmazok meg a későbbiekben, statisztikailag megfoghatóvá tegyem.

1.1. Tőkepiac szerkezete

A tőkepiacra a kereskedők közötti interakciók szintereként tekintek, függetlenül a mögöttes platformtól (szervezett tőzsde, OTC piac, stb.) és a motivációtól (kockázatkezelési, spekulációs stb.), fontosnak tartom azonban kiemelni a verseny jellegét az egyes kereskedők között. A mikroökonóma a versengést a tökéletes verseny és a monopólium, mint szélsőséges esetek közötti skálán helyezi el, a piaci szereplők jelentőségének függvényében. A hálózattelmélet hasonlóan alkalmas erre a feladatra, e megközelítésben a minta tőkepiacai, az autonóm cselekvők egy-egy halmazaként jelennek meg (1.1. ábra).

1.1. ábra Tőkepiacok, mint autonóm cselekvők halmazai



Forrás: saját szerkesztés

Az extrém események létrejötte (így például az árfolyamok szélsőséges változása) is a mögöttes hálózat játékszabályaiból ered Jentsch et al. (2006) szerint, így csak azok ismeretében definiálhatóak mint azok dinamikus tulajdonságai. Benedek et al. (2007) ugyancsak megerősítik: a tőkepiacok esetében a partnerriskó megugrásával társuló domináns egyaránt függ a kezdeti sokk nagyságától és a hálózat topológiájától.

Szükség van tehát egy olyan alternatív modellre, amelynek keretei között értelmezhetőek a tőkepiacok extrém elmozdulásai, és a kollektív cselekvés fertőzésekben, illetve divergenciákban megnyilvánuló tökéletlenségei. A tőkepiaci fertőzések előfordulásának igazolása egy heterogén és hierarchikus, elvetése homogén és mellérendelt viszonyokat feltételez a vizsgált tőkepiacok között.

Kérdéses azonban, hogy miként lehet leírni egy ilyen piaci hálózatot? Egy piac hálózat alapú felépítésének (n) modellezéséhez (1) szükség van a cselekvők (a), a közöttük létrejövő interakciók (c) minőségi ismerveinek, valamint az ennek nyomán létrejövő hálózat szerkezetének (sh) definiálására – mely változók paramétereit a következő alfejezetekben fogom részletesen bemutatni. Az extrém események definiálása kapcsán már felmerült, hogy e jelenségek a mögöttes rendszer felépítéséből, állapotának változásából fakadnak, amelyet akkor az extrém események dinamikus tulajdonságaként említettem:

$$n(a, c, sh) \quad (1)$$

Egy hálózati piacmodell építése során elsődleges fontosságú az építőköveknak számító autonóm cselekvők viselkedésének definiálása – előbb a közgazdaságtani racionalitás, majd a korlátozott racionalitás alapján ráruházható tulajdonságok segítségével. Munkám során az autonóm cselekvő¹ alatt mindazokat a természetes és jogi személyeket értem, amelyek az általam vizsgált időszakban legalább egyszer tranzakciót kötöttek a mintámban szereplő piacok valamelyikén².

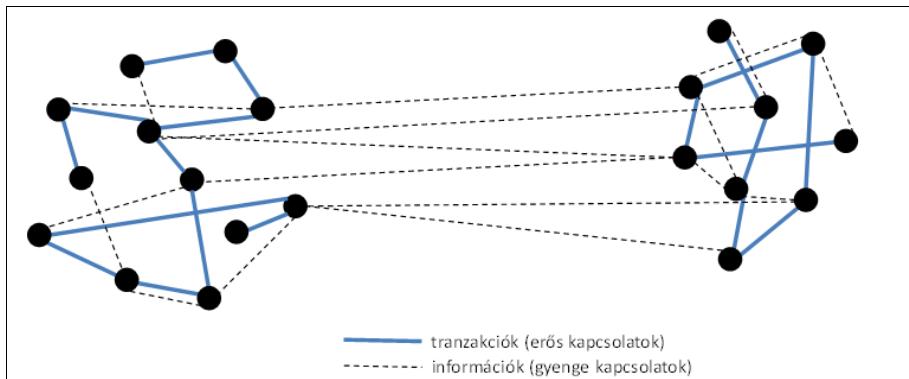
Az autonóm cselekvők közötti interakciók a hálózatelméletben kapcsolatként értelmezhetőek (Barabási–Albert 1999). E kapcsolatok esetében Csermely (2005) nyomán megkülönböztethetünk ún. erős és gyenge típusúakat. Erős kapcsolatról beszélhetünk abban az esetben, amikor a kapcsolatok jogszabályi, és/vagy hatalmi szabályozás alá esnek – egy tőkepiacon a tranzakciók lebonyolítása köthető ide, ami nem jelent kilépést az adott piac keretei közül.

Azonban, az egyes emberek közti interakciók már gyenge kapcsolatoknak tekinthetők. Mégis, ezek azok, amelyek erősítik a piaci szereplők összetartozását, azaz lehetővé teszik annak mindennapi működését, a munkamegosztás biztosítását. Esetünkben mindez a piacok határán belül maradó, vagy azon átlépő információáramlást értjük (1.2. ábra).

¹ Az „agent“ magyar nevezéktanba illeszkedésének problémáira világít rá Kovács–Takács (2003), ahol az „ágens“ szót alkalmazzák a túl hosszúnak tartott „autonóm cselekvő“ és a túl sarkalatos „ügynök“ megnevezésekkel szemben. A jelen munkában inkább a „cselekvő” illetve a „piaci szereplő” megnevezést használom.

² Munkám során megelégedek az autonóm cselekvők ilyen, homogénizált megközelítésével, ennél mélyebb kategorizálást csak az utolsó fejezetben alkalmazok majd – Csávás et al. (2006) alapján például lehetőség nyílik a tőkepiaci szereplők mélyebb csoportosítására is.

1.2. ábra Erős és gyenge kapcsolatok a hálózat cselekvői között



Forrás: Csermely (2005) alapján saját szerkesztés

Mindezt összefoglalva: egy egészséges piaci működéshez szükség van erős kölcsönhatásokra – ezt makroszinten az állam, mint szabályozó szolgáltatja – amely „összeköti a hasonlókat a hasonlóakkal”, megőrizve a hálózat állapotát. De ugyannyire fontosak a gyenge kapcsolatok is, mivel ezek kapcsolják össze a különböző egyedeket, rövid távon megteremtve a munkamegosztást, hosszabb távon fejlesztik a hálózatot (Csermely 2005) – a tőkepiacok egymásra hatásához tehát elegendő az információáramlás biztosítása, miután a két kapcsolat típus együttesen felelős az autonóm cselekvőkön alapuló piaci hálózat szerkezetének felépítéséért.

A cselekvők és a közöttük létrejövő kapcsolatok definiálását követően nyílik mód arra, hogy az általuk létrehozható hálózatok típusait, és felépítésből fakadó dinamikus tulajdonságokat bemutassam. Ahogyan a fejezet esetén megfogalmaztam, az egyes cselekvőkre homogén elemek (*nodes*) formájában tekintek – a közöttük fennálló aszimmetriák kizárólag a rendelkezésre álló kapcsolatok számából fakadhatnak. Ebből a feltételből a hálózatok felépítésből fakadó (*sh*) öt fő tulajdonságát (2) vezethetjük le: az átlagos távolságot (*average path length, pa*), a csoportosulási koefficiensét (*clustering coefficient, cl*), a kapcsolatok eloszlási fokát (*degree distribution, dd*), a kisvilág-effektust (*small-world effect, sw*) és kapcsolati dinamikát (*connectivity, cy*) (Barabási–Albert 1999, Wang–Chen 2003, Watts–Strogatz 1998, Benedek et al. 2007, Alderson 2008).

- Az átlagos távolság a hálózat i és j elemei közötti átlagos pa_{ij} távolságot jelöli, azaz átlagosan hány elem közbeiktatásával hozható létre a legrövidebb kapcsolat i és j elemek között,
- A cl_i csoportosulási koefficiens az i elemű hálózatokon belüli hármas csoportok létrejöttét vizsgálja a tényleges E_i kapcsolatok számának a $k_i(k_i-1)$ összes lehetséges kapcsolat számának hányadosa segítségével. A cl maximális értéke 1 lehet, ami minden elem minden elemmel történő összekötöttségét takarja.

- A kapcsolatok fokszámeloszlását (*degree distribution, dd*) az i cselekvő, mint elem (*node*) k_i számú kapcsolatából vezethetjük le – minél magasabb egy elem kapcsolatainak száma, annál fontosabb eleme a hálózatnak. Amennyiben k_i jelöli az elemek kapcsolatainak átlagos szintjét, a $P(k)$ valószínűségi eloszlás egy véletlenszerűen kiválasztott elem kapcsolatainak lehetséges számát határozza meg (a hálózat fejlődését a későbbiekben definiálom).
- A kisvilág effektus (*sw*) a csoportosulási koefficiens és a kapcsolatok fokeloszlásának eredőjeként fejezhető ki – amennyiben a hálózaton belül értelmezhetőek az átlagosnál magasabb kapcsolati számú elemek (*hub*), akkor segítségükkel az átlagos távolságnál rövidebb utak hozhatóak létre – rajtuk átvágva (*shortcuts*) gyorsabban juthatunk át a hálózat egyik végéből a másikba.
- A kapcsolati dinamika (*connectivity*) (*dy*) az elemek közötti kapcsolat tartósságát fejezi ki – magas értéke esetén a hálózat kapcsolati hálója állandó gyors megújulásnak van kitéve, míg alacsonyabb szinten a hálózat formája stabilabb.

$$sh(pa, cl, dd, sw, dy) \quad (2)$$

A hálózatelmélet fent bemutatott eszköztárával már finomabban leírhatóak a következő alfejezetekben bemutatásra kerülő alapmodell és komplex piaci modellek közötti különbségek, amennyiben a piac felépítésére és érzékenységére vagyunk kíváncsiak. Az alapmodellt alkotó random hálózatok jóval kevésbé hajlamosak a radikális szerkezetváltásra, míg a skálafüggetlen komplex hálózatok megengedik ideiglenes kaotikus időszakok (azaz válságok) létrejöttét. Bár statisztikai szempontból mindkét modell alkalmas lehet a piaci folyamatok leírására, a második megközelítés kapcsán tapasztalható hajlam sokkal drámaibb folyamatok létrejöttét teszi elfogadhatóvá.

1.2. Alapmodell

Alapmodellként abból érdemes kiindulni, amit a gyenge hatékonyság restriktív megközelítése nyomán szűrhattunk le a szakirodalomból: az atomizált, racionális várakozásokkal rendelkező szereplők tökéletesen versengő piacán létrejövő, véletlen bolyongást folytató árfolyamokból. Az így megfogalmazásra kerülő alapmodellben ezeket a legalapvetőbb elvárásokat foglalom össze, amelyeket majd az alternatív, komplex piacok modellje esetében fogok kiegészíteni.

1.2.1. Racionális cselekvő

Döntéshozatal során a közgazdaságilag racionális modell érvényességi köre meglehetősen szűk Csaba (2008) szerint. Simon (1955) a közgazdasági racionalitást az informáltság, a preferenciák és a számítási képesség hármasan keresztül közelítette meg – feltételként szabva azt, hogy a döntéshozatal javarészt ismert környezetben, a cselekvő jól rendezett preferenciái mentén a releváns alternatívák ismeretével zajlik oly módon, hogy a legnagyobb hasznosság elérése a cél. Ez történhet úgy, hogy az alternatívák teréből egyszerűen a legjobb kifizetést választja, illetve kedvezőtlen esetben a legjobb lehetőséget választja (*maxmin rule*), továbbá, ha felbecsülhető a kimenetek valószínűségi eloszlása, akkor a legmagasabb várható értéket célozza meg.

Simon (1955) alapján tehát az alábbi dimenziókat kell megragadnunk a racionális cselekvőkép (3) ábrázolásához:

- Informáltság (I)
 1. Környezet felmérése (i_e)
 2. Tiszta (i_c)
 3. Terjedelmes (i_r)
- Preferenciarendszer (P)
 1. Jól rendezett (p_o)
 2. Stabil (p_s)
- Számolási képesség (C)
 1. Értékelés (c_e)
 2. Alternatívák figyelembevétele (c_a)
 3. Optimalizálás (c_o)

$$a_{\text{racionális}}(I, P, C) = a_{\text{racionális}}(i_e, i_c, i_r, p_o, p_s, c_e, c_a, c_o). \quad (3)$$

Bár azt hihetnénk, hogy a racionalitás és a piaci hatékonyság kizárja a buborékok³ és a szétválási hatás⁴ (*decoupling effect*) létrejöttének lehetőségét, Komáromi (2004) alapján összesen négyféle buboréktípust különböztethetünk meg. A „racionális buborékok” létét racionális várakozások igazolják, az árázás nem szakad el a fundamentális horgonytól – szemben a „spekulációs buboréktól”, ahol mindez nem biztosított és az árnövekedés felülmúlja a kamatlábakat. Ha nem érvényesül a teljes körű informáltság feltétele, és a szereplők száma véges akkor Pareto-optimum hiányában várható buborékról beszélhetünk. Határozott buborékokról van szó, ha már nem adható meg olyan jövőbeli oszta-

³ Az árfolyambuborék az eszköz reális (fundamentális) értéke és az árázás eltéréséből fakadhat, akár teljesen informált piacon és racionális eszközárzás mellett is (Komáromi 2004, Hommes–Wagener 2008).

⁴ A pénzpiaci benchmark és annak reálgazdasági hatásának divergenciája – ide sorolható például az erősödő valuta mellett növekedő export esete (di Mauro et al. 2008).

lék, ami igazolná az árfolyam-növekedést – ez esetben csak a piaci szereplők kisebbik hányada van ezzel tisztában. Buborék csak abban az esetben nem jöhet létre, ha lehetséges végtelen időhorizontú arbitrázsokat létrehozni, a szereplők száma véges, illetve a szereplők szigorúan racionálisak. A buborékoknak ebből kifolyólag lehetnek külső és belső okai. Míg a belsők a szereplők eltérő informáltságából fakadnak, addig a külsők a nem elemezhető jelek, és a befektető által nem befolyásolható (preferenciák, képességek) bizonytalansági tényezőkből fakadnak.

1.2.2. Random hálózatok, tökéletes verseny

A hálózatok korábban (2. képletben) bemutatott tulajdonságai segítségével a hálózatok két szélsőséges állapotát különböztethetjük meg Erdős és Rényi (1960) illetve Watts és Strogatz (1998) nyomán⁵: a **random** (sh_r) és a **rács** (sh_l) hálózatokat. A szabályos rács hálózatok esetében minden elem össze van kötve a szomszédjával (vagy egyéb szigorú rendezőelv érvényesül), míg a random hálózatok legelső szakirodalmi példa, az Erdős-Rényi modell esetében a kapcsolatok mindenféle rendező elv nélkül, véletlenszerűen jönnek létre vagy szűnnek meg. A rendezőelv létéből illetőleg hiányából fakad a két hálózat eltérő dinamikája (4) – miközben a rácsok szerkezete meglehetősen kötött, addig a random hálózatok esetében nem beszélhetünk semmilyen állandó kapcsolatról vagy formáról. Ennek hatására előbbieket egy kisvilág-hatás nélküli csoportot képeznek (a rács rendezőelve nem engedi meg kapcsolati aszimmetriák, hubok kialakulását), míg az Erdős-Rényi modellben uralkodó véletlen változások klaszteresedés és hubok alkalmazása nélkül hoznak létre kisvilágokat (amennyiben szerencsénk vagy elég időnk van, átmenetileg létrejöhetnek átvágások a távoli pontok között):

$$pa_r < pa_l ; cl_r < cl_l ; dy_r \sim N(\mu, \sigma), dy_l \cong 4 ; sw_r > sw_l = 0. \quad (4)$$

Az **Erdős-Rényi modell** világképe meglepően jól illeszthető mind a **tökéletes verseny**, mind a **hatékony piacok** alapját adó Bachalier-féle (Dunbar 2000) munkához. Ezek után felmerül a kérdés, hogy egy ilyen, homogén, vízmolekulákkal teli pohár módjára viselkedő piac milyen statisztikai tulajdonságok mentén írható le?

⁵ Az Erdős és Rényi (1960) cikk a random hálózatokat definiálta, Watts és Strogatz (1998) ezt általánosította és vizsgálta meg a rácsok és random hálózatok közötti lehetséges átmeneteket.

1.2.3. A bolyongás

A pohár víz, mint metafora abból a szempontból lehet célszerű, amennyiben a piaci árak változása során a diszkrét Brown-mozgásból⁶ indulunk ki, feltételezve, hogy egy hatékony piacon valamennyi nyilvános információ elérhető és azonnal beépül az árakba – azaz a holnapi árfolyam a mai ár függvényeként fogható fel. Egy lépéses **Markov-folyamat**ról beszélhetünk abban az esetben, amennyiben az x_1, x_2, \dots random folyamat jövőbeli lépései kizárólag a jelenbeli érték függvényében alakulnak, és a korábbi értékek irrelevánsak, azaz bármely $i=2,3,\dots$ esetében a feltételes eloszlásfüggvényre teljesül az $f(x_i|x_{i-1}, \dots, x_1) = f(x_i|x_{i-1})$ állítás.

Azt a jelenséget, hogy a jövőbeli árak legjobban a mai ár alapján becsülhetőek **bolyongásnak** (5) (*random walk*) nevezzük.

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

ahol ε_t jelöli az új információk hatását (információs sokk) és x_t jelöli az eszköz árázását t időpontban.

Csúsztatott bolyongásról (6) beszélünk, ha a fenti egyenletbe beléptetjük az α konstans, amely 0 értéket vesz fel tiszta bolyongás esetén (Alexander 2008).

$$x_t = \alpha + x_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (6)$$

Az eddigi diszkrét idejű megközelítés helyett folytonos időre áttérve: amikor egy kísérlet kimenetelét nagyszámú, egymástól független vagy csak kevésbé függő véletlen tényező határozza meg úgy, hogy az egyes tényezők külön-külön csak kis mértékben járulnak hozzá az összes véletlen hatásából eredő ingadozásokhoz, továbbá az egyes tényezők hatásai egyszerűen összeadódnak, akkor $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ **normális (Gauss) valószínűségi eloszlás** lép fel. Ennek sűrűségfüggvényét írja le a (7) képlet:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (7)$$

ahol σ és μ állandóak, végesek és a normális eloszlás paramétereinek nevezzük őket, valamint $\sigma > 0$ (Coles 2001, Brockwell–Davis 2002). A sűrűségfüggvény a normál eloszlás esetében gyorsan nullához tart, így az ilyen eloszlásból történő mintavétel során az elemek nagy része a várható értékek közelébe esik. Véges szórást továbbá csak normál eloszlás feltételezése esetén kaphatunk (Cappiello et al. 2006).

⁶ $x_{t+1} = x_t + \varepsilon_t\sqrt{\Delta t}$ (Chan 2002)

A normál eloszlás központi (centrális) határeloszlás-tétele kimondja, hogy x_1, x_2, \dots kellően nagyszámú (n) független és azonos eloszlású (*independent and identically distributed - iid*) véletlen változó (melyek közös várható értéke $E(x)$ és közös szórása $D(x)$) véges $x_1 + \dots + x_n$ összeg standardizáltja megközelítőleg normál eloszlást követ.

A gyenge hatékonyság elvárásának önmagában tehát nincs különösebb statisztikai jelentősége az autokorrelálatlanságot leszámítva, azonban ha a bolyongásból, mint folyamatból indulunk ki, akkor már megfogalmazhatunk kapcsolódó statisztikai jelenségeket. Az árfolyamváltások momentumai esetében ilyen a nulla várható érték, a véges szórás, a szimmetrikus eloszlás és a nem kiugró csúcosság, továbbá a normális eloszlás. Folyamatok szintjén elvárható még az, hogy a momentumok időben stabilak legyenek (gyenge stacionaritás) és ne legyenek megkülönböztethetőek magas és alacsony szórású időszakok (homoszkedaszticitás)⁷.

1.3. Komplex piacok elmélete

Egy rendszer komplexnek tekinthető, amennyiben kimenetei erősen szabálytalanok és nehezen megjósolhatóak (Kantz et al. 2006, 71. o.). A poszt Bretton Woods-i pénzügyi rendszerben a tőkepiaci szereplőknek és az általuk létrehozott pénzügyi innovációknak alapvető szerepe lett a kockázatkezelésben, sőt a bank-szektor által végzett lejáratí transzformáció eredményes végrehajtásában is (Marsili–Raffaelli 2006, Eisenschmidt–Holthausen 2010, Ondo-Ndong 2010, Barrel et al. 2010). A piacok közötti korreláció⁸ változékonysága megkérdőjelezi a diverzifikáció hatásosságát (Campbell et al. 2002, Jiang et al. 2007). Mindazonáltal a konvertibilitással szabadabbá tett tőkeáramlás nyomán hálózatosodó tőkepiacok együttmozgási hajlandósága empirikusan igazoltan nőtt a nyolcvanas évek óta (Chen–Zhang 1997, Obstfeld–Taylor 2002). Mindezt Goetzmann et al. (2005) eredményei is megerősítik: a múltban a világgazdaság integrációs periódusai (1872–1913, 1972–2000) során a 60 hónapos gördülő korreláció meghaladta a szegmentáció (1914–1971) évtizedeiben mértet.

A fentiek leírásához be kell vezetnem a korlátozottan racionális cselekvők modelljét, illetve a random hálózatok által szimbolizált tökéletes verseny helyett az oligopolisztikusabb skálafüggetlen hálózatok modelljére kell tá-

⁷ Könnyen belátható ezen elvárások teljesülése, amennyiben az (5) képlet alapján 100 darab 1000 elem hosszúságú bolyongást szimulálunk: mind a momentumok, mint az egyéb karakterisztikák esetében teljesülnek a fenti elvárások az esetek ~95 százalékában. Amennyiben normális helyett $\varepsilon_t^{-0,5}$ hatványeloszlású hibtagokat használtam, akkor az a normál eloszlás hiánya mellett momentumokat érintette, a többi tulajdonság változatlan maradt.

⁸ A „piacok közötti korreláció” alatt a továbbiakban a különböző tőkepiaci eszközök, indexek logaritmikus hozamai között mért korrelációt értem.

maszkodnom. Ebben a környezetben már értelmezhetővé válik a tőkepiacon tapasztalható hozamok valószínűségi eloszlásainak vastagfarkúsága is. A piacok komplexitásának következményeit a hálózat és fertőzési⁹ hajlam összekapcsolását vizsgáló fejezetben fejtem ki, majd egy rövid szakirodalmi áttekintés keretében bemutatom a jelenleg a témában széleskörűen alkalmazott módszertani kereteket és a főbb eredményeket.

1.3.1. Korlátozottan racionális cselekvő

A komplex rendszerek Herrmann-Pillath-féle tulajdonságai közül a 4. emeli ki a cselekvők kognitív döntései nyomán létrejövő „véletlenek” fontosságát, így beépíthetővé válnak a gazdaságpszichológia korlátozott racionalitással kapcsolatos eredményei. Komáromi (2006) nyomán azonban meg kell jegyeznünk, hogy tőkepiaci félreárzás (buborék¹⁰) létrejöhet a közgazdasági racionalitás keretei között is („racionális buborék”), azonban „*a napi kereskedés együttmozgásai mögött elsősorban kereskedési mintázatok és pszichológiai tényezők állnak*” (Komáromi 2006, 76. o.). Ezek fakadhatnak a tőkeáttétel, a gazdaságpolitika változásából, vállalati botrányokból és fundamentálisan nem indokolható együttmozgásokból.

A racionális döntések bármely dimenziója sérülhet (8). Tehát az informáltság nyilvánvaló hiányosságai mellett felmerülhet a preferenciarendszer kép-lékenységének és a számítási képességek tökéletlensége is. Komáromi (2004) alapján az alábbi pszichológiai jelenségekkel alátámasztott befektetési döntéseket összekapcsolhatjuk a megfelelő dimenziókkal:

Informáltság

- Jellegzetességi, hasonlósági heurisztikák esetében az egyedi, kiugró jelenségek lehorgonyozhatják a várakozásokat (i_{ea}), illetve az események közötti látzólagos kapcsolatok váltanak ki túlzott, nem lineáris¹¹ reakciót (i_m). Ekkor a rendelkezésre álló információk hibás értelmezése történik¹² (i_m).
- Konzervativizmusról, horgonyzásról beszélhetünk akkor, ha az új események nehezen befolyásolják a befektető álláspontját (i_{ca}). Ez esetben az új információk befogadása sérül.

⁹ A fertőzés fogalmának részletesebb definícióját az 1.5-ös alfejezetben mutatom be.

¹⁰ Az árfolyambuborék létrejötte az eszköz reális (fundamentális) értéke és az árzás eltéréséből fakad (Komáromi 2006).

¹¹ A piaci szereplők nem reagálnak azonnal a relatíve alacsony árváltozásokra, míg a nagy árváltozások az indokoltnál erőteljesebb reakciót váltanak ki (di Mauro et al. 2008).

¹² A piaci szereplők magatartása és hozzáállása a piaci hangulat függvényében változik (Hommel–Wagener 2008).

Preferenciák

- Az optimizmus (túlzott bizalom) hatására egyfelől megnő a kereskedési aktivitás, másfelől a piac elkezd túlzón reagálni a hírekre. A preferenciák törekenysége állhat a túlreagálás¹³ mögött (p_{or}).
- Keretezés történik¹⁴, ha az adott helyzet interpretációjától függ a kockázatviselés, a döntés iránya és erőssége. Az információ beszerzésének módja és körülményei befolyásolják a szereplő preferenciáit (p_f).

Számítási kapacitás

- Kognitív diszonzancia tőkepiaci értelmezése trendkövetést takar (c_{ac}).
- Nyájhatásról beszélhetünk akkor, ha mennyiségi és minőségi információhiány mellett nem vesszük figyelembe azt a tényt, hogy a többiek döntése számunkra externália – ez esetben az egyéni szintű racionális döntések rendszerszintű aggregációja már irracionális. Iránykereskedés (c_{ir}) esetén a kereskedő mentesül az önálló stratégia építése alól, mint azt Magas (2005) is megjegyzi.

$$a_{\text{racionális}} > a_{\text{korlátozottan racionális}}(i_{ea}, i_{ca}, i_{nl}, i_m, p_{or}, p_f, c_{ac}, c_{tr}) \quad (8)$$

Elmondható tehát, hogy az információ, mint input korántsem tisztán érkezik a piaci szereplőhöz, sőt, mindez befolyásolja a szereplő preferenciáit és a számítási kapacitás igénybevételét. A reakciók, mint output ennek következtében meglepetések sokaságát rejtegeti – Herrmann-Pillath (2000) az inputok, a feldolgozás és az output komplexitása kapcsán egyenesen megkérdőjelezi a Simon (1955) szerinti „racionalitás” lehetőségét.

Mindennek gyakorlati jelentőségére Brock et al. (2008) világítottak rá, azzal, hogy rámutattak: a korlátozottan racionális cselekvők által kötött fedezeti ügyletek a piacot egyenesen távolítják az egyensúlyi állapottól.

¹³ A piaci szereplők reakcióját írja le De Bont és Thaler túl/alulreagálási modellje, ahol az új információk beépülése vált ki az indokoltnál nagyobb reakciót – amit pár kereskedési nappal később korrekció követ (Molnár 2006).

¹⁴ A problémák keretezése illetve megismerésének körülményei Ackert és Deaves (2010) szerint nagyban befolyásolják a döntéshozatalt – miután a keretezés okozta torzítás nagyban egyszerűsíti az ehhez szükséges mentális kalkulációkat. A kilátásmélet tehát az alábbi három fő megállapításra támaszkodik:

1. Az emberek olykor kockázatkerülők, máskor kockázat keresők, az adott kilátásnak megfelelően.
2. Az emberek kilátásainak – nyereségeinek vagy veszteségeinek – értékelése egy relatív referenciaponttól függ.
3. Az emberek elkerülik a veszteségeket, amennyiben a veszteségek nagyobbak tűnnek, mint a nyereségek.

1.3.2. Skálafüggetlen, komplex hálózatok, oligopolista verseny

A valóságban fellelhető társadalmi hálózatok Watts és Strogatz (1998) szerint két nevezetes szélsőséges (rács és random) forma közötti átmenet mentén épülnek fel, komplex (szerencsés esetben ezen belül is skálafüggetlen) rendszereket hozva létre. Barabási és Albert (1999) az általuk leírt skálafüggetlen rendszerek alapját a preferenciális kapcsolódásban látja. Azaz szemben a teljesen véletlenül kapcsolódó random hálózattal és a szigorú rendezőelv mentén felépülő ráccsal, az új kapcsolatok azon kis számban előforduló elemek (*hubok*) irányába *szeretnek* kialakulni (Yamasaki et al. 2006), amelyek már most az átlagosnál több kapcsolattal rendelkeznek. Ezen új kapcsolatok létrejöhetnek új elemek megjelenéséből, vagy a meglévő kapcsolati háló átrendeződéséből (*rewiring*) – a hálózat heterogén, aszimmetrikus formáját tehát nem érintik az idő múlásával a dinamika által vagy a hálózat méretében bekövetkező változások. Innen a nevük: skálafüggetlen hálózatok (sh_s), amelyek a komplex hálózatok egy speciális formáját képviselik. A random hálózatokkal összehasonlítva (9) esetükben az átlagos távolság alacsonyabb, míg a csoportosulási koefficiens sokkal magasabb magas $P(k)$ kapcsolati eloszlási fokkal társulva. Utóbbi esetében $P(k) \sim k^\alpha$ hatványeloszlást figyelhetünk meg – az eloszlás vastag farkából fakadóan a hub módjára történő létezés extrém esemény a hálózat szempontjából. A kapcsolatok átlagos száma és módusza közötti disszonancia komoly különbség a random hálózatokkal történő összehasonlítás esetén:

$$\begin{aligned} pa_s < pa_r < pa_1 ; cl_l > cl_s > cl_r ; \\ dy_s \sim k^\alpha, dy_r \sim N(\mu, \sigma), dy_1 \cong 4 ; sw_s, sw_r > sw_1 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Figyelemreméltó párhuzamot találhatunk a random hálózatok és a hatékony piacok között: számos szerző kritizálta a racionális homo oeconomicus képét annak önérdékkövetése vagy redukcionizmusa miatt (Vriend 1996, Simon 1955), azonban a random hálózatok állandóan fluktuáló, folyamatosan átlagosságra törekvő világában (Jentsch et al. 2006) legalább ennyire kiábrándítóan unalmas lenne élni.

A komplex hálózatok esetében a válság-események három típusát írhatjuk le: a szinkronizációt, a fázisátalakulás jelenségét és a kritikus eseményeket (Barabási–Albert 1999, Grubestic et al. 2008, Wang–Chen 2003, Yuan et al. 2007, Watts–Strogatz 1998, di Mauro et al. 2008, Hommes–Wagener 2008). A komplex hálózatokban a hub-alapú felépítés nyomán fellépő kisvilág hatás által eredményezett gyors információáramlás miatt könnyen jöhetnek létre együttes árfolyammozgások. A preferenciális kapcsolódás nyomán kialakuló magas csoportosulási koefficienssel jellemezhető és emiatt könnyen szinkronizálódó hub-alapú felépítésből fakad a skálafüggetlen hálózatok dinamikájának kettőssége (Csermely 2008). A hálózat egyfelől rendkívül jól tűri az elemek véletlenszerű kikapcsolásából fakadó változásokat, ellenben könnyen széteshet, amennyiben a hubokhoz nyúlunk. Grubestic et al. (2008) felhívja a figyelmet arra, hogy egy-két hub elvesztése még nem eredményezi feltétlenül a hálózat korábbi formájának széthullását, sőt éppenséggel tovább növel-

heti annak hatékonyságát – hosszú távon azonban ettől nő a hálózat sérülékenysége. Amennyiben kellő számú és minőségű hub esik ki a hálózatból, Yuan et al. (2007) illetve Blanchard és Krüger (2006) fázisátalakulásról számol be – azaz a hálózat ideiglenesen random formát ölt, hogy a preferenciális kapcsolódás idővel kitermeljen egy új, stabil, skálafüggetlen szerkezetet. Kritikus eseményeknek nevezzük a különböző tényezők olyan egyidejűségét, amelyek a hálózat működését szélsőséges irányba terelik (Shiller 2002). Ezek oka lehet a szereplők nemlineáris reakciója¹⁵, kettő vagy több olyan hiba véletlen egybeesése, amelyek egyenként ismertek voltak a rendszer tervezői és működtetői számára, de együtt tökéletesen kiszámíthatatlan kimenettel bírnak. A jelzések hibás értelmezése így olyan javító szándékú cselekvéseket indukálhat, amelyek tovább rontják a helyzetet (OECD 2003).

1.3.3. A piaci komplexitás statisztikai következményei

Bonanno et al. (2001) fogalmazták meg a **piacok komplexitásának három fő következményét**: idősorok szintjén elmondható, hogy a piaci hozamok és szórások csak **aszimptotikusan stacionerek**, miközben a hozamok **autokorrelációja** legalább húsz kereskedési napig elnyújtott monoton csökkenést mutat. Másfelől létezik **iparágakon és idősoron belüli keresztkorreláció**, lehetőséget nyújtva az eseményalapú kereskedésre a létrejövő szinkron-hatások miatt. Mindebből fakad a harmadik szabály, amely kimondja az **extrém események idején megfigyelhető kollektív viselkedés** jelenségét, ami elvezet az interdependencia, a divergencia és a fertőzés korábban definiált jelenségeihez.

Az aszimptotikus stacionaritás feltételezése a korrelációs számítás elengedhetetlen feltétele, miközben a piacon felfelé és lefelé ívelő trendek alakulhatnak ki és az egyes piacok hatnak egymásra. Amennyiben a piac várható érték körüli ingadozását a fundamentális érték (jövőben várható jövedelmek jelenértéke) körüli ingadozásaként fogjuk fel, az extrém események során fellépő a kollektív viselkedések bevezetése azt jelenti, hogy elszakíthatóak a korábbi árazási szintjüktől – létrejöhét egyfajta „negatív buborék”¹⁶, ami egyszerre jelent új pozíció kiépítéséhez kedvező befektetési lehetőséget, illetve zilálhatja szét a meglévő, diverzifikált portfóliók kockázatkezelését.

Az árfolyamok komplex rendszereken belüli alakulásával kapcsolatban Hommes és Wagener (2008) megállapítja, hogy az piaci árfolyamok képzésében csupán szűk időszakokban dominál a fundamentális érték, szemben a hosszan tartó,

¹⁵ A cselekvő nem reagál a relatív kis árfolyam változásokra, de egy komolyabb változás már a közgazdaságtanilag indokolhatónál nagyobb választ indukál (di Mauro et al. 2008).

¹⁶ Buborék: „Az árak fenntarthatatlan növekedése, amit a befektetők vásárlási kedve okozott – nem pedig az érték valódi növekedése” (Schiller 2002, 9. o.).

a piaci buborékokkal tűzdelt trendkövető intervallumokkal. Az r_t árfolyamváltozás ε_t fehérzajjal kísért $r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t$ bolyongás alapmodelljét Chan (2002) szerint így az alábbi elemekkel kell kiegészítenünk:

- $\{\varepsilon_t\}$ a Gausziánus fehér zajnál vastagabb farkú eloszlást követ,
- $\{r_t\}$ és $\{r_t^2\}$ többnyire nemnegatív értelemben véve magasan korrelált,
- $\{r_t\}$ változásai időben csoportosulnak (klaszteresednek). $\{r_t\}$ nagy változásait további nagy változások követik, míg $\{r_t\}$ kis változásait kis változások követik.

A tőkepiacokon tapasztalható hozamok normálistól eltérő eloszlása régóta ismert tény szakirodalomban (Borak et al. 2005, Tsay 2005, Dávid 2009). A vastagfarkúságból fakadó problémák súlyosságát leginkább az 1987-es és 1998-as részvénytőkepiaci válságokkal szokás illusztrálni, ahol a hozamok normál eloszlására vonatkozó feltevés okozott több milliárd dolláros veszteségeket – majd a Scholes és Merton nevével fémjelzett Long-Term Capital Management hedge-fund bukását (Dunbar 2000).

A logaritmikus hozamok empirikus eloszlására sokkal inkább illeszthető **hatvány- avagy Pareto eloszlás**, függetlenül a piac típusától, tér- és időbeli karakterisztikáitól Molnár (2006), Gabaix et al. (2003) és Clauset et al. (2009), valamint Jentsch et al. (2006) szerint a hozamok hatványeloszlásának megléte a skálafüggetlen hálózatok jelenlétéről tanúskodik. A hatványeloszlások (*power law distribution*)¹⁷ sűrűségfüggvényét Newman (2005) nyomán a $p(x)=Cx^{-\alpha}$ módon írhatjuk le, $\alpha>0$ farokexponens mellett.

Borak et al. (2005) szerint emellett még a **stabilis eloszlások** alkalmaznak a vastagfarkúság kezelésére. Egy X valószínűségi változót akkor tekintünk α -stabilis eloszlásúnak, amennyiben tetszőleges X_1, X_2, \dots, X_n független, X eloszlású valószínűségi változók esetén létezik c_n és d_n konstans, hogy $X_1+\dots+X_n$ eloszlása $c_n X+d_n$ eloszlásával egyezik meg, és $c_n=n^{1/\alpha}$.

A szimmetrikus α -stabilis eloszlások túlélési függvényeinek aszimptotikája az alábbi (10):

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha P(X > x) = C_\alpha (1 + \beta) \sigma^\alpha \\ \lim_{x \rightarrow \infty} x^\alpha P(X < -x) = C_\alpha (1 - \beta) \sigma^\alpha \end{cases}, \quad (10)$$

ahol $C_\alpha = (2 \int_0^\infty x^{-\alpha} \sin(x) dx)^{-1} = \frac{1}{\pi} \Gamma(\alpha) \sin \frac{\pi\alpha}{2}$, valamint:

¹⁷ A „power-law distribution” fogalmat magyarul egyaránt illetik hatvány-eloszlás illetve hatványtörvény-eloszlás névvel is. Munkám során az előbbit használom.

- $\alpha \in (0, 2]$ jelöli a farok exponenst (stabilitási index, karakterisztikus exponens). A függvény $\alpha = 2$ esetén normál eloszlást ír le. A p -edik momentuma egy stabilis random változónak csak akkor véges, ha $p < \alpha$. $\alpha > 1$ esetén a várható érték véges,
- $\beta \in [-1, 1]$ ferdeségi paraméter nullánál magasabb értéke jelöli az eloszlás jobb oldalán jelentkező hosszabb farkat,
- $\sigma > 0$ skála paraméter az eloszlás szélességét határozza meg.

A stabilis eloszlások részvénypiaci, kötvénypiaci, devizapiaci, ingatlanpiaci és nyersanyagpiaci idősorok hozamaira történő illeszthetősége kétségtelenül jobb, mint a normál eloszlásé, azonban Borak et al. (2005) kiemeli, hogy bizonyos esetben a stabilis eloszlás a farok (így a kockázat) túlbecsülésével jár. További hátrányként Tsay (2005) a stabilis eloszlások végtelen varianciáját emeli ki, ami a normál eloszlással szemben határozott hátrány (akár CAPM, akár Black-Scholes-képletekre gondolunk).

Felmerül tehát a kérdés, hogy mi történik az bolyongásnál megszokott statisztikai tulajdonságokkal, ha nagyobb visszatekintéssel, illetve nem normális eloszlású hibatarokkal ruházzuk fel őket? A szemléltetés kedvéért négy esetet mutatok be az 1.1. táblázatban (1000 elemű szimulált idősor százszoros ismétlésben), ahol az alapmodelltől történő fokozatos távolodás a statisztikai tulajdonságok megváltozását eredményezte. A bolyongáshoz illesztett visszatekintés a múltbeli hibatarra (ARMA(1,1) eset) az autokorreláltság és heteroszkedaszticitás megjelenését eredményezte, míg a hibatar eloszlásának változása a momentumokat érintette. Együttes hatásuk pedig már csupán gyengén stacioner idősort eredményezett.

1.1. táblázat Az alapmodelltől való eltérés statisztikai hatásai

| folyamat | átlag | | | | p>0,05 esetek száma | | | |
|---------------------------------------|-------|--------|-------------|------------|---------------------|-----------|---------|-----|
| | átlag | szórás | aszimmetria | csúcsosság | Jarque-Bera | Ljung-Box | ARCH-LM | ADF |
| alapmodellnél elvárt érték | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 3,00 | 100 | 100 | 100 | 0 |
| bolyongás | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 3,00 | 94 | 98 | 97 | 0 |
| bolyongás hatványeloszlású hibatarral | 0,86 | 1,91 | 8,90 | 167,07 | 0 | 98 | 95 | 0 |
| ARMA(1,1) | 0,00 | 1,41 | 0,00 | 2,98 | 96 | 0 | 0 | 0 |
| ARMA(1,1) hatványeloszlású hibatarral | 1,70 | 2,46 | 5,83 | 72,87 | 0 | 0 | 17 | 0 |

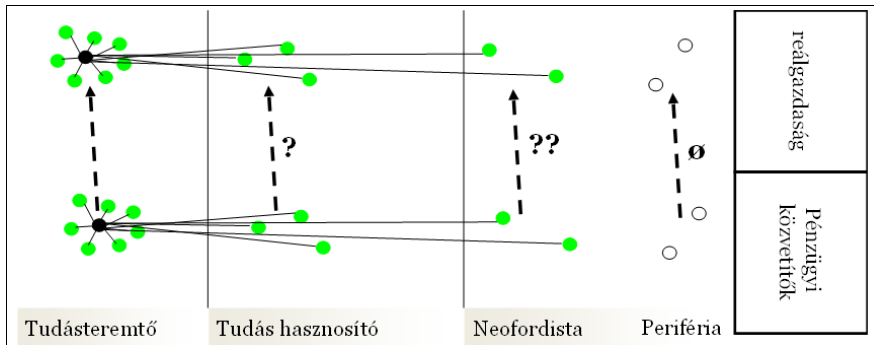
Megjegyzés: a szürkével jelölt statisztikai tulajdonságok az alapmodellnél elvárt esetek

Forrás: saját szerkesztés

1.4. Komplex piaci modell alkalmazásának elméleti következményei

Mind a reálgazdaság, mint a tőkepiacok felépítését jobban közelíthetjük a skálafüggetlen hálózatok modelljével (Chen 2008). A reálgazdaság tagozódására makro és szubnacionális szinten egyaránt jellemzőek a centrum-periféria kapcsolatok (Farkas 2011a, Farkas 2011b, Lengyel 2004, Lengyel 2006, Viturka et al. 2009), akárcsak a tőkepiacok esetében (Gál 2010). Lényeges azonban, hogy mennyire esik egybe a két hálózat (1.3. ábra) – földrajzilag mutatkozik-e átfedés a csomópontok között? Munkám második hipotézise erre a kérdésre keresi a választ.

1.3. ábra Átjárhatóság a tőkepiaci és a reálgazdaság hálózati között a tudástermelő, tudáshasznosító és neofordista régiókban



Forrás: saját szerkesztés

Barabási és Albert (1999) cikke óta számos esetben sikerült igazolni skálafüggetlen hálózatok létezését¹⁸ (Blanchard–Krüger 2006, Clauset et al. (2009), Csermely (2008). A tőkepiacok skálafüggetlen hálózat formájú felépítésének igazolása kapcsán ki kell emelnem Berlinger et al. (2011) munkáját, amelyben a hazai bankközi piac válság előtti és utáni felépítését hasonlították össze. Ananda et al. (2012) az amerikai bankközi piacon mutatták ki a hálózati felépítés és a szereplők finanszírozási helyzete közötti kapcsolat változását a 2007/2008-as válság során. Allen és Babus (2009) megkülönböztet eszköz- és forrásoldali kapcsolatokat, miközben kimutatták, hogy a pénzügyi hálózatok formáját javarészt a pénzügyi közvetítés jövedelmezőségét befolyásoló tényezők alakítják ki. A reálgazdasági szereplők mögött álló tőkepiaci szereplők (túlnyomórészt nyugdíj- és befektetési alapokat menedzselő bankok) koncentrátságát mutatta ki Vitali et al. (2011) munkája. Bech és Atalay (2008) az amerikai állampapírpiacra némi árnyalt a standard skálafüggetlen modellt, miután igazolták a kisebb bankok nagy bankok számára nyújtott hiteleit, mindazonáltal a hálózat fokszámoszlása vastag farkúnak bizonyult.

¹⁸ Az igazolás során nem feltétlenül a szereplők közötti interakciót vesszük csak figyelembe, léteznek a piacok közötti korreláció nyomán hierarchikus fák rajzolására alkalmas modellek, mint a „minimum spanning tree” (Bonanno et al. 2004) illetve „multifractal detrended fluctuation analysis” (Kantelhardt et al. 2002), amelyek alapján ugyanúgy kimutatható a piacok és piacon kereskedett eszközök közötti skálafüggetlen hálózatok léte.

Bár Forbes és Rigobon (2002) szerint létezik pénzügyi interdependencia a reálgazdaság hálózatában egymáshoz közel álló országok között, fertőzés esetén a piacok közötti együttmozgás szignifikánsan emelkedik (Caporale et al. 2005, Kuper–Lestano 2007) – különösen zuhanó trend esetén (Campbell et al. 2002). A keresleti és kínálati oldal között fennálló egyensúly megbomlásával Wong és Li (2010) szerint fertőzés esetén az azonos irányú tőkemozgások nemzetközi mértéket öltenek, ami a megemelkedő korrelációval karöltve keresztülhúz minden nemű védekező diverzifikációs törekvést (Campbell et al. 2002). Berlinger et al. (2011) a magyar bankközi fedezetlen forintpiac Lehman-csőd előtti és utáni hálózati felépítését vizsgálva is levonta azt a következtetést, hogy a csődöt követően a bankok közötti hálózat ritkásabbá vált, miközben több bank ki is esett a hálóból, vagy már csak egy kapcsolattal rendelkeznek. Emellett kiemelik, hogy a kibontakozó válság hatására több bank is elvesztette a korábbi kiemelkedő szerepét a hálózaton belül, és ezt a pozíciót mások kezdték betölteni. Ezáltal igazolható, hogy egy pénz- és tőkepiaci válság hatására még a hazai piaci hálózat felépítése is képest a fázisalakulásra.

A piaci hálózatok és cselekvők mainstream modellje (11) az alábbi módon épült fel:

$$r_n(a_r, sh_r, s_b, h_{e-k}), \quad (11)$$

ahol r_n a normális eloszlású árfolyamváltozásokat jelöli, míg a_r a racionális cselekvők, sh_r a random hálózatok, s_b a bolyongást mutató idősorok, illetve h_{e-k} a hatékonyság jele.

Az elmúlt két fejezetben láthatóvá vált, miként használhatóak egységes modellalkotásra az extrém események statisztikai és dinamikus tulajdonságai (12):

$$r_{n/x}(a_{kr}, sh_s, s_{a-h}, h_{gy}), \quad (12)$$

ahol $r_{n/x}$ az extrém hozamok alapmodellhez képest mért nagyobb tömegét jelöli, míg a_{kr} a korlátozottan racionális cselekvők, sh_s a skálafüggetlen hálózatok, s_{a-h} az autokorrelációt és heteroszkedaszticitást mutató idősorok, illetve h_{gy} a hatékonyság hiányának megfelelője.

Az 1.2. táblázat bal oldali oszlopa foglalja össze a hatékony piacok elmélete mögött álló cselevőhöz és hálózat-típushoz kapcsolódó tulajdonságait, míg a jobb oldali oszlop a fertőzéseket és divergenciákat eredményező alternatívát mutatja be. A megfigyelhető anomáliák fényében egyértelmű az igény, hogy a tőkepiac kapcsán ne csak a tökéletesen versenyző piacon racionálisan cselekvő szereplőkről modellje lebegjen a szemünk előtt. A volatilitás időbeli tömörülése (Stavárek 2009, Bekaert et al. 2005), a különböző időtávokon tapasztalt negatív és pozitív autokorreláció (Molnár 2006), valamint a hozamok hatványeloszlása (Komáromi 2004, Clauset et al. 2009) egyaránt igazolják az árfolyambuborékok létezését a tőkepiacokon. Ez esetben érdemes megvizsgálni, hogy a Komáromi (2004) által definiált buborék-típusok kapcsán mennyiben érdemes kiegészíteni a racionális szereplő hagyományos közgazdaságtani képét – tekintve, hogy Arrow (1986) szerint a racionalitás

sokkal inkább társas, sem mint egyéni jelenség. Okkám borotvájának Friedmani értelmezése szerint, amíg egy modell képes ellátni a predikció feladatát – függetlenül attól, hogy az alapfeltevései mennyire valóság közeli – és nincs jobb alternatíva, addig nem érdemes elvetni annak használatát (Friedman 1953)¹⁹. Mindez azt jelenti, hogy az extrém hozamok figyelembevételével a hagyományostól eltérő és némileg bonyolultabb világot kaptunk, amely közelebb áll a valósághoz. A megszokott modellt azonban csak abban az esetben cserélhetjük le, ha sikerül igazolni a fertőzések létrejöttét. A következő fejezetben sor kerül tehát a fertőzések általam alkalmazott statisztikai igazolhatóságának bemutatására.

1.2. táblázat A racionális cselekvő-véletlen hálózat páros és a korlátozottan racionális cselekvő-skálafüggetlen hálózat páros összehasonlítása

| cselekvő (a) | racionális (a _r) | korlátozott racionalitás (a _{kr}) |
|--|---|---|
| informáltság (I) | <i>környezet felmérése (i_e) tisztta (i_c) terjedelmes (i_r)</i> | <i>lehorgonyzott várakozások (i_{ca}) nem lineáris reakciók (i_{nl}) hibás információértelmezés (i_m) konzervativizmus (i_{ca})</i> |
| preferenciák (P) | <i>jól rendezett (p_o) stabil (p_s)</i> | <i>törékeny preferenciák (p_o) keretelési hatás (p_r)</i> |
| számolási képesség (C) | <i>értékelés (c_e), alternatívák figyelembevétele (c_a), optimalizálás (c_o)</i> | <i>trendkövetés (c_{ac}) iránykereskedés (c_{tr})</i> |
| a két modell cselekvőjének racionalitása | $a_r(i_e, i_c, i_r, p_o, p_s, c_e, c_a, c_o) > a_{kr}[(i_e, i_c, i_r, p_o, p_s, c_e, c_a, c_o)-(i_{ea}, i_{nb}, i_{m}, i_{ca}, p_{or}, p_f, c_{ac}, c_{tr})]$ | |
| hálózat (sh) | véletlen (sh _r) | skálafüggetlen (sh _s) |
| elemek közötti átlagos távolság (pa) | $pa_r > pa_s$ | |
| csoportosulási koefficiens (cl) | $cl_r < cl_s$ | |
| kapcsolati dinamika (dy) | $dy_r \sim N(\mu, \sigma) > dy_s \sim k^\alpha$ | |
| kisvilág (sw) | $sw_r \approx sw_s$ | |
| belső hierarchia oka | <i>nincsenek kapcsolódási preferenciák, homogén, mellérendelt viszonyok</i> | <i>kapcsolódási preferenciákból fakadó aszimmetria (csekély számú csomóponti és nagyszámú egyéb cselekvő)</i> |
| érzékenység | <i>hibatűrő</i> | <i>hibatűrő, de célzott támadásra érzékeny</i> |
| átmenet | <i>a skálafüggetlen hálózat szétesése esetén átmenetileg ölthet véletlen hálózati formát is (fázisátalakulás)</i> | |

Forrás: saját szerkesztés

¹⁹ Ez a Friedmani okfejtés némileg ellentmondásos, miután a tőkepiacok hatékonyságához sokkal több peremfeltételt kell definiálnunk, mint a komplex tőkepiacok esetében. Mindazonáltal a piacok hatékonysága addig nehezen vehető el, amíg nem állítunk fel a cselekvőkre, piaci felépítésre és ezek statisztikai következményeivel kapcsolatos feltevéseken alapuló modellt.

Munkám szempontjából az extrém események dinamikus tulajdonságainak elemzése tette lehetővé, hogy a vizsgált tőkepiacok között aszimmetrikus viszont tételezzek fel, amennyiben az ún. vezető piac több hub-jellegű autonóm cselekvővel bír, mint a többi piac. Miután a kelet-közép európai régió tőkepiaci szereplői tulajdonosi háttérüket, illetve tőkéjük forrását tekintve számottevő a régió kívüli kapcsolatokkal rendelkeznek (Kovács 2009, Árvai et al. 2009), ezt a feltevést könnyen elfogadhatjuk. A kettesszámú hipotézisem szempontjából azonban nem mindegy, hogy a vezető piacként végül az amerikai vagy a német illetve euró-zóna benchmarkjai állják meg jobban a helyüket.

1.5. Tőkepiaci fertőzések szakirodalmi megjelenése

Ebben az alfejezetben a tőkepiaci fertőzésekkel foglalkozó cikkek főbb tanulságait foglalom össze. Ennek során áttekintem a vizsgált régiók és piacok körét, a mintában szereplő időszakokat és a mintavétel alapjául szolgáló időszakot. Ezt követően kitérek a főbb módszertani eljárásokra, majd kitérek a főbb következtetésekre.

Az általam vizsgált 15 cikk²⁰ fele-fele arányban foglalkozott fejlett országok között illetve fejlett (USA, Egyesült Királyság, Ausztrália, Japán, Kanada, Németország, Euro-övezet) és feltörekvő országok (Latin-Amerika, Kelet-Ázsia, Oroszország, Kelet-Közép Európa, Baltikum) között kialakuló fertőzésekkel, jellemzően a kilencvenes évek válságait és a kétezres évek első felét vizsgálva napi záró árfolyamokra támaszkodva. Magának a fertőzésnek a definíciója nem tért el az általam használt világbanki szabványtól: Bekaert et al. (2005) valamint Van Royen (2002) a tágabb definíciót alkalmazta²¹, míg Caporale et al. (2005) a szűkebb definíciót választotta²².

Különbség leginkább az idősorok szétválasztásának módjában van – abban, hogyan jelölik ki azokat a halmazokat, amelyeket összevetve megállapíthatják a fertőzés létrejöttét. Legegyszerűbb megoldásnak a múltbeli válságok „nevezetes” időablakainak hétköznapi tartott időablakokkal való összevetése bizonyult. Bonnano et al. (2001) a komplexitás harmadik elemének tartott kollektív viselkedés tanulmányozása során hasonlították össze az extrém-

²⁰ Bali–Engle (2010), Bekaert et al. (2005), Bonanno et al. (2001), Bubák et al. (2011), Caporale et al. (2005), Chen és Zhang (1997), Goetzmann et al. (2005), Heathcote–Perri (2004), Kasch–Haroutounian–Price (2001), Kuper–Lestano (2007), Longin–Solnik (2001), Markwat et al. (2009), Savva (2009), Syllignakis–Kouretas (2011), Van Royen (2002).

²¹ Fertőzés: „a makrogazdaság fundamentális állapotához képest kiugró korreláció” (Bekaert et al. 2005, 1. o.), „a makrogazdasági fundamentumok nem várt és ellenkező irányú változásai által előidézett sokkok” (Van Royen 2002, 35. o.).

²² Fertőzés: „különböző országok részvénypiaci hozamainak együttmozgásának fokában kimutatható szignifikáns növekedés” (Caporale et al. 2005, 476. o.).

nek tartott 1987. október 19-i napot a tipikusnak tartott 1997. május 6-i nappal, hogy így illusztrálják a napon belüli hozamok átlagai és a mediánjai közötti különbséget. Van Royen (2002) valamint Kuper és Lestano (2007) szintén előre kijelölte az ázsiai és orosz válság időszakait, hasonlóan Bubák et al. (2011) munkájához akik a viszonylag eseménytelen 2003–2007 intervallumot vetették össze a turbulens 2008–2009 idősakkal.

Markwat et al. (2009) a válságos napokat a hozamok tapasztalati eloszlásának 5 százalékos kvantilis intervallumába esése alapján definiálta. Longin és Solnik (2001) a POT alapjaira építve definiálta az extrém hozamot egy θ -vel jelölt korlát átlépésével. Savva (2009) news impact görbék segítségével ábrázolta vizuálisan a tipikus és extrém időszakok közötti különbségeket. A Diebold–Yilmaz (2009) index nullától eltérő értéke által jelzett volatilitás átgűrűzésének (*volatiltiy spillover*) mérésére támaszkodott Bubák et al. (2011).

Módszertani szempontból megkülönböztethetünk kizárólagosan regresszió-alapú és a korrelációkat a regresszió valamely formájával ötvöző megoldásokat. Syllignakis és Kouretas (2011) 54 hetes gördülő lépésenkénti („*rolling stepwise*”) regresszió segítségével bontotta fel komponenseire az általa vizsgált piacok közötti dinamikus feltételes korrelációt – ezt az eljárást az endogenitás és a beágyazott változók problémája nehezíti. Markwat et al. (2009) a részvénypiaci válságok kamatpolitikai, kötvény- és devizapiaci előzményeit igyekeztek feltárni az általuk létrehozott regressziós modellben. Bekaert et al. (2005) feltételes CAPM modellel hasonlították össze a mexikói és az ázsiai válság fertőző jellegét, míg Van Royen (2002) VAR (vektorautoregresszió) modellel hasonlította össze az orosz és ázsiai válság természetét. Munkám szempontjából kiemelkedő fontosságú Kasch-Haroutounian és Price (2001) munkája, ahol különböző GARCH modellek illeszthetőségét vizsgálták, majd az így kapott hibatagokra BEKK-GARCH modellt illesztve vizsgálták a korreláció időbeli változását. Végezetül meg kell említenem a kizárólag korrelációs számítására támaszkodó – így a heteroszkedaszticitás torzító hatását figyelmen kívül hagyó – munkákat, mint például Goetzman et al. (2005) cikkét, amelyben 60 napos gördülő korrelációval vizsgálták 1850 és 2000 között a világ részvénypiacainak együttmozgását. Heathcote és Perri (2004) a reál és pénzügyi ciklusok együttmozgásának összehasonlítása során ellenben támaszkodott a Forbes és Rigobon (2002) által létrehozott javított korrelációs koefficiensre.

A fenti cikkek nyomán az alábbiakat mondhatom el a tőkepiacok válságok során mutatott együttmozgásáról: egyfelől kérdéses a reál és a pénzügyi szféra kapcsolata, másfelől megkérdőjelezhető a diverzifikáció hatásossága. Goetzman et al. (2005) rámutattak, hogy a világ részvénypiacai leginkább az 1890–1914-es és az 1972–2000-es időszakokban mozogtak leginkább együtt – a tőkepiacok relatív nyitottsága kedvez a kockázatok szétterjedésének. Heathcote és Perri (2004) az 1972–1986-os és az 1987–2000-es időszak össze-

hasonlítása kapcsán arra jutott, hogy az előbbi időszak sokkal inkább szólt a reálgazdaságok integrációjáról – a GDP, foglalkoztatottság és beruházások együttmozgásáról, szemben az utóbbi időszakokkal, amikor a reálgazdasági mutatók korrelálatlanná váltak, míg az osztalékok, a fogyasztás növekvő együttmozgását tapasztalhatjuk, ami maga után vonta nettó export magasabb ingadozását. A válságok országról országra gyűrűződése kapcsán Chen és Zhang (1997) a fejlett és ázsiai piacok esetében a külkereskedelmi kapcsolat szoroságára, mint a fertőzés közvetítő csatornájára hivatkozott. Van Royen (2002) ezt a képet oly módon árnyalta, hogy rámutatott az ázsiai válság regionális jellegére – szemben a globális hatású orosz válsággal. Számára tehát a válságok fundamentális háttere lényegtelen, a befektetői kockázati várakozások hirtelen változására vezet vissza a fertőzések létrejöttét. Syllignakis és Kouretas (2011) 2007–2009-es sub-prime válsággal kapcsolatos eredménye is a csordaszellem („herding”) érvényesülésére utalt, de ő a kelet-közép európai országok esetében kiemelte a fundamentumok változásának fontosságát is.

Az általam vizsgált régió esetében Stavárek (2009) rámutatott a régiós devizák szoros együttmozgására, amit Bubák et al. (2011) oly módon finomítottak, hogy rámutattak a napon belüli volatilitás átgyűrűzésére, illetve a 2008-at követő időszak izolációjára. Syllignakis és Kouretas (2011) a régió részvénytársaságainak heti ingadozása esetében csak a sub-prime válság kapcsán tapasztalt fertőzést – szemben az ázsiai, orosz illetve dot-com válsággal. Ugyancsak ez a cikk hívja fel a figyelmet a fertőzések földrajzi visszavezethetőségének problémájára, miután ők az amerikai, orosz és német illetve balti és kelet-közép európai részvénytársaságok esetében nem tapasztaltak ilyet. Az EU-s tagság minden esetre a részvénytársasági diverzifikációt rontó tényezőként jelent meg számukra, ami Savva (2009) hasonló eredményére emlékeztet – az euró-bevezetést követően az euró-zónába eső részvénytársaságok együttmozgása megnőtt és stabilabbá vált.

A fenti eredmények tükrében érdemes tehát megvizsgálni, mi történik, ha a fertőzések és divergenciák létrejöttét egyes piacok normál eloszlás alól történő kilógása mentén definiálom.

2. Módszertan – alapstatisztikák, extrém elmozdulások, volatilitás modellek és fertőzések

Ebben a fejezetben fogalmazom meg azokat az idősoros szempontból lényeges jelenségeket, amelyek kapcsolódnak a piaci hatékonyság, extrém árfolyammozgás, a volatilitás vagy a fertőzések témaköréhez.

A mintában szereplő tőkepiaci idősorok statisztikai tesztelése során rávilágítok azok alapmodelltől vett eltéréseire. Az elemző statisztikák először az extrém és normál események különválasztására alkalmazott és alkalmazható eljárásokat mutatom be, majd a GARCH illesztések során a heteroszkedaszticitás kezelését mutatom be, ezt követően a dinamikus feltételes korrelációt számítom ki, végül bemutatom a napi bázison végrehajtott fertőzés-értékelés módszerét.

Az előző fejezetben megismerhettük, hogy a piacok válságjelenségei azok szerkezetéből (hálózati topológiájából) is fakad. Forbes és Rigobon (2002) a tőkepiaci fertőzések meghatározására négy módszert említ meg: a piacok közötti korrelációs koefficiens használatát, az ARCH-GARCH modellekből származó megoldásokat, a kointegrációs eljárásokat és a fertőzés transzmissziós csatornáinak közvetlen feltérképezését. A hagyományos keresztkorrelációszámítást épp az ő cikkük vetette el – érvelésükre később munkám is kitér. Az ARCH-GARCH modellek szerintük csupán a volatilitás terjedésének kimutatására alkalmasak, ami abból a szempontból sajátos, hogy Engle dinamikus feltételes korrelációkat (*Dynamic Conditional Correlation - DCC*) bemutató cikke épp 2002-ben jelent meg (Engle 2002). A kointegráció módszerét csak hosszabb időszakok felölelésére tartják alkalmasnak, míg rövid távú változások kimutatására már kevésbé. Illetve eleve nehéz lenne egy három állapotot felvevő extrém változóval magyarázni a korreláció alakulását. Az utolsó csoport pedig nem a Világbank szűken értelmezett definícióját alkalmazza a fertőzésekre. Munkám során a Robert Engle (2002) által létrehozott DCC modell alkalmazása a célom, ezért a korrelációt övező problémák bemutatását követően ezt tárgyalom.

Munkám során a Matlab 2014a szoftverre támaszkodom, amelyhez a Kevin Sheppard (Oxford) által fejlesztett „UCSD GARCH” és az „Oxford MFE” csomagokat²³ használtam fel az idősorelemzés során, azonban az egyes elemzéseim során a saját kódokat írtam, azok alkalmazását a vonatkozó alfejezeteknél részletesen is bemutatom. Ebben a fejezetben először mindig bemutatom az egyes eljárások elméleti hátterét, majd mellékelem annak Matlabban történő megoldását a kimenetek értelmezésével egyetemben.

²³ UCSD GARCH: http://www.kevinsheppard.com/wiki/UCSD_GARCH; Oxford MFE: http://www.kevinsheppard.com/wiki/MFE_Toolbox

2.1. Matlab alapok

Ebben az alfejezetben a Matlabban történő kódolás alapjait mutatom be annak érdekében, hogy a később bemutatott megoldásaim érthetőek legyenek (a háttér kiemelésével különböztetve meg a kódokat a matematikai formalizmustól). A pénzügyi idősorok elemzése során egyváltozós esetekben vektorokkal, többváltozós esetekben mátrixokkal dolgozunk. Az idősor esetében az oszlopok az egyes piacokat jelölik (kivéve az első, dátum oszlop, amennyiben értelmezve van), a sorok pedig az időpontokhoz rendelt értékváltozásokat. Mindkét esetben hivatkozhatunk azok soraira és oszlopaire, melyeket rendre i -vel és j -vel jelölök. Ez alapján az M mátrix 3. sorát valamint 1. és 2. oszlopát az alábbiak szerint jelölöm ki:

$$M = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & m_{1,3} \\ m_{2,1} & m_{2,2} & m_{2,3} \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} \end{bmatrix}, \text{ majd}$$

$$i=3;$$

$$j=1:2;$$

$$v=M(i,j);$$

amelynek eredményeképpen $v = [m_{3,1} \quad m_{3,2}]$. A függvények meghívása esetén az inputok mindig a függvény neve mögött találhatóak zárójelbe helyezve az egyenlet jobb oldalán, míg az output a szögletes zárójelben található a baloldalon. Példa gyanánt nézzük meg az M mátrix sora-inak és oszlopainak számát!

```
[sorok_szama,oszlopok_szama]=size(M);
```

Bizonyos esetekben egy vagy több feltétel mentén kell értékelnünk a mátrix valamennyi sorát és oszlopát. Gyűjtsük ki ezúttal az M mátrix 3-nál nagyobb értékeit az N mátrixba, valamint az 1-nél kisebb elemek helyébe helyettesítsünk be 9-et, a fennmaradó esetek helyére pedig tegyünk nullát!

```
[sorok_szama,oszlopok_szama]=size(M);
for j=1:oszlopok_szama
    for i=1:sorok_szama
        if M(i,j)>3
            N(i,j)=M(i,j);
        elseif M(i,j)<1
            N(i,j)=9;
        else
            N(i,j)=0;
        end
    end
end
end
```

2.2. ARMA(p,q) folyamatok és illesztésük

Azt a jelenséget, hogy a jövőbeli árfolyama változások legjobban a mai árfolyam változása alapján becsülhetők, bolyongásnak (13) (*random walk*) nevezzük:

$$r_t = \omega + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (13)$$

ahol $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ jelöli az új információk hatását (információs sokk)²⁴ és r_t jelöli az eszköz árazását t időpontban, α pedig a csúsztatási paraméter.

A bolyongás speciális kiterjesztésének tekinthetők az autoregresszív mozgóátlag folyamatok (ARMA(p,q)) (14), amelyekben mind a múltbeli hozamok és hibatagok egyaránt megjelennek, sajátos memóriát biztosítva az idősor alakulásának:

$$r_t = \omega + \sum_p^1 \beta_p r_{t-p} + \sum_q^1 \alpha_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t. \quad (14)$$

ahol q és p összege kisebb, mint 1 (Alexander 2008).

ARMA(p,q) folyamat készítéséhez definiálni kell az α , β , ω paramétereket, valamint az ε_t adatgeneráló folyamatát, ami legegyszerűbb esetben véletlen számok generálását jelenti.

```
I=1000;
J=1;
p=1;
q=1;
epsilon=randn(I,J);
omega=0;
alfa=0.2
beta=0.7
r(1,1)=0;
for j=1:J
for i=(1+p):I
    r(i,j)=omega+beta*r(i-p,j)+ alfa* epsilon (i-q,j)+ epsilon(i,j);
end
end
```

Amennyiben egy idősor esetében szeretnénk megbecsülni a késleltetések fokát valamint az egyes ismeretlen $\theta_1, \dots, \theta_m$ paraméterek $p(x, \theta)$ értékét. A paraméterek becslésében a Maximum Likelihood Estimation (MLE) módszert alkalmazzuk, $\Theta \in \mathbb{R}^m$ sűrűségfüggvényeit becsülve meg, ha az általunk megfigyelt x valószínűségi változóknak ismert sűrűségi függvénye van (Brockwell–Davis 2002). Ez az eljárás

²⁴ A hibatag normál eloszlásának, nulla várható értékének és egyes szórásának feltételezése eredményezi az árfolyamok véletlen ingadozását.

biztosítja a paraméterbecslések valós paraméterek irányába történő konvergenciáját, még akkor is, ha hibás feltételes eloszlást becsültünk (Sheppard 2009). Az Akaike Információs Kritérium (AIC) értékének nullától vett távolsága adja meg a különbséget a becslés és a „valós modell” között (minél kisebb AIC értékkel rendelkezik egy modell, annál jobban illeszkedik). A modell illesztéséből kapott $\ln \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right]$ loglikelihoodot kompenzálni kell a p és q rendek értékével (15).

$$\begin{aligned} AIC &= \ln \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right] - 2 * (p + q + 1) \\ AIC &= ll - 2 * (1+p+q); \end{aligned} \quad (15)$$

A Schwarz-féle Bayesi Információs Kritérium (BIC) elég nagy T mintaelemszám esetén maximalizálja a jó választás totális valószínűségét. Emellett bizonyíthatóan konzisztens, vagyis mind az alulbecslés, mind a túlbecslés valószínűsége 0-hoz tart.

$$\begin{aligned} BIC &= \ln \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right] - \ln(T) * (p + q + 1) \\ BIC &= ll - \log(T) * (1+p+q) \end{aligned} \quad (16)$$

AIC használatával valószínű a paraméterek aszimptotikus túlbecsülése, szemben a BIC-re jellemző alulbecsléssel (Lütkepohl–Kratzig 2004). Adott maximális p és q értékek feltételezése mellett egy „data” oszlopvektor BIC-szerint optimális ARMA(p,q) modelljét az alábbiak szerint számolhatjuk ki az MFE-toolbox segítségével.

```
T = length(data) - MAX_AR;
for p=0:MAX_AR
    for q=0:MAX_MA
        [para,ll,ser] = armaxfilter(data,1,1:p,1:q,[],[],[],MAX_AR);
        BICs(p+1,q+1) = abs(ll - log(T) * (1+p+q));
    end
end
[BIC_AR,BIC_MA] = find(BICs==min(min(BICs)));
disp('BIC alapján p és q értéke:');
disp([BIC_AR - 1 BIC_MA - 1]);
[parameters] = armaxfilter(data,1,1:BIC_AR - 1,1:BIC_MA - 1);
```

2.3. Többváltozós idősorok hiányzó adatainak kezelése²⁵

A többváltozós idősorok elemzése során szinkronizált és folytonos adatokra van szükségünk – azaz minden kereskedési nap esetében valamennyi vizsgált piaci eszköz esetében rendelkezniük kell egy árfolyammal. Mindazonáltal lehetnek olyan speciális alkalmak, ahol egy vagy több adat hiányzik a kereskedési aktivitás hiánya miatt. Ebben az alfejezetben a hiányzó adatok pótlására alkalmazott főbb módszereket hasonlítom össze. A hiányzó adat (vagy hiányzó érték) definíciója az alábbi: „azon adatok összessége, melyek nem találhatóak meg a vizsgálatra kiválasztott mintában” (Kang 2013), idősorok esetében az adathiány az adatgeneráló folyamat átmeneti felfüggesztése miatt jön létre (Graham 2012). Az idősorok esetében komoly elvárásokat szokás megfogalmazni: a hiányzó adatok kezelése során sem illik torzítani az ARIMA és GARCH paramétereket, rontani a reprezentativitást vagy az átlag, szórás értékét és autokorreláltság fokát (Juan Carlos et al. 2010, Kang 2013).

A pénzügyi idősorok, különösen a napi záróárfolyamok esetében előfordul adathiány a kereskedési adatokban, hiszen egyes piacok zárva tarthatnak, míg a többi piacon javában zajlik a kereskedés. Ez egy érdekes többváltozós jelenség. A piacokon a kereskedés hiánya egyrészt a nemzeti sajátosságokra vezethető vissza, mint például az ünnepek, hétfvégék, másrészt a piaci erők okozta illikvid helyzetekre (ez leggyakrabban a small-cap részvényekkel²⁶ fordul elő), továbbá az árak hirtelen összeomlása miatt felfüggesztésre. Óriási irodalma van az árképzést és a piaci hatékonyságot aláásó jelenségeknek, amelyek közül a legtöbbet idézett a “hétfvége hatás” (*weekend effect*) (Keim–Stambaugh 1984, Robins–Smith 2015, Shahid–Mehmood 2015).

A szakirodalom három típusát különbözteti meg az adathiánynak (Graham 2012, Junger–Leon 2015, Oravecz 2008):

- teljesen véletlenszerű adathiányról (missing completely at random, röviden: MCAR) akkor beszélhetünk, amikor az adathiány nem függ az adatok értékétől vagy más, különösen a megfigyelt változó értékeitől. A kihagyásuk nem torzítja a becslésünket a homogenitásuk miatt (Enders 2010, Junger–Leon 2015, Kang 2013).
- véletlenszerű adathiány (missing at random, röviden: MAR) esetén a hiányzás attól a változótól független amely adatsorában felmerül (Kang 2013), de valamilyen mechanizmust feltételezhetünk a hiányzás mögött (Graham 2012). Kihagyásuk károsíthatja az olyan időbeli struktúrákat, mint az autokorreláció, trendek vagy szezonális (Junger–Leon 2015).
- nem véletlenszerű adathiány (missing no at random, röviden: MNAR) akkor következik be, ha a hiány nem független az azt tartalmazó változótól (Oravecz 2008), de amikor lehetséges, akkor torzítatlan becslést illeszthetünk a hiányzó adatokra (Graham 2012).

²⁵ Ez az alfejezet az alábbi cikk kivonatolt változata: Sávai–Kiss (2016).

²⁶ Erről a jelenségről bővebben ír például Giovanni (2005).

Előfordul, hogy az adathiányt a kutató nem tudja kezelni, mert az eloszlása ismeretlen, a MAR esetén csak feltételezéssel lehet élni (Graham 2012).

Tegyük fel, hogy a vizsgált n külföldi deviza közül kiválasztott i -dik deviza ($1 \leq i \leq n$) árfolyamából vett P_i minta (17) minden y kereskedési napon v mintamérettel az alábbiak szerint írható le:

$$P_i = \begin{bmatrix} y_1 & p_{i,1} \\ \dots & \dots \\ y_v & p_{i,v} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Emellett kiválasztunk még egy másik k -adik ($1 \leq k \leq n$, és $k \neq i$) devizát is (18) w minta és z ($z \neq y$) időindexszel.

$$P_k = \begin{bmatrix} z_1 & p_{k,1} \\ \dots & \dots \\ z_w & p_{k,w} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

A minta mérete rendre megegyezik a kereskedési napok számával. Ha a fentiek mentén leírható $P_{1,\dots,i,k,\dots,n}$ mátrixokat egyesíteni kell egy többváltozós elemzés céljából, akkor az időindexek összehangolására (szinkronizációjára) van szükségünk. A következőkben három különféle adathiány kezelésére használható Baraldi et al. (2015) által is leírt gyakorlatot vázolok.

Az első, az adathiányt tartalmazó esetek listászerű vagy páronkénti törlése (listwise vagy pairwise deletion), amikor eltávolítjuk azokat az intervallumokat, ahol legalább egy hiányzó adatunk van. A törlés az idősor töredezettségét okozhatja vagy torzítóvá válhat a paraméter becslése, ezért csak MCAR adathiány esetén alkalmazható (Kang 2013). A listászerű adattörlés (19) esetén kizárunk minden olyan esetet, amikor legalább egy érték hiányzik:

$$T = Y \cap Z. \quad (19)$$

A második, az adathiány átlaggal vagy a rendelkezésre álló historikus mediánal történő pótlása, amit Junger–Leon (2015) is javasol aszimmetrikus adatok esetén. Ennek a módszernek is hasonló hatása lehet, mint az előzőnek a tőkepiaci logaritmikus hozamokra, melynek időszora zéró átlagú és móduszú²⁷. Ezt a megoldást Graham (2012) nem javasolja az MCAR adathiány esetén, az eloszlások magasabb átlag körüli koncentrációja és a standard hibák és variancia alulbecslése miatt (Junger–Leon 2015, Enders 2010). Az

²⁷ Feltételezve, hogy P_t and P_{t-1} árak megegyeznek és logaritmikus hozamuk nulla: $r_t = \log(P_t / P_{t-1}) = (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1} = 0$.

átlaggal való pótlás (20) csak akkor alkalmazható, ha a logaritmusos hozamok nulla közeli átlaggal és módusszal rendelkeznek. Az utolsó elvégzett megfigyelés értékelése (*Last observation carried forward* – LSCF) módszer alkalmazása szintén erre az eredményre vezet – nulla logaritmusos hozamot produkálva:

$$T = (Y \cup Z) \text{ és } p_{i,o} = p_{i,o-1} \text{ és } T \notin (Y \cap Z). \quad (20)$$

A harmadik és egyben legmodernebb eljárás típusok a hiányzó adatokat megpróbálják rekonstruálni, minimalizálva a hibafüggvényt (Baraldi et al. 2015, Ceylan et al. 2013, Juan Carlos et al. 2010). A várakozás maximalizációs (expectation maximalization, röviden: EM) modellek közül a leggyakrabban alkalmazott a maximum likelihood becslés, de neurális hálózatokra építő és genetikus struktúrán alapuló megközelítései is elterjedtek (Ceylan et al. 2013, Juan Carlos et al. 2010). A várakozás maximalizációs eljárások hátránya, hogy számítási módja több időt vehet igénybe, mert az EM algoritmus és a likelihood függvény nehezen számítható ki (Ruud 1991) valamint szükség lehet további adatgeneráló modellre is (Houari et al. 2013). Nem okoznak problémát MCAR adathiány esetén, ilyenkor jól használhatók az EM eljárások. A torzítatlan MAR és magasabb hatékonyságú MCAR esetén a legjobb választási lehetőség a maximum likelihood a hiányos multinormális adatok kezelésére, ugyanis ezek az eljárások kevésbé torzítanak, mint az adathiány törlése vagy az átlaggal való pótlás. A maximum likelihood előnye függ a hiányzó adatok arányától, a mintanagyságtól és adatstruktúra kovarianciájától (Wothke 1998). Az általános várakozás maximalizációs algoritmus alapja egy iterált lineáris regressziós elemzés, de ezt helyettesítettük egy gauss eloszlású regressziós paraméter feltételes maximum likelihood becslésével (21) Schneider (2001) tanulmánya²⁸ alapján. Egyes $p_{t,i} \in P$ hiányzó értékkel rendelkező mátrix esetén, a hiányzó értékkel (kereskedési napok) rendelkező árak és a rendelkezésre álló értékekkel megadott árak közötti kapcsolatra lineáris regressziós modell írható fel:

$$p_{NaN} = \mu_{NaN} + (p_a - \mu_a)B + \varepsilon \quad (21)$$

Ahol a a meglévő adatot jelenti, $B \in \mathfrak{R}^{n_a \times n_{NaN}}$ pedig a regressziós együtthatók mátrixa a hiányzó és meglévő értékek kovariancia mátrixával, az n számú összes mintából. Az $\varepsilon \in \mathfrak{R}^{1 \times n_{NaN}}$ reziduumból feltételezzük, hogy nulla-átlagú, és hogy $C \in \mathfrak{R}^{n_{NaN} \times n_{NaN}}$ egy ismeretlen kovariancia mátrix vektor. Az EM algoritmus iterációiban a $\mu \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ átlagát és a $\Sigma \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ kovariancia mátrix becslését adottnak tekintjük, és ezek becsléséből számoljuk ki a B mátrix regressziós együtthatóira és a C kovariancia mátrix hibatajaira vonatkozó feltételes maximum likelihood becsléseket minden hiányzó értéket tartalmazó bejegyzésre – hogy az algoritmus minden hiányzó érték helyére imputált értéket helyettesítse be a teljes μ vektor és Σ mátrix újraszámítását megelőzően.

²⁸ A számoláshoz használt Matlab-kód is ezen alapul, amely letölthető: <http://climate-dynamics.org/software/#regem>.

A fenti eljárásokkal szinkronizált többváltozós idősorokon végrehajtott érzékenység-vizsgálat során a modellben szereplő bizonytalan input torzításának vizsgálatát, a középértékek, autókorrreláció kerül vizsgálatát érdemes elvégezni, meghatározva egyúttal az adathiány százalékos súlyát a mintában (Kang 2013, Graham 2012).

```
% 1. Hiányzó adatot (NaN) tartalmazó sorok törlése
T=size(raw)
for i=1:length(raw)
    if sum(raw(i,:)>0)==T(1,2)
        good_raw(i,:)=i;
        good_dates(i,1)=raw(i,T(1,2));
    else
        good_raw(i,:)=0;
        good_dates(i,2)=raw(i,T(1,2));
    end
end
nice_raw=nonzeros(good_raw);
for i=1:length(nice_raw)
    Excluded(i,:)=raw(nice_raw(i,1,:));
end
% 2. Nulla körüli várható érték biztosítása
x=10^-6;
Zeroer=raw;
for j=1:T(1,2)
    for i=1:length(raw)
        if Zeroer(i,j)==0
            Zeroer(i,j)=Zeroer(i-1,j)+x;
        end
    end
end
% 3. Regularized Expectation Maximization (EM) eljárás
for i=1:length(raw)
    for j=1:T(1,2)
        if raw(i,j)==0
            raw_nan(i,j)=NaN;
        else
            raw_nan(i,j)=raw(i,j);
        end
    end
end
end
cd 'c:\documents\matlab\Imputation'
[RegEM, M, C, Xerr, B, peff, kavlr, kmisr, iptm] = regem(raw_nan);
```

2.4. Alapstatisztikák

A leíró statisztikák alkalmazásának célja, hogy ellenőrizzük vizsgált idősorok megfelelését az alapmodell elvárásainak – ami a hozamok normál eloszlását, gyenge stationaritását, autokorrelálatlanságát és homoszkedaszticitását feltételezi. Az autokorreláció és a homoszkedaszticitás sérülése önmagában már elegendő a másik két feltétel, különösen a normál eloszlás sérüléséhez és viszont. A szórás időbeli stabilitásának hiánya különösen megnehezíti bármilyen, piaci eszközök közötti korrelációra építő kockázatkezelési stratégia alkalmazását.

Az alapmodell feltételezi a hozamok várható érték körüli szóródását, és gyors lecsengését. Egy **normál eloszlás** esetében a lecsengés dinamikáját jelző farkak exponenciálisak, középpértékei nagyrészt fedik egymást, illetve kis szórással rendelkeznek (Jentsch et al. 2006).

Munkám során Wong–Li (2010) nyomán a **Jarque-Bera tesztre** támaszkodom, ahol az 5% alatti p érték a normál eloszlás elvetését jelenti²⁹. A teszt az r_t^s asztandardizált hozamok harmadik és negyedik momentumainak (csúcsosság és aszimmetria) standardizált normál eloszlással vett konzisztenciájának vizsgálatán alapul T elemszám mellett (22):

$$H_0: E(r_t^s)^3 = 0 \text{ és } E(r_t^s)^4 = 3, \text{ míg } H_1: E(r_t^s)^3 \neq 0 \text{ vagy } E(r_t^s)^4 \neq 3. \\ JB = \frac{T}{6} [T^{-1} \sum_{t=1}^T (r_t^s)^3]^2 + \frac{T}{24} [T^{-1} \sum_{t=1}^T (r_t^s)^4 - 3]^2 \quad (22)$$

A tesztstatisztika aszimptotikus $\chi^2(2)$ eloszlással rendelkezik, amennyiben a nullhipotézis elfogadható, míg a JB nagy értéke esetén a nullhipotézis elvethető (Lütkepohl–Kratzig 2004).

A Matlab egyik legfőbb előnye, hogy képes egy számolási feladat ismételt elvégzésére – esetünkben a Jarque-Bera teszt elvégzésére az összes oszlop esetében. A teszt kimenetét a könnyebb áttekinthetőség érdekében egy leíró statisztikákat gyűjtő mátrixban helyezem el. A $H=0$ esete ($p>5\%$) normál eloszlásra, míg a **$H=1$ eset ($p<5\%$) a normál eloszlás hiányára utal.**

Lütkepohl és Kratzig (2004) illetve Brockwell és Davis (2002) könyvében definiálja a **stationaritás erős, kovariancia (gyenge)** és az **aszimptotikus** változatait. Az **erős stationaritást** egy X_1, X_2, \dots diszkrét idejű véletlen folyamat együttes eloszlásából szokás levezetni, amennyiben bármilyen egész $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ -ra és bármilyen m egészre igaz, hogy az $(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_k})$ és $(X_{i_1+m}, X_{i_2+m}, \dots, X_{i_k+m})$ együttes eloszlása megegyezik. Ezért: $E[X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_k}] = E[X_{i_1+m}, X_{i_2+m}, \dots, X_{i_k+m}]$. Amennyiben X^k jelöli az X_t , $t \in \mathbb{Z}$ folyamat k -eltolású ($k \in \mathbb{Z}$) folyamatát, az X^k és az X_t a véges dimenziós eloszlás folytán ekvivalens lesz. **Kovariancia (gyenge) stationaritásról** beszélhetünk abban az esetben, amennyiben az idősor első és a második momentu-

²⁹ Általánosságban elmondható, hogy a $p>0,05$ értékek a tesztek nullhipotéziseinek elfogadását jelentik.

ma explicit módon nem függ az időtől³⁰. Tehát $E(x_t) = \mu_t$ minden $t \in T$ esetre, illetve $E[(x_t - \mu_t)(x_{t-m} - \mu_t)] = \gamma_t$ minden $t \in T$ illetve $t - h \in T$ esetre. Az *aszimptotikus stacionaritás* lép fel abban az esetben, ha az idősor egy előre meghatározott időpontban indul és ezt követően némi időre van szüksége a momentumok stabilizálódásához – a folyamat ez esetben a kezdőpont változtatásával stacionárius-sá tehető (Lütkepohl és Kratzig 2004, 11–12. o., Brockwell–Davis 2002, 15. o.). Egy idősort i -ed rendű integrálnak tekintünk, és $I(i)$ -gyel jelölünk, ha bár önmaga nem stacioner, ám az i -edik differenciáltja már az.

A bolyongás csupán az integrált folyamatok olyan speciális eseteként fogható fel Alexander (2008) szerint, ahol az első differenciált *iid*. Általánosan megfogalmazva, egy integrált folyamat első differenciáltja (23) rendelkezhet autokorrelált és mozgóátlag-komponensekkel – amennyiben stacioner:

$$R_t \sim I(1) \leftrightarrow r_t = \alpha + r_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ amennyiben } \varepsilon_t \sim I(0), \quad (23)$$

ahol $I(0)$ jelöli az idősor stacionerességét (Alexander 2008, 213. o.).

A nem stacionárius folyamatokat a trendstacionárius (determinisztikus trend) és az egységgyök (sztochasztikus trend, differencia-stacionárius) folyamatok alkotják. A trendstacionárius folyamatok (24) esetében a trend idősorból történő kivonása stacioner folyamatot eredményez:

$$r_t = \mu + \delta t + \varepsilon_t, \text{ ahol } \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2), E(r_t) = \mu + \delta t, V(r_t) = \sigma^2. \quad (24)$$

Az egységgyök folyamat (25) esetében az alábbi esettel van dolgunk:

$$r_t = \delta + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ ahol } \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2), E(r_t) = r_0 + \delta t, V(r_t) = t\sigma^2, \quad (25)$$

ahol $r_t = \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 r_{t-2} + \dots + \beta_p r_{t-p} + w_t$ esetet feltételezve a paramétereiből képzett $(1 - \beta_1 z + \beta_2 z^2 + \dots + \beta_p z^p) = 0$ polinom gyökei az egységkörön kívül helyezkednek el, de közöttük van 1 abszolút értékű.

Az **ADF(q) teszt** nullhipotézise szerint a vizsgált idősor nem gyengén stacioner, míg az alternatív hipotézis szerint gyenge stacionaritást mutat (26):

$$H_0: R_t \sim I(1) \text{ vs. } H_1: R_t \sim I(0). \quad (26)$$

³⁰ az angol „time-invariant” magyar megfelelőjeként az *idő-invariánst* használom.

A teszt során a (25)-ben ábrázolt $AR(q)$ folyamatból indulunk ki, feltételezve, hogy $\rho_1 = 1 + \beta$. Amennyiben ugyanis β értéke nulla, ρ_1 nem fér bele az egységkörbe, így egységgyököt találunk. A q számú késleltetés célja, hogy az ε_t hibatagok autokorreláltságát elkerüljük (27):

$$\Delta r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + \varrho_1 \Delta r_{t-1} + \dots + \varrho_q r_{t-q} + \varepsilon_t. \quad (27)$$

Amennyiben az ADF megfigyelt **t értéke** (*value of test statistic*), illetve első, vagy második integrálja **magasabb**, mint az 1%, 5% vagy 10%-os szint esetén megadott **kritikus érték**, akkor az egységgyök hipotézise nem vethető el (**nem stationer** az idősor). Egy I(1) vagy I(2) eredmény a piacok gyengébb hatékonyságára utal (Lütkepohl–Kratzig 2004).

Strukturális törések illetve hirtelen ugrások esetén azonban az ADF teszt hajlamos az elsőfajú hibára – akkor is stacionaritásra utal, amikor az idősor látványosan magán viseli a heteroszkedaszticitás jegyeit. További tapasztalat, hogy az alap tőkepiaci idősor adataiból számított logaritmikus hozamok már hajlamosak a stacionaritásra. A Matlab esetében alkalmazott módszer során a $H=0$ eset a stacionaritás hiányára, míg a $H=1$ stacionaritásra utal.

Egy hatékony piacon az eszköz hozama nem jósolható meg, és nem lehet autokorrelált – az **autokorreláció** vizsgálat egy eszköz a gyenge hatékonyságának vizsgálatára (Tsay 2005).

Autokorrelációról (szeriális korrelációról) abban az esetben beszélünk, ha az Y_t idősor értékei korrelálnak ugyanezen idősor korábbi értékeivel. Ekkor az idősor elemei között fellépő *stochasztikus kapcsolatot* autokorrelációnak nevezük, és a kapcsolat szorosságát autokorrelációs együtthatóval mérhetjük. A k -adrendű autokorrelációs együttható (ρ_k) (28) az egymástól k időegységnyi távolságra álló elempárok korrelációját mutatja:

$$\rho_k = \frac{c(Y_t, Y_{t+k})}{\sigma_{Y_t} \sigma_{Y_{t+k}}}, \quad (28)$$

ahol $c(Y_t, Y_{t+k})$ az Y_t és Y_{t+k} változók kovarianciája ($t=1, 2, \dots, n-k$), a σ_{Y_t} és $\sigma_{Y_{t+k}}$ a megfelelő szórások. Speciálisan $k=1$ esetén az idősor szomszédos elemei közötti korrelációt az elsőrendű autokorrelációs együttható mutatja. Egy regressziós modell autokorrelátlan, ha a különböző megfigyelésekhez tartozó reziduális változók korrelátlanok (Katona–Lengyel 1999).

Az autokorreláció meglétének teszteléséhez Portmanteau tesztet, vagy annak a módosított változatát, a **Ljung-Box tesztet** lehet alkalmazni. Ennek nullhipotézise (29) szerint adott késleltetés mellett nincs autokorreláció, szemben az alternatív hipotézissel, amely szerint van.

$$\begin{aligned}
H_0: \rho_{r,1} &= \dots = \rho_{r,h} = 0, \\
H_1: \rho_{r,i} &\neq 0 \quad i = 1, \dots, h \text{ legalább egy esetben,} \\
\text{ahol } \rho_{r,i} &= \text{korr}(r_t, r_{t-i}) \text{ jelöli az idősor autokorrelációját.} \\
\text{A tesztstatisztika (30) az alábbi formát veszi fel:}
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
Q_h &= T \sum_{j=1}^h \rho_{r,j}^2, \\
\text{ahol } \rho_{r,j} &= T^{-1} \sum_{t=j+1}^T r_t^s r_{t-j}^s.
\end{aligned} \tag{30}$$

A tesztstatisztika megközelítően egy $\chi^2(h)$ eloszlást vesz fel, amennyiben a nullhipotézis igaz. Q_h magas értékei mellett a nullhipotézis elvethető. A χ^2 eloszlás kikötése miatt a bevont elemek száma (h) nem lehet túl alacsony, sem túl magas. Ezt a problémát a Ljung-Box-féle módosítással (31) lehet áthidalni, ahol a χ^2 becslés sokkal alkalmasabb a probléma kezelésére:

$$Q_{(m)}^* = T(T+2) \sum_{j=1}^h \frac{1}{T-j} \rho_{r,j}^2 \approx \chi^2(h). \tag{31}$$

A nullhipotézist ez esetben akkor vetjük el, amennyiben $Q(m) > \chi_\alpha^2$, ahol χ_α^2 jelöli a $100(1-\alpha)$ dik percentilisét a h szabadságfokú χ^2 eloszlásnak. (Lütkepohl–Kratzig 2004, Chan 2002) A $H=0$ eset ($p>5\%$) az autokorrelálatlanságra, míg a $H=1$ ($p<5\%$) **autokorrelációra utal.**

Statisztikai modellek gyakori feltétele a részsokaságok azonos varianciája, a homoszkedaszticitás. Az **ARCH-LM teszt** a **homoszkedaszticitást** méri egy ARCH(p) modell (32) illesztésével

$$r_t^2 = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1}^2 + \dots + \beta_p r_{t-p}^2 + \varepsilon_t, \tag{32}$$

ahol a nullhipotézis (33) ellenőrzése

$$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_p = 0 \text{ szemben a}$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ vagy } \dots \beta_p \neq 0. \tag{33}$$

Az LM teszt értéke a fenti regresszió R^2 koefficienséből vezethető le: $ARCH_{LM}(q) = TR^2$. Mindez $\chi^2(p)$ eloszlást vesz fel megközelítőleg, amennyiben teljesül a feltételes heteroszkedaszticitás nullhipotézise. A tesztstatisztika ennél magasabb értéke a nullhipotézis elvetését jelenti, ARCH-ra utalva a változók értékében. (Lütkepohl–Kratzig 2004) A $H=0$ értéke homoszkedaszticitásra ($p>5\%$), míg $H=1$ ($p<5\%$) **heteroszkedaszticitásra utal.**

Egy szinkronizált, folytonos, adathiánytól mentes mátrixot tartalmazó *input.xls* Excel-fájlnak be lehet olvasni a *munka* névre hallgató munkalapját, majd az MFE-toolboxot megnyitva kiszámítjuk a logaritmikus differenciáltját. Ezt követően meghatározzuk a momentumait, teszteljük a normális eloszlását, autokorreláltságát, homoszkedaszticitását és gyenge stacionaritását. A kapott eredményeket az *input* mátrix minden oszlopáról az *alap_stat* mátrix megfelelő sorába gyűjtjük ki, automatizálttá téve az alapstatisztikák kiszámítását.

```
clear
data=xlsread('input.xls','munka');
cd 'c:\ documents\matlab\mfetoolbox'
hozam=diff(log(data));
T=size(hozam);
for j=1:T(1,2)
    % 1. momentumok
    alap_stat(j,1)=mean(hozam(:,j));
    alap_stat(j,2)=std(hozam(:,j));
    alap_stat(j,3)=skewness(hozam(:,j));
    alap_stat(j,4)=kurtosis(hozam(:,j));
    % 2. normális eloszlás tesztelése (H=0 normál eloszlás)
    [statjstjc,alap_stat(j,5),H] = jarquebera(hozam(:,j));
    % 3. autokorreláció tesztelése (p<5% autokorreláció)
    [q, pval] = ljungbox(hozam(:,j), 2);
    alap_stat(j,6)=pval(2,1);
    % 4. heteroszkedaszticitás ARCH-LM teszttel (p<5% heteroszked)
    [stat2,pval2]=lmtest1(hozam(:,j)-mean(hozam(:,j)), 2);
    alap_stat(j,7)=pval2(2,1);
    % 5. ADF teszt (p<5%: stacioner)
    [adfstat,pval3,crjtval,resjd,lags]=augdfautolag(hozam(:,j),0,10);
    alap_stat(j,8)=pval3(1,1);
end
```

2.5. Extrém árfolyammozgások³¹

Egy sztochasztikus változó esetben az extrém események időben és térben mindig korlátozottan, az alapállapothoz képest határozottan alacsonyabb valószínűséggel, de egyediségük és váratlanságuk nyomán sokkal komolyabb hatással következnek be (Jentsch et al. 2006). Adatelemzés szempontjából a meghatározás hasonló a Jiawei és Micheline (2004) által leírt extrém érték fogalmához, melynek értelmében az adathalmaz többi részétől durván eltérő adatelemeket sorolhatjuk ide. Az extrémítások meghatározásához tehát szükség van egy, az adathalmazok inkonzisztenciáját

³¹ Ez az alfejezet az alábbi cikkem kivonatolt változata: Kiss–Varga (2016).

kimondó rendezőelvre, mely a változók valószínűségi eloszlásán, vagy egymástól vett távolságán alapulhat. A tőkepiacokon a gazdasági szereplők által felvett pozíciók árfolyamkockázatának kezelésére a nyolcvanas évek végétől a Value-at-Risk (VaR) alapuló módszertant használják a pénzügyi piacokon (Dunbar 2000).

Ebben az alfejezetben a hagyományos megközelítést és az esetleges alternatíváit mutatom be, a már bemutatott alapmodellre és a tőkepiacok komplexitásának irodalmára (Bonanno et al. 2001, Albeverio–Piterbarg 2006, Gabaix et al. 2003) támaszkodva. A bemutatni kívánt eljárások relevanciájának vizsgálatát az egyes módszerek által meghatározott extrém elmozdulások mintán belüli alacsony arányára (ritkaságára), illetve a múltbeli válságidőszakokra való illeszkedés mértékére kell alapozni. Az alkalmazott eljárások gyakorlati felhasználhatóságát azonban a számítások időigényén keresztül is érdemes értékelni.

A \mathbb{H} tőkepiaci hozamokat két, \mathbb{N} normális és \mathbb{X} extrém halmazra kell szétválasztani valamilyen szabályszerűség mentén, ahol érvényesül a $\mathbb{H} = \mathbb{N} \cup \mathbb{X}$ összefüggés. Az \mathbb{N} normális hozamok rendelkeznek mindazon ideális tulajdonságokkal, amelyek az alapmodell nyomán feltételezhetünk: normális eloszlással (vagy legalább a vastagfarkúság hiányáról, azaz háromhoz közeli negyedik momentumról beszélhetünk) és az autokorreláltság hiányával. Ezzel szemben az \mathbb{X} extrém hozamok már a teljes \mathbb{H} minta eltérését eredményezik mind a normális eloszlástól. A szakirodalmi áttekintés elméleti háttérét felhasználva a továbbiakban lehetőségünk nyílik az \mathbb{X} extrém hozamok megragadására alkalmas módszerek definiálására és tesztelésére is.

Jiawei és Micheline (2004) illetve Irad (2010) szerint az extrém értékek meghatározása során választhatunk a parametrikus (statisztikai) és a nem-parametrikus megközelítések között – utóbbiak tovább bonthatóak távolság- és eltérés-alapú eljárásokra is. A statisztikai megközelítés során az adathalmazról valamilyen valószínűségi eloszlást (például normális eloszlást) tételezve fel és a szélsőséges \mathbb{X} értékeket e mentén keressük meg. Ebben az esetben a teljes \mathbb{H} mintánkat létrehozó adatgeneráló folyamat az elvárt \mathbb{N} normális eloszlásból származó adatok mellé kisszámú, $\mathbb{X}_1, \dots, \mathbb{X}_k$ eloszlásokból származó elemeket is beemel majd (Irad 2010). A fenti eljárások operacionalizálása során nagyban támaszkodtunk a Reiss és Thomas (2001) munkájára, amelyben az extrém értékek diagnosztikájánál kiemelte a parametrikus eloszlások, a kvantilis-kvantilis (Q-Q) plot, a trendek, szezonálisok, illetve a klaszterezési eljárások alkalmazhatóságát.

A nem-parametrikus módszerek közül a távolság-alapú eljárások egyik csoportját jelentik a hierarchikus klaszterelemzésen alapuló technikák, ahol jellegzetes fa-diagramjában (*dendrogram*) megjelenő, elenyésző elemszámú csoportokat keresünk. Mindez azt jelenti, hogy kiszámítjuk a p elemszámú $h \in \mathbb{H}$ minta elemek euklideszi távolságát (34).

$$d(i, j) = \sqrt{|h_{i1} - h_{j1}|^2 + |h_{i2} - h_{j2}|^2 + \dots + |h_{ip} - h_{jp}|^2} \quad (34)$$

Ezt követően az adatelemeket egy klaszterekből álló fába csoportosítjuk, hogy azon $x \in \mathbb{X}$ elemeket keressük, amelyeknek nincs elegendő szomszédjuk. Az eltérés-alapú eljárások alkalmazása helyett az egyes elemek főbb jellemzőit vizsgálja meg, és azokat sorolja be a szélsőséges értékek halmazába, amelyek „eltérnek” a minta fő jellemzőitől (Jiawei és Micheline 2004). Az $r_{\mathbb{X}kl}$ **outlier hozamok** egy olyan kis elemszámú számú \mathbb{O} klaszter tagjai, amelyek a teljes \mathbb{H} minta kiugró (3 feletti) csúcosságáért felelősek (35). Az outlier hozamokat a minta szisztematikus hierarchikus klaszterezésével (Euklidészi távolságok mentén), a klaszterszám növelésével (darabolásával) kaphatjuk meg oly módon, hogy addig növeljük a klaszterszámot, amíg a legnagyobb klaszter negyedik momentuma 3 nem lesz.

$$r_{\mathbb{X}kl} \in \mathbb{O} \text{ és } \mathbb{H} = \mathbb{O} \cup \mathbb{N} \text{ ahol } E_{\mathbb{H}}[(r - \mu)^4] \gg 3 \text{ és } E_{\mathbb{N}}[(r_n - \mu)^4] \approx 3 \quad (35)$$

A fenti (7) képletben \mathbb{H} jelöli a teljes mintát, \mathbb{O} jelöli az r_{kl} outlier hozamok halmazát, míg \mathbb{N} a r_n normál hozamok halmazát. A vizsgálat során a mintát hierarchikus klaszterezési eljárással 2-től z klaszterig bontottuk fel annak érdekében, hogy megtalálható legyen az a legkevesebb klaszterezéssel járó esetet, ahol a legnagyobb klaszterbe eső elemek csúcossága már 3-nál kisebb értéket vesz fel (a vizsgált idősor hosszával z méretét is növelni kell). A klaszterek számának intervallumok közé szorítását sajnos csak a z értékének 100 és 2000 közötti próbáival lehet megvizsgálni, egyszerre figyelve arra, hogy a legnagyobb klaszter csúcossága 3 alá csökkenjen és a számítási idő még elfogadható maradjon (magas z esetében játszatumk a lépésközök növelésével is). Semmi nem zárja ki azonban, hogy a legnagyobb elemszámú klaszter még az előtt felbomlik, hogy a csúcossága a kis elemszámú klaszterek leválogatása nyomán elérné a 3-as értéket. Ebben az esetben az alkalmazott algoritmus a legkevesebb klaszterezéssel a 3-hoz legközelebbi csúcosságú esetet emeli ki. Ki kell emelni emellett még az eljárás mintanagyság növelése a számítási időigény hatványozott növekedését eredményezi. Az erről készült mintaszámítás eredményét a 2. melléklet tartalmazza.

Matlabban történő algoritmizálás során az alábbiakat kell megoldani: klaszterekre bontás, legnagyobb elemszámú klaszter (feltételezett \mathbb{N}) megtalálása és kurtózisának megmérése, majd ki kell választani azt a legkisebb klaszterszámot, ahol a legnagyobb elemszámú klaszter először esik be 3 alá, vagy legjobban megközelíti azt.

```

T=size(hozam)
tic %számításhoz szükséges idő mérése
for j=1:T(1,2) %1. klaszterezés 25-ös lépésközzel
    max_klaszter=50;
    klaszterszam=[1:50]*25;
    for cutoff=klaszterszam
        TT(:,cutoff/25) = clusterdata(hozam(:,j),cutoff);
    end
end
for j=1:T(1,2) %2. legnagyobb elemszámú klaszter azonosítása
    for cutoff=1:max_klaszter
        nagy{j}(:,cutoff)=mode(TT(:,cutoff));
    end
end
for j=1:T(1,2) %3. legnagyobb elemszámú klaszter kurtózisa
    XXX{j}=zeros((T(1,1)-1),max_klaszter);
    for cutoff=1:max_klaszter
        for i=1:(T(1,1)-1)
            if TT(i,cutoff)==nagy{j}(1,cutoff)
                XXX{j}(i,cutoff)= hozam(i,j);
            end
        end
        XXX_kurt{j}(1,cutoff)=kurtosis(XXX{j}(:,cutoff));
    end
end
for j=1:T(1,2) %4. legnagyobb elemszámú jó klaszter elemeinek kigyűjtése
    for cutoff=1:max_klaszter
        if XXX_kurt{j}(1,cutoff)<3
            jo(1,cutoff)=1;
        elseif min(XXX_kurt{j})>3 & XXX_kurt{j}(1,cutoff)==min(XXX_kurt{j})
            jo(1,cutoff)=1;
            nem_lett_harom{j}(1,j)=1;
        else
            jo(1,cutoff)=0;
        end
        ennyi_klaszter_kell{j}=min(find(jo==1));
    end
    Normal{j}=(XXX{j})(:,ennyi_klaszter_kell{j})
end
ido_igeny=toc

```

A távolság alapú megközelítés bemutatása után a továbbiakban a statisztikai megközelítéshez tartozó megoldásokat mutatom be, előbb az általánosan használt *Value-at-Risk (VaR) mellett elvethető* r_{XVaR} hozamokat, majd következik a normalitás hiányából kiinduló r_{Xfat} vastagfarkú hozamok módszerét, és a Detken és Smets (2004) munkája alapján megfogalmazott r_{XHP} trendtől eltérő hozamokat.

A **Value-at-Risk (VaR) mellett elvethető r_{XVaR} hozamnak** (36) a normális eloszlás feltételezése mellett 5 százalékos alatti valószínűséggel rendelkező logaritmusos árfolyam elmozdulásokat nevezem. Ebben az esetben csak azok a hozamok tekinthetők extrémnek, amelyek 95% valószínűség mellett 1,65 szórásnynál messzebb vannak a zérusnak feltételezett várható értéktől (Madura 2008). Feltételezve, hogy az extrém hozamok csak az eloszlás szélein helyezkednek el, míg az eloszlás „testét” jelentő komolyabb valószínűséggel rendelkező területeken nem, így a módszer a gyakorlatban a normális eloszlású hozamok farkainál feltételezethez képest nagyobb számban jelezhet extrém elmozdulásokat.

$$P(r_{\text{XVaR}}) < 5\% \text{ és } r_{\text{XVaR-}} \ll r_{\text{N}} \ll r_{\text{XVaR+}}$$

azaz $r_{\text{XVaR+}} > \mu + 1,65 * \sigma_t$ és $r_{\text{XVaR-}} < \mu - 1,65 * \sigma_t$, feltételezve, hogy $\mu \cong 0$

(36)

Ez a módszertani technika a Value-at-Risk eljárás logikáját követve vizsgálja meg a logaritmusos differenciáltakat annak tükrében, hogy kívül esnek-e a 95 százalékos konfidencia-intervallumoknak megfelelő 1,65 szórányi sávból.

A VaR által definiált intervallumból történő kilépés könnyen paramétrezhető a vizsgált oszlopvektor minden sorának vizsgálatával.

```
T=size(hozam);
for j=1:T(1,2)
    for i=1:T(1,1)
        felso_VaR(i,j)=1.65.*std(hozam(:,j)); % felső határ
        also_VaR(i,j)=-1.65.*std(hozam(:,j)); % alsó határ
        if hozam(i,j)>felso_VaR(i,j)
            X_VaR(i,j)=1;
            X_VaR_poz(i,j)=hozam(i,j);
        elseif hozam(i,j)<also_VaR(i,j)
            X_VaR(i,j)=-1;
            X_VaR_neg(i,j)=hozam(i,j);
        else
            X_VaR(i,j)=0;
            X_VaR_norm(i,j)=hozam(i,j);
        end
    end
end
end
```

A r_{fat} vastagfarkú (fat-tailed) hozamok meghatározása a tapasztalati eloszlás és az elméleti normális eloszlás farkain jelentkező eltérésekből fakad, ami jellegzetes, QQ ploton ábrázolva, „S” alakú eloszlást mutat (Clauset et al. 2009, Gabaix et al. 2003) (37). Amennyiben a vizsgált idősorra normális eloszlást illetve meghatározzuk az r_{normal} értékeket, Jiawei és Micheline (2004) alapján statisztikai alapú becslést adhatunk annak feltételezésével, hogy adott kis p_L valószínűségek mentén a tapasztalati elmozdulásunk meghaladja az elméletben várt szintet:

$$r_{fat+,p_L} \gg r_{normal,p_L} \text{ vagy } r_{fat-,p_L} \ll r_{normal,p_L} \text{ ahol } p_L \ll p_{E(r)} \quad (37)$$

A Q-Q plot esetében két valószínűségi eloszlást (Φ_1 és Φ_2) ábrázolunk egymáson az alábbi kérdéssel: adott $P = \Phi_1(X)$ valószínűség mellett milyen Y értéket kell hozzárendelnünk a Φ_2 eloszláshoz, hogy ugyanazt a P valószínűséget kapjuk meg? Egyszerűbben megfogalmazva: milyen Y -t kell választanunk az $\Phi_1(Y) = \Phi_2(X)$ egyenlőség létrehozásához? Mindkét X és Y érték a két valószínűségi eloszlás adott P valószínűség melletti percentilise – az Y X -re vetítésével definiálhatjuk a $Y=f(x)$ függvényt (38), amely alapján:

$$f(x) = \Phi_2^{-1}(\Phi_1(X)). \quad (38)$$

Amennyiben két véletlen változóról van szó, a QQ plot egy egyenes vonal, amelynek meredekségét a két változó szórásának $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ hányadosa határozza meg, míg eltolását a $\mu_2 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\mu_1$ -vel kifejezett várható értékek és a szórások hányada egyaránt meghatározza. A Φ_2 valószínűségi eloszlás gyakran valamely tapasztalati eloszlást takar és ennek valamely Φ_1 elméleti eloszláshoz való illeszkedését vizsgáljuk. Ehhez a T számú minta $\hat{\varepsilon}_i$ értékeit növekvő sorrendbe kell rendeznünk, majd ennek a rendezett sorozatnak minden olyan része, amely kisebb, vagy egyenlő $\hat{\varepsilon}_{(i)}$ -el az i/T . Nagy T mintanagyság esetén ez az i/T arány jól közelíti az empirikus valószínűségét (39) annak, hogy a véletlen szám kisebb, vagy egyenlő $\hat{\varepsilon}_{(i)}$ -vel:

$$\Phi_2(\hat{\varepsilon}_{(i)}) = P_i \approx i/T. \quad (39)$$

A tapasztalati és az elméleti eloszlások adott percentilisei (40) így az alábbi módon fejezhetőek ki:

$$Y_i = \Phi_2^{-1}(P_i) = \hat{\varepsilon}_{(i)}, \text{ illetve } X_i = \Phi_1^{-1}(P_i) = \Phi_1^{-1}(i/T) \text{ minden } i < T\text{-re.} \quad (40)$$

Standard $\Phi_1 = N(0,1)$ normál eloszlás alkalmazása esetén az $Y_i = \mu_2 + \sigma_2 X_i$ minden $i=1, \dots, T$ -re érvényes egyszerűbb alakot kapjuk. (Deutsch 2002, 690–691. o.)

A vastag farkú eloszlások esetén a Q-Q ploton ábrázolt tapasztalati eloszlás jellegzetes, „S” alakot vesz fel, ami által szembetűnővé válik az elméleti normál és a tapasztalati hat-

vány eloszlás közötti különbség és lehetőségünk nyílik az eloszlás farkainak lehatárolására (Clauset et al. 2009, Quismorio 2009, Bródy 2009).

A fenti eljárás Matlabban történő algoritmizálása során előbb meg kell határozni a hozamokhoz tartozó standard normális eloszlást, majd ebben a térben kell ábrázolni a standardizált hozamokat. Ezt követően rendre meg kell határozni azon értékeket, amelyek a meghaladják a hozzájuk rendelt standard normális eloszlást, le kell szűrni azokat az eseteket, amelyek az eloszlás farkain találhatóak és ki kell gyűjteni őket.

```
T=size(hozam);
for j=1:T(1,2)
    p=(1:T(1,1))/(T(1,1)+1); %=valószínűségi mező, '=transzponálás
    y=norminv(p,0,1); %standard normális eloszlás
    e=(hozam(:,j)-(mean(hozam(:,j))))./std(hozam(:,j));
    abra=[y sort(e) sort(hozam(:,j))];
    for i=1:T(1,1)
        if abra(i,1)>abra(i,2);
            abra(i,4)=1;
        elseif abra(i,1)<abra(i,2)
            abra(i,4)=-1;
        end
    end
    for i=2:T(1,1) % nem megy át nullába
        abra(i,5)=abra(i,4)-abra(i-1,4);
    end
    for i=1:T(1,1);
        if abra(i,5)<0;
            abra(i,6)=abra(i,3);
        else
            abra(i,6)=0;
        end
    end
    X_QQ_hatar(1,j)=max(nonzeros(abra(:,6))); % nem nulla érték ide
    X_QQ_hatar(2,j)=min(nonzeros(abra(:,6)));
    X_QQ_poz(:,j)=zeros(T(1,1),1);
    X_QQ_neg(:,j)=zeros(T(1,1),1);
    X_QQ_norm(:,j)=zeros(T(1,1),1);
    %output
    for i=1:T(1,1)
        if hozam(i,j)>X_QQ_hatar(1,j)
            X_QQ(i,j)=1;
            X_QQ_poz(i,j)=hozam(i,j);
        elseif hozam(i,j)<X_QQ_hatar(2,j)
            X_QQ(i,j)=-1;
            X_QQ_neg(i,j)=hozam(i,j);
        else
            X_QQ(i,j)=0;
            X_QQ_norm(i,j)=hozam(i,j);
        end
    end
end
end
```

Az r_{HP} hozamok az **idősor trendjétől extrém mértékben eltérő** árfolyammozgásokat tartalmaznak. A trend számításához egyoldalas Hodrick-Prescott (továbbiakban H-P) filter került használatra, ami a standard kétoldalas H-P filtert futtatja rekurzívan, így csak azokat az adatokat veszi figyelembe, amelyek az adott időpillanatban rendelkezésre álltak (41). A trend számítása különböző simító paraméter értékek (lambda) mellett történt. A H-P filter elsősorban GDP és inflációs idősorok simítására, hosszú távú trendjének meghatározására (Mehra 2004), emellett eszközár és hitelpiaci anomáliák detektálására használatos (Gourinchas–Valdes 2001, Borio–Lowe 2002, Detken–Smets 2004).

$$r_{\text{HP}} = \{r_t: r_t \in \mathbb{H}, r_t > r_t^* + a, \text{ vagy } r_t < r_t^* - b\} \quad (41)$$

ahol r_t^* a H-P filter által számított trend, a , b pedig az extrém pozitív illetve negatív küszöb.

A H-P filterre alapozó eljárás nehézsége a lambda-paraméter ismeretlen volta, így 10 és 10^{10} között lépésként haladva érdemes keresni azt az esetet, ahol az extrémként detektált hozamok súlya a teljes mintán belül 10% alá csökkennek.

```
T=size(data);
for z=1:T(1,2) % adat mátrix oszlopai
    for j=1:10 % H-P filter lambda-paramétere
        tic
        lambda=10^j; % lambda
        trend=[];
        cyclic=[];
        [trend,cyclic]=one_sided_hp_filter_serial((data(:,z)),lambda);
        X_HP_data=[];
        for i=1:length(hozam)
            if data(i,1)-trend(i,1)>0.1;
                X_HP(i,j)=1;
                X_HP_data(i,1)=data(i,z);
                X_HP_hozam(i,1)=hozam(i,1);
            elseif data(i,1)-trend(i,1)<-0.1;
                X_HP(i,j)=-1;
                X_HP_data(i,2)=data(i,z);
                X_HP_hozam(i,2)=hozam(i,1);
            else
                X_HP(i,j)=0;
                X_HP_data(i,3)=data(i,z);
                X_HP_hozam(i,3)=hozam(i,1);
            end
        end
        end
        V(j,1)=(length(nonzeros(X_HP_data(:,2)))+length(nonzeros(X_HP_data(:,1))))/T(1,1)<0.1
        %extrém elmozdulások együttes súlya alatta van-e a 10%-nak?
    end
    for j=1:10
        if V(j,1)==1 & V(j+1,1)==0
            megfelelő_lambda(z,1)=j;
        end
    end
end
```

Az egyes eljárások relevanciájának vizsgálata során az extrémnek tekintett hozamok mintán belüli súlyát (mind a pozitív, mind a negatív hozamok esetében is 5% alatti), a normális részhalmozásnál a negyedik momentum csökkenését (a jelentős elmozdulások valószínűségei közelítik-e a véletlennél elvárható), illetve az extrém események sűrűsödését célszerű vizsgálni bizonyos nevezetes recessziós időszakokban vagy jegybanki döntések n -sugarú környezetében. Előbbiek definiálásában nagy segítségre lehet az National Bureau of Economic Research (NBER)³² amerikai, a CEPR³³ euro-zónabeli idősorokra vonatkoztatva. Emellett kiemelhető még az IMF³⁴ által készített adatbázis is a világ többi részére esetében. Az egyes eljárások esetében még ki kell emelni a számolási időben megmutatkozó különbséget, amely az eddigi tapasztalatok alapján kiugróan magasnak bizonyult a klaszterezési és a H-P filterezésen alapuló eljárások esetében – épp az paraméter becslések bizonytalansága miatti optimalizációs ciklusok szükségessége miatt.

Amennyiben például szükségünk van annak megértésére, hogy egy jegybank kamatdöntése hogyan hatott az extrém árfolyamváltozások időbeli sűrűsödésére (két extrém elmozdulás között eltelt idő nagysága), akkor érdemes lehet a következő eljárást követni. Az extrém hozamokat tartalmazó oszlopvektorból (-1: extrém csökkenés, 1: extrém növekedés, 0: normális piac) adott sugárral ki kell vágni a számunkra releváns időszakot, majd be kell szorozni a napok koordinátaival (a sugár kétszerese). Az extrém jelek ebből ki fogják jelölni azon napok sorszámát, amelynél bekövetkeztek, míg a normális kereskedési napok ki lesznek nullázva. A nullák elvételével már csak a számunka érdekes napokat látjuk, amelyekből még ki kell vonnunk a sugár nagyságát ahhoz, hogy láthassuk, a döntés előtt (negatív számok) és után (pozitív számok) hány kereskedési nap telt el. Amennyiben a piacot megnyugtatta az adott döntés, a kisszámú és nagy értékű pozitív számot fogunk találni, míg további nyugtalanság esetén az extrém mozgások hasonlóan fognak felbukkanni a korábbi (negatív) értékekhez.

```
t=1698; % 3 July 2008 kamatemelésnek megfelelő sor száma
sugar=80; %80 kereskedési nap sugarú környezetben vizsgálódunk
tartomany=transpose([1:(1+sugar*2)]);
for j=1:T(1,2)
eredmeny{j}= nonzeros(abs(X_hozam(t-sugar:t+sugar,j)).*tartomany)-
sugar;
end
```

³² <http://www.nber.org/cycles.html>

³³ <http://www.cepr.org/content/euro-area-business-cycle-dating-committee>

³⁴ <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2012/wp12163.pdf>

2.6. Volatilitás, GARCH-modellek

Az autoregresszióból és heteroszkedaszticitásból fakadó problémák kezelésének meghatározó eszköze a GARCH modellek jelentik (Chan 2002). Ehhez először szükség van az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* - **ARCH**) modelljének bemutatására. Eszerint a hibatag varianciája adott t időpontban az előző időszakok négyzetes hibatagjainak függvénye. A „feltételesség” a „ t ” időtényező bevonását jelenti – azaz a heteroszkedaszticitás nagyrészt betudható endogén folyamatoknak. Az ARCH (p) folyamat (42) az alábbi módon épül fel:

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t; \quad \sigma_t^2 \equiv E(r_t^2 \mid \Omega_{t-1}) = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2, \quad (42)$$

ahol r_t jelöli az idősor logaritmusos hozamát, míg $\Omega_{t-1} = \sigma(r_{t-1}, r_{t-2}, \dots)$ a $t-1$ időszakban a volatilitás terében felgyülemlett múltbeli információkat tartalmazza, feltéve, hogy $\alpha_i \geq 0$ $i=0, \dots, p$ -re és $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$ biztosítja az aszimptotikus stacionaritást (Petrimán–Tulassay 2005, Chan 2002). Az r_t feltételes varianciája tehát az r_t^2 korábbi értékei alapján változik egy AR(p) modell módjára. Az ARCH modell tulajdonságainak megértéséhez érdemes először az alábbi (43) levezetésből kiindulni:

$$r_t^2 = \sigma_t^2 + r_t^2 - \sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \sigma_t^2 (\varepsilon_t^2 - 1) = \omega + \alpha_1 r_{t-1}^2 + v_t. \quad (43)$$

Ez alapján azt gondolhatjuk, hogy az ARCH (1) az $\{r_t^2\}$ egy autoregresszív AR (1) folyamat módjára épül fel, $\{v_t\}$ fehérzaj mellett. Az ARCH(1) kovariancia szerkezetét Chan (2002) az $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ egyenlőtlenség és a folyamat stacionaritásának feltételezése mellett vizsgálta az alábbi (44) módon:

$$E(\sigma_t^4) = E(\omega + \alpha_1 r_{t-1}^2)^2 = \omega^2 + \frac{2\alpha_0^2 \alpha_1}{1-\alpha_1} + \frac{2E(\sigma_t^4) \alpha_1^2}{1-\alpha_1^2} + \frac{\alpha_1^2 \alpha_0^2}{(1-\alpha_1)^2},$$

$$\text{egyszerűsítve: } E(\sigma_t^4) \frac{1-3\alpha_1^2}{1+\alpha_1} = \frac{\omega^2}{1-\alpha_1}. \quad (44)$$

Az $1 \geq \alpha_1^2 \geq 1/3$ fennállása esetén azonban nem létezik véges negyedik momentum, miután az egyenlet bal oldala negatív, a jobb oldala pedig pozitív értéket vesz fel. Amennyiben tehát teljesül az $\alpha_1^2 \leq 1/3$ feltétele, az ARCH (1) folyamatok kapcsán az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

1. A vastagfarkúság megjelenik a modellben, miután az $\{r_t\}$ a negyedik momentuma háromnál nagyobb vagy egyenlő (felhasználva, hogy $\alpha_1^2 \leq 1/3$, $Er_t^4 = E(\sigma_t^4 \varepsilon_t^4) = 3E(\sigma_t^4) = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2} \geq 3$), amennyiben a második momentuma 1 ($Er_t^2 = \frac{\omega}{1-\alpha_1} = 1$).
2. Nemnegatív autokorrelációt találunk $\{r_t\}$ AR(1) felépítése következtében, miután $\text{corr}(r_{t-1}^2, r_{t-s}^2) = \alpha_1^s \geq 0$.
3. Az ARCH(1) egyenlet $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^2$ parciálisan ragadja meg a volatilitás klaszteresedését.

Az ARCH (q) gyakorlati alkalmazását nehezíti a tőkepiaci hozamoknál tapasztalható volatilitás fennmaradása (*volatility persistence*), miközben az r_t^2 egymást követő elemei között a korreláció nem túl magas – mindez magas q-t, azaz túl sok paraméter bevonását igényli pozitív α_i kikötése mellett.

Az általánosított ARCH (GARCH) modell (45) esetében a fenti problémák elkerülhetőek a késleltetési (*lag*) operátor alkalmazásával. A **GARCH(p, q) modellben** p jelöli a késleltetés hosszát, σ^2 és q az ARCH folyamatot ε^2 , α_i a jelenbeli hírek feltételes varianciára gyakorolt hatását, míg β_i a volatilitás fennmaradását – azaz az új hírek régi információkra gyakorolt sokkját (Davidson–MacKinnon 2003):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2. \quad (45)$$

A GARCH (1,1) modell esetében az α_1 és β_1 paraméterek esetében kulcsfontosságú a megfelelő definiáltság, miután e paraméterek a modell alábbi tulajdonságait testesítik meg:

1. A paraméterek esetében a gyakorlatban többnyire érvényesül az $\alpha_1 + \beta_1 \cong 1$ egyenlet. Amennyiben az összeg pontosan egyes értéket vesz fel, az $\{r_t\}$ folyamat megszűnik gyengén stacionernek lenni és integrált GARCH(1,1) [IGARCH(1,1)] modellt kapunk, ahol a volatilitás fennmaradása (*perzisztancia*) rendkívül erős (mindazonáltal továbbra is létezik stacionárius eloszlása (Nelson 1990)).
2. A GARCH(p,q) folyamat alapmodellje azt sugallja, hogy a jelenbeli volatilitás csak a múltbeli volatilitás és a hozamok függvényében változik – és nincs különbség a rossz és a jó hírekre adott reakciók között. Ezt az irreálisnak tűnő szimmetrikus viszonyt kezelik az aszimmetrikus TGARCH, EGARCH és NGARCH modellek.
3. Az ε_t hibatag normál eloszlásának feltételezése nem kulcsfontosságú, léteznek vastagfarkú megoldások is, amelyek például t-eloszláson alapulnak.

Mindennek fényében megkülönböztethetünk szimmetrikus és aszimmetrikus modelleket, valamint beépíthetünk nemlineáris reakciókat³⁵. A nemlineáris reakciók iskolapéldája Kasch-Haroutounian és Price (2001) szerint az **nemlineáris GARCH (NGARCH)** modell (46), amely $\alpha_2 < 2$ esetben az innovációkra adott korlátozott választ építi be az alábbi módon:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 |\varepsilon_{t-1}|^{\alpha_2} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 . \quad (46)$$

A negatív hozamokat gyakrabban követi magasabb volatilitás, mint ahogyan azt a pozitív hozamok esetében találhatnánk (Black (1976) óta ezt a jelenséget **tőkeáttételi hatásnak** hívjuk) – az aszimmetrikus modellek tehát alkalmasak az aszimmetrikus valószínűségi eloszlással bíró piaci idősorok tanulmányozására.

Az **exponenciális GARCH (EGARCH)** (47) esetében a logaritmusok használata egy nemnegativitási kikötést jelent, az a α_2 jeleníti meg a tőkeáttételi hatást a tegnapi sokkok modellbe illesztésével (Nelson 1991):

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \gamma \left[\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right] + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) . \quad (47)$$

Az **aszimmetrikus GARCH**-ok családját a Ding, Granger és Engle (1993) közös cikkében leírt **APARCH(p,o,q)** – *Asymmetric Power ARCH* – modell (48) írja le a legátfogóbban:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta , \quad (48)$$

ahol $\alpha_0 > 0, \delta > 0$, $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$, és $-1 < \gamma_i < 1, i = 1, \dots, p, \beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$. Továbbá a $\delta \geq 2$ esetén teljesül a hibatag kovariancia stacionaritása, míg e_t standardizált reziduumot az alábbi módon nyerhetjük ki az aszimmetrikus abszolút hibatagokból: $e_t = \sigma_t \varepsilon_t$, ahol $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Az APARCH modellből az alábbi módon és megkötésekkel fejezhetünk ki egyéb GARCH modelleket az előbb idézett cikk „A” melléklete alapján:

³⁵ Az aszimmetrikus GARCH modellekhez kapcsolódó képletek leírását a könnyebb áttekinthetőség kedvéért az egyes késleltetésű, azaz (1,1) illetve (1,1,1) esetekre értelmezve végzem el.

1. Engle (1982) ARCH(q) modelljéhez a $\delta=2$ és $\gamma_i=0$ feltételek szükségesek, $i=1, \dots, p$, $\beta_j=0$, $j=1, \dots, q$ kikötése mellett.
2. Bollerslev (1986) GARCH(p,q) modelljéhez a $\delta=2$ és $\gamma_i=0$ feltételeknek kell megfelelni, $i=1, \dots, p$ kikötése mellett.
3. Taylor (1986) és Schwert (1990) GARCH modelljéhez $\delta=1$ és $\gamma_i=0$ feltételek szükségesek, $i=1, \dots, p$ kikötése mellett: $\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}$.
4. A később bővebben kifejtésre kerülő GJR GARCH modell megkapásához $\delta=2$ és $0 \leq \gamma_i < 1$ paraméterek szükségesek (az $-1 < \gamma_i < 0$ esetben az S_i^+ 1-es értéket vesz fel, ha $\varepsilon_{t-i} > 0$, tehát itt a szerzők megfordították az eredeti GJR GARCH logikáját, felerősítve a pozitív sokkok volatilitásra gyakorolt hatását).
5. Zakoian (1991) TARARCH modelljéhez a $\delta=1$ és $\beta_j=0$, $j=1, \dots, q$ paraméterek szükségesek, ekkor: $\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i^+ \varepsilon_{t-i}^+ - \sum_{i=1}^p \alpha_i^- \varepsilon_{t-i}^-$, illetve $\beta_j \neq 0$, $j=1, \dots, q$ esetben egy sokkal általánosabb modellt kaphatunk, amely: $\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}$.
6. Higgins és Bera (1990) NARCH modelljéhez az $\gamma_i=0$, $i=1, \dots, p$ és $\beta_j=0$, $j=1, \dots, q$ teljesülésével juthatunk el: $\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}|^\delta$,
7. Geweke és Pantula log-ARCH modelljéhez az $\delta \rightarrow 0$ konvergencia kikötése szükséges, így:
8. $\log \sigma_t =$

$$\left\{ 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i - \sum_{i=1}^q \beta_i \right\} \log \omega - \sum_{i=1}^p \alpha_i \log \sqrt{\frac{2}{\pi}} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \log (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}.$$

A Glosten, Jarannathan és Runkle (1993) által létrehozott **GJR GARCH** és **threshold ARCH (TARARCH)** egy hasonlóan rugalmas megközelítést jelent a GARCH-ok világának, miután módot adnak az egyszerűbb szimmetrikus (ARCH, GARCH) megközelítések és az aszimmetrikus megközelítésen belül az innovációknál négyzetekkel (GJR) és abszolút értékekkel (TARARCH) (50) operáló megoldások összehasonlítására. Az aszimmetrikus reakciókat egy S indikatív dummy (bináris) változó (49) segítségével ragadja meg:

$$\begin{cases} S_{t-i}^- = 1, \text{ amennyiben } \varepsilon_{t-i} < 0 \\ S_{t-i}^- = 0, \text{ amennyiben } \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases} \quad (49)$$

$$\text{TARARCH: } \sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{i=1}^o \gamma_i S_{t-i}^- |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i} ;$$

$$\text{GJR-GARCH: } \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^o \gamma_i S_{t-i}^- \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (50)$$

ahol $\alpha_i > 0$ ($i=1, \dots, p$), $\gamma_i + \alpha_i > 0$ ($i=1, \dots, o$), $\beta_i \geq 0$ ($i=1, \dots, q$), $\alpha_i + 0,5 \gamma_j + \beta_k < 1$ ($i=1, \dots, p, j=1, \dots, o, k=1, \dots, q$).

Négyzetes innovációk és $o=0$ esetén redukálhatjuk a modellt szimmetrikus GARCH-ra (majd azt $q=0$ -val ARCH-ra). Amennyiben $o > 0$, a négyzetes innovációk alkalmazásával GJR, míg abszolút értéket felvevő innovációk alkalmazásával TARARCH

modellt nyerünk. Az aszimmetria jelentősége a negatív hírekre adott erősebb reakció megragadásában rejlik, a negatív újdonságok ezen preferenciáját az α_i és γ_i együttes alkalmazása jelenti, szemben a pozitív hírekkel, ahol egyedül az α_i vehető figyelembe.

Munkám során az **APARCH-GJRGARCH-TARCH-GARCH modellek egymásra épülését** használom fel annak érdekében, hogy többféle paraméterezéssel illesszem azokat a vizsgált idősorokra, majd a legjobb illeszkedést mutató, a hibatagokból az autokorrelációt és heteroszkedaszticitást kiszűrésére alkalmas modellt válasszam ki. Ehhez azonban először be kell mutatnom a GARCH modellek illeszkedésének becslésére használatos módszereket. Kasch-Haroutounian és Price (2001) a paraméterek becslése során a MLE (*Maximum Likelihood Estimation*) mentén a feltételes normál log-likelihood (továbbiakban LL) alkalmazását javasolja minden időegységre, ami megfelel a Kevin Sheppard MFE csomagjában található megoldással (*normloglik*). Először az egyedi LL-okat számolja ki (51), majd azok összeadását követően (52) kapjuk meg a várt LL-t:

$$l_t = -0,5 \log 2\pi + \log \sigma_t^2 - r_t^2 \sigma_t^{-2}, \quad (51)$$

$$LL = \sum l_t, \quad (52)$$

ahol r_t^2 normál eloszlású random változót, míg σ_t^2 a feltételes varianciát jelöli. A paraméterek és a robusztusság becslésére Sheppard ezt követően még a Matlab optimalizáló csomag *fminunc* függvényét használja.

A hibatagokat normál loglikelihoodok segítségével történő becslését kétféle módon lehet indokolni: – egyfelől, mert később ebből korrelációt kell számolnom és a véges szórást csak normál eloszlású hibatagokkal biztosíthatom (Cappiello et al. 2006), másfelől Sheppard (2009) az MFE toolbox dokumentációjában nyomatékosan felhívja a figyelmet az eljárás erős konzisztenciájára (345. o.). Ez az erős konzisztencia biztosítja a paraméterbecslések valós paraméterek irányába történő konvergenciáját, még akkor is, ha hibás feltételes eloszlást becsültünk.

Az egymással versengő modellek esetében fennálló becslések jóságát (*goodnes of fit*) az Schwarz-féle információs kritérium (*Bayesian Information Criterion – BIC*) alkalmazásával értékelem. A BIC egy modellt eltérését vizsgálja egy adott eloszláshoz képest – minél kisebb az BIC értéke, annál kisebb a különbség a becslés és a „valós modell” között.

A hibatagok autokorrelációjának problémája már Bollerslev 1986-os, a GARCH modelleket bevezető cikkében megjelent, a 313. oldalon külön kiemeli az autokorrelálatlan hibatagok négyzetre emelését követő autokorreláltságának jelenségét – ebből az első p késleltetésnyi autokorreláció kapcsolatban áll a modell $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ és β_1, \dots, β_p paramétereivel. Mindazonáltal megállapítja a GARCH(p,q) modell esetében a négyzetes hibatagok parciális autokorreláltságának gyors lecsengését. Ding, Granger és Engle (1993) APARCH-ot megalapozó munkájában is találkozunk a hosszú késleltetés mellett is fennálló magas autokorreláció problémájával, ami szerintük a négyzetes

ARCH-modellek alkalmazása ellen és az APARCH modell használata mellett szól. Látható tehát, hogy az autokorreláció problémája egy nehezen kezelhető problémát jelent annak ellenére is, hogy a modellesládót megalapozó ARCH(p) modellt Engle (1982) az autoregresszív modellből vezette le.

A standardizált hibatagok kis lagszám mellett mutatott autokorrelációja azonban a jó illeszkedés jele lehet (Matteson–Ruppert 2011, 75. o.). Mindazonáltal a többváltozós GARCH modellek illesztése előtt szerencsésebbnek látják az 5 napos késleltetés mellett Ljung-Box teszt mellett megfigyelhető autokorrelációt egy napos késleltetésű autoregresszív legkisebb négyzetek (ALS – *autoregressive least squares*) illesztésével kiszűrni. Chiang et al. (2009) egy AR(1)-GARCH(1,1) modell alkalmazásáról írtak, ami a gyakorlatban megegyezik a Matteson és Ruppert-féle eljárással. Ez az eljárás azonban nem képezi részét sem az MFE toolbox dokumentációjának, illetve nem jelenik meg a munkám módszertani kereteit kijelölő Cappiello et al. (2006) cikkben sem. Mizon (1995) a rendkívül kifejező című, „*A simple message for autocorrelation correctors: Don't*” cikkének első harmadában (271. oldal) épp a hibatagok ALS(1) modell segítségével történő „tisztítása” ellen érvel, miután kimutatja, hogy egy generált, autokorrelált idősor korrelogramja ezt követően is autokorrelált reziduumokat tartalmaz az első öt késleltetés esetén. Ez a tartomány pedig megegyezik a Bollerslev (1986) által már korábban említettel. Minden esetre a megoldás hatástalanságát munkám eredményeket tartalmazó fejezetének ezzel foglalkozó alfejezetében külön is bemutatom.

Az autokorreláció problémáját munkám fővonalán a késleltetések számának emelésével kezelem, amit a paraméterek becslése során a BIC (*Bayesian Information Criterion*) használatával érek el Cappiello et al. (2006) munkája nyomán.

A megfelelő GARCH modell kiválasztását a fent leírtak figyelembe vételével az alábbi módon végeztem:

1. TARARCH/GJR GARCH és APARCH modellek megfelelő paraméterezésével többféle késleltetés mellett az alábbi modelleket versenyeztettem:
 GARCH(p,q) (1,1)(2,1)(1,2)(2,2),
 GJR GARCH(p,o,q) (1,1,1)(2,1,1)(1,1,2)(2,1,2),
 TARARCH(p,o,q) (1,1,1)(2,1,1)(1,1,2)(2,1,2),
 APARCH(p,o,q) (1,1,1);
2. Kiszámoltam a modellekhez kapcsolódó standardizált hibatagokat: $\varepsilon_{it}^* = \frac{\varepsilon_{it}}{\sigma_{it}}$;
3. A standardizált hibatagokon egyes késleltetés mellett a homoszkedaszticitás vizsgálatára ARCH-LM tesztet futtattam;
4. A versengő modellek közül kiválasztottam azt, amelynek a standardizált hibatagja homoszkedasztikus – ellenkező esetben „hibaüzenet 1”.
5. A 4. lépésnél tovább szűkített mintából kiválasztom a legalacsonyabb BIC értékkel rendelkező modellt.

A fenti lépések megoldására van szükség egy Matlab-algoritmus esetében is (Kevin Sheppard UCSD toolbox). Terjedelmi okok miatt az optimalizációt tartalmazó teljes scriptet a 8. fejezetben található első mellékletben helyeztem el. A számolás során standardizált logaritmikus differenciáltakat tartalmazó oszlopvektorokra van szükségünk (epsilon), emellett definiálni kell a hibatagok (p) és a feltételes volatilitás (q) visszatekintésének fokát. A szimmetrikus GARCH(p,q) és az aszimmetrikus GJR-GARCH/TARCH(p,o,q) modellek között az „o” paraméter 0 és 1 állásával választhatunk. Megválaszthatjuk a hibatagot is – ez alap esetben normális eloszlású ([] vagy 'NORMAL'), de választhatunk Student-T ('STUDENTST'), GED ('GED'), aszimmetrikus T ('SKEWT') eloszlások közül is. Korrelációk számításához normális eloszlást kell használnunk, míg idősorok szimulációja során érdemes megpróbálkozni valamelyik vastagfarkú eloszlással. A GJR-GARCH és TARCH modellek között a „tarch_type” 2 (alap) és 1 állásával választhatunk. Az outputok között megtaláljuk a paramétereket (konstans, alfa, gamma, béta), a loglikelihoodot, a feltételes varianciát (ht), a variancia-kovariancia-mátrix robusztussági paramétereit, valamint egy szöveges riportot és az információs kritériumokat (AIC, BIC). Az átlaggal már standardizált logaritmikus hozamot tovább standardizáljuk a homoszkedasztikus feltételes varianciával, amivel homoszkedasztikus logaritmikus hozamot kapunk.

```
rets=diff(log(data));
epsilon= rets-mean(rets);
[parameters,LL,ht,vcvrobust]=tarch(epsilon,p,o,q,error_type,tarch_type);
[text,AIC,BIC]=tarch_display(parameters,LL,vcvrobust,epsilon,p,o,q,
error_type,tarch_type);
ehat =epsilon./sqrt(ht);
```

Előfordulhat, hogy egy eljárás tesztelése során bizonytalanná válunk azzal kapcsolatban, hogy az eredményeink valamilyen általános összefüggés vagy a történelem véletlen összjátéka nyomán jöttek-e létre. Ebben az esetben kifejezetten célszerű az idősorhoz legjobban illeszkedő (vastagfarkú) GARCH-modell megtalálása, majd a kinyert paraméterekkel egy komolyabb minta szimulálása és az eljárás ismételt tesztelése. Ehhez meg kell adni a szimulált idősor hosszát (t), a GARCH-paramétereket, a hibatag eloszlását és választani kell a TARCH és GJR-GARCH modellek között. Kimenetként megkapjuk a szimulált hozamokat (simulatedata) és a hozzájuk tartozó szimulált feltételes varianciákat (ht).

```
[simulatedata, ht] =tarch_simulate(t,parameters,p,o,q,error_type,tarch_type);
```

2.7. Dinamikus feltételes korreláció (DCC GARCH)

Két tőkepiaci eszköz (r_{ai} és r_{bi}) együttmozgását csak előre definiált időintervallumon keresztül vizsgálhatjuk meg. Legegyszerűbb esetben a teljes időszornak számítjuk a korrelációját (53) a logaritmusos hozam normál eloszlásának (valamint homoszkedaszticitásának és autokorrelálatlanságának) feltételezése mellett:

$$\rho_{21} = \frac{\sigma_{21}}{\sigma_1 \sigma_2}. \quad (53)$$

Amennyiben a korrelációt egy előre definiált időablak mentén gördítjük végig a vizsgált idősorokon, már módunkban áll megvizsgálni a korreláció ingadozását – lásd Kiss és Kuba (2009). Mindez azonban már felveti a feltételesség kérdését. Mint azt Kóbor (2000) megjegyzi, az időponttól független (*unconditional*) eloszlás alakja nem függ az időponttól és a variancia állandó, a feltételes eloszlás (*conditional*) esetében az együttes eloszlás függ az időponttól, varianciája sztochasztikus, miközben a folyamatot a heteroszkedaszticitás jellemzi.

A feltételes korreláció számítása során már megengedjük a korreláció időbeli változását (*time-variant*), miközben értékeinek a $[-1,1]$ intervallumba kell esnie. A hagyományos **gördülő korreláció** (54) kiszámítása során minden, a vizsgálati ablakba bevont hozam azonos súllyal esik figyelembe, azonban pont emiatt nehéz eldönteni, milyen feltevések mentén értelmezhetőek. A EWMA (*exponentially weighted moving average*)³⁶ modell a múltbeli hozamok súlyát csökkenti a λ paraméter segítségével a korreláció számítása során:

$$\hat{\rho}_{12,t} = \frac{\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-j-1} r_{1,s} r_{2,s}}{\sqrt{(\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-s-1} r_{1,s}^2)(\sum_{s=1}^{t-1} \lambda^{t-s-1} r_{2,s}^2)}}. \quad (54)$$

Ez a korreláció ugyanúgy beleesik a $[-1,1]$ intervallumba, azonban a lambda kiválasztása esetleges, hagyományosan 0,94.

Matlabban (UCSD toolbox) a gördülő korreláció számítása során meg kell határozni a ablak terjedelmét (*ablak*). Az EWMA esetében a 0,94-es lamdatól napi záró adatok esetében nem szokás eltérni.

```
% gördülő korreláció
ablak=50;
for i=1:length(data)-ablak
    [Rho_gordulo(i,1)]=corcoef(hozam(i:i+ablak,1), hozam(i:i+ablak,2));
end
% EWMA (UCSD és MFE toolbox egyaránt)
lambda=0.94; %havi adatnál 0.97 lenne!
Ht = riskmetrics(data,lambda);
RM_corr=squeeze(Ht(1,2,:))./...
(squeeze(sqrt(Ht(1,1,:))).*squeeze(sqrt(Ht(2,2,:)))));
```

³⁶ Ugyanez a modell megjelenik az irodalomban RiskMetrics™ név alatt is.

A tőkepiaci fertőzések kimutathatóságához – a bevezetésben már leírt definíció alapján – a korreláció szignifikáns változását kell igazolni. Forbes és Rigobon (2002) azonban rávilágít a hagyományos módon számított **korreláció heteroszkedaszticitás általi torzítottságára** (55). Ehhez be kell vezetni az egyazon piacon két (l és h) időszakban mérhető szórás arányát kifejező δ változót: $1 + \delta \equiv \frac{\sigma_{xx}^h}{\sigma_{xx}^l}$. Ekkor a másik piacon a CAPM-ből ismert módon fejezzük ki, majd behelyettesítjük a fenti arányt, felhasználva a $\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \beta \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ összefüggést:

$$\sigma_{yy}^h = \beta^2 \sigma_{xx}^h + \sigma_{ee} = \sigma_{yy}^l \left(1 + \delta \beta^2 \frac{\sigma_{xx}^l}{\sigma_{yy}^l} \right) = \sigma_{yy}^l (1 + \delta [\rho^l]^2). \quad (55)$$

Ezáltal a h időszakban mérhető korreláció az alábbi módon néz ki:

$\rho^h = \frac{\sigma_{xy}^h}{\sigma_x^h \sigma_t^h} = \frac{(1+\delta)\sigma_{xy}^l}{(1+\delta)^{0.5}\sigma_x^l(1+\delta[\rho^l]^2)^{0.5}\sigma_y^l} = \rho^l \sqrt{\frac{1+\delta}{1+\delta[\rho^l]^2}}$, azaz a korreláció értéke valóban a heteroszkedaszticitás (δ) függvényévé vált.

A heteroszkedaszticitás kiszűrésére azonban Bollerslev (1990) és Tsay (2005) szerint alkalmazhatóak az egy vagy többváltozós GARCH modellek, amelyek standardizált hibatagjaiból már számolhatunk torzulásmentes, időben állandó és feltétlen korrelációt. Matteson és Ruppert (2011) ezek közül a diagonális VEC, illetve a BEKK-GARCH modelleket emeli ki, azonban esetükben a pozitív definit kovariancia mátrix biztosításához szükséges paraméterezés elég bonyolult sikerült, ami megnehezítette a becslésüket is.

A **DCC modell** (Engle 2002, Matteson–Ruppert 2011, Kuper–Lestano 2007, Wong–Li 2010, Christoffersen 2012) elsőként a $r_t \parallel \Phi_{t-1} \sim N(0, H_t)$ hozammal és Φ_{t-1} valamennyi $t-1$ időpontban elérhető információval jellemezhető idősorok feltételes σ_{it}^2 varianciáját (56, 57) modellezi:

$$\sigma_{it}^2 = \omega_i + \sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} e_{it-p}^2 + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} \sigma_{it-q}^2, \quad (56)$$

$$D_t^2 = \text{diag}\{\dots, \sigma_{it}, \dots\}, \quad (57)$$

majd kiszámolja ezeknek a modelleknek a ε_t standardizált hibatagjait (58):

$$\varepsilon_t = D_t^{-1} e_t, \quad (58)$$

ezeket az EWMA esetében megismert módon simítja az $\lambda \in (0,1)$ paraméter segítségével (59):

$$Q_t = (1 - \lambda)\varepsilon_t\varepsilon'_{t-1} + \lambda Q_{t-1}. \quad (59)$$

Ezt követően a fentiekből összeállítja az R_t feltételes korrelációs mátrixot (60):

$$R_t = \text{diag}\{Q_t\}^{-1}Q_t\text{diag}\{Q_t\}^{-1}, \quad (60)$$

és ezek minden t időponthoz kötődő kombinációja adja a Σ_t volatilitás mátrixot (61):

$$\Sigma_t \equiv D_t R_t D_t. \quad (61)$$

A normalitás feltételezése mellett a kétlépéses kvázi maximum likelihooddal becslöm – az egyváltozós GARCH(1,1) modell illesztését követően adott ε_t -k mellett λ -t a kvázi-likelihood korrelációitól függő komponenseinek maximalizálásával (62) becsljük:

$$L = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^T(n \log(2\pi) + \log|\Sigma_t| + r'_t \Sigma_t^{-1} r_t) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^T(n \log(2\pi) + \log|D_t R_t D_t| + r'_t D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^T(n \log(2\pi) + 2\log|D_t| + \log|R_t| + \varepsilon'_t R_t^{-1} \varepsilon_t). \quad (62)$$

A likelihood függvény feltételezi a függő változók feltételes normalitását, azonban nem veszi el a konzisztenciáját e feltétel sérülésekor sem, amíg az egyetlen első két momentuma megfelelően kidolgozott.

Bár Engle (2002) mindvégig az alapmodellnek számító GARCH(1,1) modellt alkalmazta, munkám során Cappiello, Engle és Sheppard (2006) alapján a vizsgált idősorokat előbb egy változós GARCH modell segítségével homoszkedasztikussá tettem, majd ezt a kimenetet használtam fel a többváltozós DCC-GARCH számításhoz.

A DCC-GARCH segítségével például dinamikussá alakítható a Fabrozzi (2004) könyvének 727. oldaláról is ismert, két eszközből összeállított minimális varianciájú portfólió súlyozásának $x_A = (\sigma_B^2 - \sigma_{AB}) / (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB})$ összefüggése. Ebben az esetben a feltételes varianciák és kovarianciák segítségével tudjuk követni a két eszköz feltételes együttmozgásában beálló változásokat, finomítva az egyes eszközök súlyozását.

```
ret_garch=[ehat_a ehat_b]; % „a” és „b” papírok homoszkedasztikus hozama
[DCC_parameters,DCC_LL,DCC_Ht]=dcc_mvlgarch(ret_garch,1,0,1,1,1);
DCC_covariance_ab=squeeze(DCC_Ht(1,2,:));
DCC_variance_a=squeeze(DCC_Ht(1,1,:));
DCC_variance_b=squeeze(DCC_Ht(2,2,:));
DCC_correlation_ab=...
DCC_covariance_ab/(sqrt(DCC_variance_a)*sqrt(DCC_variance_b));
Suly_a=(DCC_variance_b-
DCC_covariance_ab)/(DCC_variance_a+DCC_variance_b-
2*DCC_covariance_ab)
```

Természetesen lehetőség van n eszközből álló, minimális varianciájú portfólió megalkotására is, abban az esetben előbb meg kell határozni az összes naphoz kapcsolódó minimális varianciájú portfólió súlyait. Első lépésként a varianca-kovariancia mátrix inverzét kell venni (kiindulva abból, hogy $A * A^{-1} = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ egységmátrix), majd meg kell határozni minden inverz mátrix sorainak és oszlopainak összegét, amellyel eloszthatjuk minden oszlop összegét.

```
T=size(DCC_Ht);
for i=1:T(1,3)
    CovInv(:,i) = inv(DCC_Ht(:,i));
    norm(1,i) = sum(sum(CovInv(:,i)));
    suly(i,:) = sum(CovInv(:,i)) / norm(1,i);
end
```

2.8. Interdependencia, fertőzés, divergencia

Bonanno et al. (2001) fogalmazták meg a **piacok komplexitásának három fő következményét**: idősorok szintjén elmondható, hogy a piaci hozamok csak **megközelítőleg stacionerek**, miközben a hozamok **autokorrelációja** legalább húsz kereskedési napig elnyújtott monoton csökkenést mutat. Másfelől létezik **iparágon és idősoron belüli keresztkorreláció**, lehetőséget nyújtva az esemény-alapú kereskedésre a létrejövő szinkron-hatások miatt. Mindebből fakad a harmadik tétel, amely kimondja az **extrém események idején megfigyelhető kollektív viselkedés** jelenségét. A következő bekezdésekben a kollektív viselkedés **három nevezetes esetét** definiálom: az interdependenciát, a fertőzést és a divergenciát.

Rendszerszinten Forbes és Rigobon (2002) szerint egyfelől létezik pénzügyi interdependencia a reálgazdaság hálózatában egymáshoz közel álló országok között, míg fertőzés esetén a piacok közötti együttmozgás szignifikánsan emelkedik zuhanó trend esetén (Campbell et al. 2002, Bekaert et al. 2005). E megközelítések arra a feltételezésre épülnek, hogy a piaci szereplők **homogénnek** tekintik a hasonló karakterisztikákkal (földrajzi elhelyezkedés, szektor, minősítők által adott besorolás stb.) leírható egyes **eszközöket** és **országokat**, így probléma esetén a teljes homogén kategória felszámolására törekednek. Ezzel ellentétes a **heterogenizálás** esete, amikor a piaci szereplők egy korábban homogénnek tekintett csoporton belül elkezdnek jobban odafigyelni az **egyedi sajátosságokra** és ezt be is építik a kockázatok árazásába – a korábban homogénnek tekintett, tehát konvergáló csoport felbomlása az együttmozgás csökkenésével jár, így erre a jelenségre Bearce (2002) nyomán divergenciaként hivatkozok a továbbiakban.

Szükséges tehát e hármas fogalomkör mélyebb definiálása. A **fertőzések (contagion)** esetében a Világbank³⁷ három szintet különböztet meg; az általános definíció szerint az országok közötti sokkok, vagy bármilyen más hatás terjedését érthetjük ide, nem téve különbséget a válságok és felívelő periódusok között. A korlátozott definíció értelmében a fertőzés nyomán létrejövő, szokásosnál magasabb korreláció mögött az országok között fennálló fundamentális (pénzügyi vagy finanszírozási, a termelési értéklánc határon átnyúlásából fakadó, illetve politikai) kapcsolatok húzódnak meg. A legszűkebb definíció szerint fertőzésről beszélhetünk abban az esetben, ha a nyugodt időszakhoz képest a válságos periódusban a korreláció szignifikáns növekedését tapasztaljuk.

Definíció: Tőkepiaci fertőzés (63) alatt a m_k , m_j piacok közötti $\rho^{m_k m_j}$ korreláció $r_{n/x}$ sokk hatására bekövetkező szignifikáns növekedését értem (Forbes–Rigobon 2002, Campbell et al. 2002, Bekaert et al. 2005):

$$r_{n/x}^{m_i} \neq 0 \rightarrow \rho_n^{m_k m_j} < \rho_x^{m_k m_j}, \quad (63)$$

tehát amennyiben az m_i piacon a kereskedési napok elkülöníthetővé válnak normális és extrém hozamok halmazai mentén definiált $r_{n/x}$ sokk alapján, akkor az m_k , m_j piacok közötti $\rho^{m_k m_j}$ korrelációt kettébontjuk úgy, hogy az extrém napokon szignifikánsan magasabb korrelációt tapasztalunk.

A keresleti és kínálati oldal között fennálló egyensúly megbomlásával Wong és Li (2010) szerint fertőzés esetén az azonos irányú tőkemozgások nemzetközi mértéket öltenek, ami a megemelkedő korrelációval karöltve keresztülhúz minden nemű védekező diverzifikációs törekvést (Campbell et al. 2002). Király et al. (2008) szerint azonban a globális pénzpiaci csatornákon terjedő **fertőzés erejéről, kiváltó okáról és pontos hatásáról azonban még ma sincs széles körű egyetértés**. Egyes vélemények szerint a fejlődő országokra kényszerített gyors tőkepiaci liberalizáció váltotta ki a válságokat, és okozta gyors tovaterjedésüket, mások szerint éppen a liberalizált piacok voltak azok, ahol a válságok kevésbé voltak pusztító erejűek, és a helyreállítás is gyorsabban zajlott. Van Royen (2002) illetve Markwat et al. (2009) még ennél is tovább mennek: az 1997-es távol-keleti, 1998-as orosz valamint a 2001-es dot-com válság kapcsán megállapítják, hogy egy fertőzés terjedése nem függ az adott ország makrogazdasági fundamentumaitól, így a hirtelen sokkokkal szemben még a földrajzi alapú diverzifikáció is tehetetlen. Az orosz válság minden esetre felhívta a figyelmet a **magas tőkeáttételű finanszírozásra**, mint a fertőzés egy lehetséges okára, hiszen a piaci likviditás hiánya ekkor is finanszírozási problémákat okozott, és a magas tőkeáttételű alapok egyszerre vonultak ki látszólag semmilyen kapcsolatban nem álló földrajzi régiókból. A 2007-ben induló válság során fejlett pénzügyi piacok fertőződésében a strukturált termékek piaca, a bankközi piac és a tőkeáttétel leépítésén keresztül a likviditási csatorna volt a döntő.

³⁷ Ez a definíció a Világbank fertőzés-definíciói közül a legszűkebb, lásd: <http://go.worldbank.org/JIBDRK3YCO>

Az eddig leírtak tükrében látható, hogy a fertőzés-irodalom még elég kiforratlan, ráadásul az általam is alkalmazott legszűkebb definíció teljesülésével kapcsolatban sem egyöntetűek a vélemények. Forbes és Rigobon (2002) még alapvetően módszertani okból támadta a korreláció, mint a fertőzések fokmérőjének alkalmazását, rámutatva a heteroszkedaszticitás problémájára. Ennek kapcsán definiálta a szignifikánsan nem növekvő, bár alapvetően magas korreláció mentén az interdependenciát.

Definíció: Tőkepiaci interdependenciáról (64) beszélünk abban az esetben, ha a $m_k m_j$ piacok közötti $\rho^{m_k m_j}$ korreláció $r_{n/x}$ külső vagy belső sokk hatására nem változik szignifikáns mértékben (Forbes–Rigobon 2002):

$$r_{n/x}^{m_i} \neq 0 \rightarrow \rho_n^{m_k m_j} \approx \rho_x^{m_k m_j}, \quad (64)$$

tehát amennyiben az m_i piacon a kereskedési napok elkülöníthetővé válnak normális és extrém hozamok halmazai mentén definiált $r_{n/x}$ sokk alapján, akkor az m_k , m_j piacok közötti $\rho^{m_k m_j}$ korrelációt kettébontjuk úgy, hogy az extrém napokon nem tapasztalunk szignifikánsan eltérő korrelációt.

A 2007-től jelentkező subprime-válság kapcsán vált megfigyelhetővé a divergencia jelensége – különösképpen a kelet-közép európai devizák esetében volt szembeűnő, hogy az évtized első felében létrejövő konvergencia (Stávárek 2009) hogyan bomlott fel a válság hatására. A már említett divergencia jelenségét így szükségesnek tartom definiálni az alábbi módon. Bearce (2002) a jelenség monetáris politikai hátterét egyenesen a Bretton Woods-i rendszer 1973-as bukásától vezeti le könyvében, kiindulópontként hivatkozva a Mundell-Fleming-féle monetáris trilemmára – monetáris politikai autonómia, szabad tőkeáramlás és lebegő árfolyamok mellett a kamatlábak legfeljebb évtizednél rövidebb perióduson képesek konvergálni.

Definíció: Tőkepiaci divergencia (65) alatt a $m_k m_j$ piacok közötti $\rho^{m_k m_j}$ korreláció $r_{n/x}$ külső vagy belső sokk hatására bekövetkező szignifikáns csökkenését értem:

$$r_{n/x}^{m_i} \neq 0 \rightarrow \rho_n^{m_k m_j} > \rho_x^{m_k m_j}, \quad (65)$$

tehát amennyiben az m_i piacon a kereskedési napok elkülöníthetővé válnak normális és extrém hozamok halmazai mentén definiált $r_{n/x}$ sokk alapján, akkor az m_k , m_j piacok közötti $\rho^{m_k m_j}$ korrelációt kettébontjuk úgy, hogy az extrém napokon szignifikánsan alacsonyabb korrelációt tapasztalunk.

A **korreláció változásának szétválogatásához** azonban szükség van egy **rendezőelvre**, azaz a sokkok definiálására. A fenti definíciók széleskörűségéből kifolyólag Lublőy (2005) a fertőzéssel foglalkozó empirikus modellek két csoportját különbözteti meg. Az első csoportba a különféle makroökonómiai sokkok egész skáláját figyelembe vevő modellek tartoznak: a kamatláb-, valutaárfolyam- és az értékpapírpiac oldaláról eredő sokkok, illetve üzleti ciklusok hatását vizsgálják a piaci és hitelkockázaton keresztül a bankok fizetőképességére vonatkoztatva. A második csoportba tartozó modellek kizárólag a fertőzés hatását vizsgálják, és eltekintenek a különféle makroökonómiai sokkoktól, többségük egyfajta stressz tesztnek tekinthető, és kizárólag a közvetlen hitelezésre koncentrálnak. Munkám során a keresett rendezőelv definiálása során abból indulok ki, hogy egy **válságot** felbonthatunk **endogén** (a piac felépítéséből) és **exogén** (külső hatások befolyásából fakadó) tényezőkre (Sornette 2006). A továbbiakban a „**válság**” (avagy sokk) állapotára csupán, mint **extrém** mértékű piaci változások **sokaságára** tekintek, tehát csak az endogén vetületet vizsgálom. Az események extrémítását Jentsch et al. (2006) definíciója alapján azok alacsony valószínűsége és nagy hatása alapján definiálom. Az extrémítás endogén megközelítése pedig adott piacon adott időpontban lezajló extrém esemény más piacokra gyakorolt befolyásának vizsgálatát takarja – így a modellalkotás során nem foglalkozunk exogén tényezőkkel (például politikai és intézményi változásokkal). A piacok komplexitásának feltételezése szükséges ahhoz, hogy a vastagfarkúság (*heavy tailness*) jelenségét (Alderson 2008, Albeverio–Piterbag 2006) endogén, piacok kölcsönhatásából fakadó folyamatként vizsgáljam. Vastagfarkúság esetén, a piacon mérhető napi árfolyam változások esetében egy tetszőlegesen nagy és az azt egy nagyságrenddel meghaladó elmozdulások valószínűsége között sokkal kisebbek a különbségek, mint az a normál eloszlás esetében elvárható lenne.

A normál és extrém időszakokban mért korrelációk összehasonlíthatóságához egyaránt alkalmaztam a hagyományos páros t-próbát és az Ansari-Bradley tesztet. Ezek elvégezhetőségének biztosítására Lukács (1999) alapján, a korrelációkon Fischer-transzformációt (66) hajtottam végre:

$$z_i = 0,5 * \ln \frac{1+\rho_i}{1-\rho_i}. \quad (66)$$

A páros t-próba esetében két független mintát hasonlítok össze, feltételezve, hogy megegyező átlaggal rendelkező eloszlásokból származnak, azonos variancia mellett. A nullhipotézis elfogadása a két minta hasonlóságát, míg az alternatív hipotézis a két minta különbözőségét jelenti.

Az Ansari-Bradley teszt során két eltérő hosszúságú független mintát hasonlítok össze, feltételezve, hogy ugyanabból a valószínűségi eloszlásból származnak, szemben az alternatív hipotézissel, amely szerint csupán hasonló mediánnal és formával, viszont eltérő varianciával rendelkező eloszlással rendelkeznek. $H=0$ esetén a két minta hasonló, míg $H=1$ esetén szignifikánsan különbözőek.

A kétféle szignifikancia-teszt alkalmazásával lehetőségem nyílik az adott piac $r_{n/x}$ állapota által kettéválasztott korrelációk mentén árnyaltabb képet adni a fellépő kollektív cselekvésekről.

Visszanyúlva a fertőzés, divergencia és interdependencia definícióihoz, két dimenzió mentén kell vizsgálnom az eredményeket. Egyfelől az interdependenciát kell elhatárolnom a fertőzés és divergencia kategóriáitól – mindezt a szignifikánsan különböző piacpárok összes piacpáron belüli arányával (67) fejezem ki:

$$\frac{\sum(s_{m_1 m_2}, s_{m_1 m_3}, \dots, s_{m_j m_k}, \dots, s_{m_{n-1} m_n})}{N} \begin{cases} > 50\%, \text{ akkor fertőzés vagy divergencia} \\ \leq 50\%, \text{ akkor interdependencia} \end{cases} \quad (67)$$

ahol $s = \begin{cases} 1, \text{ amennyiben szignifikánsan különbözőek a korrelációk} \\ 0, \text{ amennyiben szignifikánsan nem különbözőek a korrelációk} \end{cases}$

N pedig a vizsgált piacpárok számát jelöli.

A definíciók alapján a fertőzést szignifikánsan magasabb korrelációval, míg a divergenciát szignifikánsan alacsonyabb korrelációval jellemezhetjük (68). Egynél több piacpár esetén a folyamat az alábbiak szerint épül fel az eloszlás „normális” és extrém halmazai mentén értelmezve³⁸:

$$g = \begin{cases} 1, \text{ amennyiben } (\rho_{na} = \begin{cases} 0, \text{ amennyiben } s = 0 \\ \rho_n, \text{ amennyiben } s = 1 \end{cases} < \rho_{xa} = \begin{cases} 0, \text{ amennyiben } s = 0 \\ \rho_x, \text{ amennyiben } s = 1 \end{cases}) \\ 0, \text{ amennyiben } (\rho_{na} = \begin{cases} 0, \text{ amennyiben } s = 0 \\ \rho_n, \text{ amennyiben } s = 1 \end{cases} \geq \rho_{xa} = \begin{cases} 0, \text{ amennyiben } s = 0 \\ \rho_x, \text{ amennyiben } s = 1 \end{cases}) \end{cases}$$

ekkor $\frac{\sum(g_{m_1 m_2}, g_{m_1 m_3}, \dots, g_{m_j m_k}, \dots, g_{m_{n-1} m_n})}{N} \begin{cases} > 50\%, \text{ akkor fertőzés} \\ \leq 50\%, \text{ akkor divergencia} \end{cases} \quad (68)$

Ebben az esetben tehát a fertőzés az összes piacpárhoz arányosítva kerül kimondásra – azaz a szignifikánsan magasabb korrelációk mekkora arányban vannak jelen az összes piacpáron belül.

Ezzel a megközelítéssel szembeni alternatívát jelentene, ha a magasabb és az alacsonyabb korrelációk számának különbségét vizsgálnám – ekkor azonban nem venném figyelembe a szignifikánsan nem különböző piacpárokat. Ez pedig az eredmények komoly torzításához vezetne, ami az alábbi két példán keresztül szemléltetek:

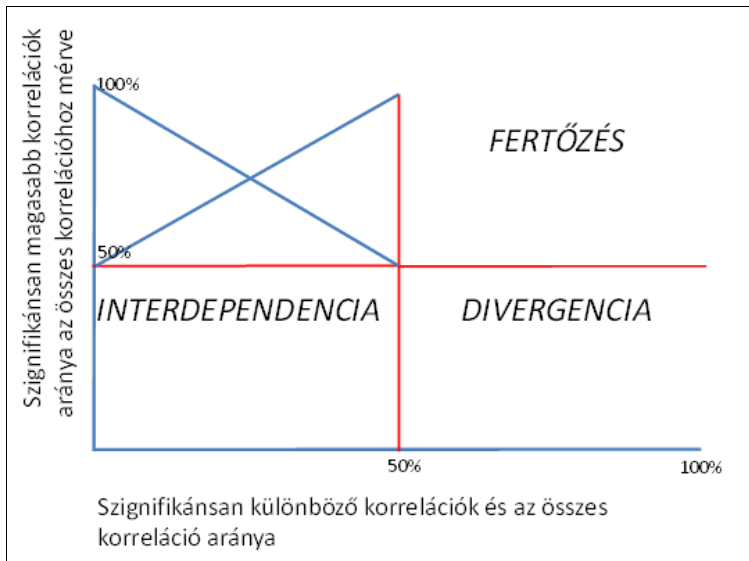
Tegyük fel, hogy 10 piacpárból 3 nem szignifikánsan nem különböző, 6 szignifikánsan nagyobb, 1 szignifikánsan kisebb. Ekkor az általam alkalmazott számolással és az alternatív megoldás mentén egyaránt kimutathatom a fertőzést.

³⁸ Tehát ezt még külön lehet bontani extrém pozitív-normál illetve extrém negatív-normál változatokra.

Amennyiben azonban 10 piacpár esetén van 4 szignifikánsan nem különböző, 4 szignifikánsan nagyobb és 2 szignifikánsan kisebb, az a fenti számításom alapján divergencia, az alternatív megközelítés értelmében már fertőzés – miközben a piacpároknak csak a 40%-a nőtt szignifikáns mértékben.

Az általam alkalmazott megoldással tehát fertőzést kimutatni sokkal nehezebb, miközben a divergencia könnyebben elérhető állapot, ahol a korrelációk elég komoly hányada emelkedhet szignifikáns mértékben, ahogyan a 8. ábra y-tengelyén felfelé haladunk a fertőzések irányába. Munkám első két hipotézise azonban a fertőzések meglétét és tulajdonságait vizsgálja, ami indokoltá teszi ezt a szigort. A harmadik hipotézisem pedig a monetáris politika extrém időszakok mentén létrejövő nem kívánt autonómiáját érinti, amelynek az általam végzett besorolás szintén eleget tesz. Tehát, bár konfliktus figyelhető meg a fertőzés és divergencia definíciója és a kiszámítás módja között, ez a hipotézisek minél kisebb torzítással járó elfogadását illetve elutasítását szolgálja.

2.1. ábra Egy piac normál és extrém eseményei által szétválasztott korrelációs párok szignifikáns eltérése alapján az adott piac besorolhatósága a „fertőzés”, „divergencia” és „interdependencia” kategóriákba



Forrás: saját szerkesztés

Ebben az alfejezetben mutattam be – és a 2.1. ábrán foglalva össze – a napi adatokon felbukkanó fertőzések illetve divergenciák detektálásának egy lehetséges módját, ahol a korrelációk szétválasztása egy piac elmozdulásának valószínűségén alapul, felhasználva az extrém események statisztikai tulajdonságait.


```
TT=size(X);
for z=1:TT(1,2)
    T=size(DCC_correlation_ab)
    for j=1:T(1,2)
        ex1=[]; % pozitív extrém korreláció
        ex2=[]; % negatív extrém korreláció
        norm=[]; % normális korreláció
        for i=1:T(1,1)
            if X(i,z)==1
                ex1(i,j)= DCC_correlation_ab(i,j);
                ex2(i,j)=0;
                norm(i,j)=0;
            elseif X(i,z)==-1
                ex1(i,j)=0;
                ex2(i,j)= DCC_correlation_ab(i,j);
                norm(i,j)=0;
            else
                ex1(i,j)=0;
                ex2(i,j)=0;
                norm(i,j)= DCC_correlation_ab(i,j);
            end
        end
        ttest2_poz = ttest2(nonzeros(ex1), nonzeros(norm));
        ttest2_neg = ttest2(nonzeros(ex2), nonzeros(norm));
        fertoz_poz(j,z)=(mean(nonzeros(norm))<mean(nonzeros(ex1)))* ttest2_poz;
        fertoz_neg(j,z)=(mean(nonzeros(norm))<mean(nonzeros(ex2)))* ttest2_neg;
    end
    Output(z,1)=sum(fertoz_poz(:,z))/T(1,2);
    Output(z,2)=sum(fertoz_neg(:,z))/T(1,2);
end
```

3. Számítások interpretációja

Az előző, módszertani fejezetben bemutatott eljárások és a bemutatott Matlab scriptek segítségével lehetőség nyílik a napi felbontású tőkepiaci idősorok számtalan aspektusának vizsgálatára. Ebben a fejezetben esettanulmány-jelleggel mutatok be több olyan számítást is, amelynek az eredményei hasznosak lehetnek egy hasonló kutatás lefolytatása során. Ide tartoznak az idősorok alapmodeltől vett eltéréseit vizsgáló alapstatisztikák, a hozamok extrém elmozdulásai, a volatilitási modellek illetve fertőzések vizsgálata.

3.1. Alapstatisztikák

Pénzügyi idősorok esetében külön érdemes tárgyalni a részvény, kötvény és deviza piacokat. A részvények esetében problémát jelenthet a kereskedés hiánya (kisebb vállalatok kevésbé likvid papírjai esetében), illetve az osztalékfizetés kompenzációja. Részvényindexek esetében az index összeállítója eme torzítások minimalizálására törekszik, miközben az indexet követő alapok, ETF-ek kereskedése biztosítja az árfolyam folytonosságát. Az állampapírok esetében az egyes hozamok bírnak eltérő jelentőséggel. A rövidebb lejáratoknál (ezek közül a legnevezetesebb a 3 hónapos, 3M) a legkomolyabb a kereskedési aktivitás, erre nagyban hat a monetáris politika a bankrendszer likviditásának menedzselése során a nyíltpiaci és repo ügyletei (és egyéb fedezett hitelei) nyomán. A 10 éves kötvényhozamok (10Y) alapvetően már nem a főlös likviditás elhelyezésére, hanem sokkal inkább a hosszabb távú befektetések benchmarkjaként funkcionál, a biztosító társaságok és nyugdíjalapok érdekkörébe tartozik. A devizapiacok esetében lényeges szempont a denomináció kérdése, azaz egy devizaárfolyamát csak egy másik devizában lehet meghatározni. Emiatt lényeges szempont, hogy a denominátor széles körben elfogadott legyen és lehetőség szerint minél kevesebb torzítást vigyen a számításokba.

3.1.1. Részvényindexek és kötvényhozamok

Első példa gyanánt egy **részvény és kötvénypiacokra** kiterjedő elemzésem³⁹ megalapításait mutatom be, amelyben amerikai, euro-zónabeli, cseh, lengyel és magyar részvénytőkepiaci indexeket és kötvénytőkepiaci (3 hónapos és 10 éves) hozamok napi záró adatait⁴⁰ vizsgáltam 2002. január 1. és 2011. július 31. között. Megvizsgálva azok normál illetve extrém időszakok során mutatott együttlátását – annak fényében, hogy Farkas (2011b) szerint a visegrádi országok önálló gazdasági modellt alkotnak az Európai Unióban hagyományosan meglévő angolszász, északi, kontinentális és mediterrán mellett.

³⁹ Nyomtatásban megjelent: Kiss–Kosztópulosz (2012).

⁴⁰ Az adatok forrása: Thomson-Reuters adatbázis, a hozzáférés biztosításáért a szerző külön köszönettel tartozik az Aranykor Nyugdíjpenztárnak – azon belül is Prof. Dr. Kovács Árpádnak és Kulyassa Krisztinának.

A piacok hatékonysága elvethető a 3.1. táblázatban látható alapmodell eredményei alapján. Látható, hogy az alap idősorok logaritmikus differenciáltjából számított hozamok valószínűségi eloszlása nem követ normál eloszlást egy esetben sem, miközben kifejezett csúcsosságot (*kurtosis*) és aszimmetriát (*skewness*) mutatnak. A háromnál magasabb csúcsosság (*excess kurtosis*) vastagfarkúságra utal, ami az extrém elmozdulások relatív gyakoriságát erősíti, míg a nullától eltérő aszimmetria az extrém elmozdulások egyik oldalon történő csoportosulására utal. Negatív aszimmetria esetén az eloszlás bal oldalán csoportosulnak az elmozdulások (a valószínűségi eloszlás balra ferdül), miközben a jobb oldal gyors lecsengésű. Mindez a részvénypiacon az esések, devizapiacokon a deviza erősödésének a preferenciáját, míg kötvénypiacon a hozamok csökkenésén keresztül a likviditás bővülésének magasabb arányát jelenti⁴¹. A kötvénypiacokon a leginkább likvidnek tartott 3 hónapos hozamok esetében az euró-zóna és az amerikai eloszlás majdhogynem szimmetrikus, miközben a magyar piacon extrém mértékű likviditásszűkülésre utaló elmozdulások hemzsegnek – ellentétben az inkább likviditásbővülés felé eltolódott lengyel és cseh piacokkal. A magyar hozamgörbe rövidebbik vége mutatja emellett a legmagasabb csúcsosságot a teljes mintán belül (ide értve a részvény és devizapiacokat is), amitől némileg elmarad az amerikai és a cseh érték. Paradox módon tehát, bár ez a lejárat áll leginkább a monetáris politika fókuszában, a vastagfarkúság is itt érhető leginkább tetten – szemben mondjuk a lebegő árfolyamrendszerek miatt szabályozatlan devizapiacokkal, vagy akár a részvénypiacokkal. A monetáris politika és a likviditásáramlás által kevésbé érintett 10 éves hozamok esetében a lengyel és magyar piacon még mindig jobb oldali aszimmetriát, míg a csehek és az Egyesül Államok esetében kifejezett baloldalra tolódást tapasztalhatunk – ami e két piac „biztonságos menedék”-jellegére⁴² utal. A hozamgörbe hosszabb lejáratára kapcsán már látható, hogy a fejlett piacok csúcsossága alacsonyabb, tehát kevésbé hajlamosak az extrém ingadozásokra. A részvénypiacokon a vezető piacok esetében a pozitív aszimmetria a növekedés terén mérhető nagyobb tömeget jelöli, miközben a kelet-közép európai (továbbiakban CEE) piacokon inkább az esés válik dominánssá a sűrűségfüggvény alapján. Sajátos, hogy a német és amerikai részvénypiaci indexek aszimmetriája majdnem megegyezik – miközben az amerikai piac csúcsossága jóval magasabb. A devizapiacokon mindegyik piac esetében erősödést tapasztalhatunk – mindez elsősorban a 2008 előtti trendek lenyomataként értelmezhető.

Az alap idősorokkal ellentétben a logaritmikus differenciálást követően már stacioner idősorokkal rendelkezünk – a dinamikus feltételes korreláció kiszámíthatóságához egyébként is szükségünk van legalább aszimptotikus stacionaritásra.

⁴¹ Tehát a részvénypiacon találunk majd meglepően komoly valószínűségű jelentős eséseket, míg a jelentős emelkedések valószínűsége alacsony marad.

⁴² Bár az amerikai kötvénypiac esetében ez magától értetődő, a cseh piacokon 2008 második felétől tetten érhetőek voltak hasonló mozgások (Lízal 2011).

3.1. táblázat A vizsgált piacokon mért hozamok leíró statisztikái

| vizsgált piacok | asszi-metria | csúcsos-ság | Normál eloszlás | Stacionaritás-vizsgálat | | Heteroszkedaszticitás | | Auto-korreláció | |
|-----------------|--------------|-------------|-----------------|-------------------------|----------------|-----------------------|--------|-------------------|--------|
| | | | (Jarque-Bera) | (ADF-teszt) 1 lag | | (ARCH-LM) 1 lag | | (Ljung-Box) 1 lag | |
| | | | p | t érték | kritikus érték | p | p | | |
| US 3M | 0,2300 | 70,0669 | 0,001 | -55,4620 | * | -1,9416 | 0,0000 | 0,0000 | |
| EURO 3M | -0,0200 | 42,0710 | 0,001 | -51,2232 | * | -1,9416 | 0,0000 | 0,2245 | *** |
| HU 3M | 1,3047 | 85,5834 | 0,001 | -50,2077 | * | -1,9416 | 0,0000 | 0,8346 | *** |
| CZ 3M | -3,9396 | 63,4790 | 0,001 | -46,9896 | * | -1,9416 | 0,8460 | ** | 0,0033 |
| PL 3M | -0,7997 | 37,5070 | 0,001 | -44,1657 | * | -1,9416 | 0,0334 | | 0,0000 |
| US 10Y | -0,2763 | 8,4496 | 0,001 | -52,3948 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0188 |
| EURO 10Y | 0,0321 | 4,9600 | 0,001 | -46,9331 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0016 |
| HU 10Y | 0,3541 | 14,6860 | 0,001 | -47,6824 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0171 |
| CZ 10Y | -1,6999 | 63,9910 | 0,001 | -49,1197 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,3756 |
| PL 10Y | 0,6234 | 16,2840 | 0,001 | -42,2279 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0000 |
| DJI | 0,1068 | 12,2820 | 0,001 | -55,5017 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0000 |
| DAX | 0,1070 | 8,2694 | 0,001 | -52,2590 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0276 |
| BUX | -0,0930 | 9,9225 | 0,001 | -47,6622 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0178 |
| PX | -0,5618 | 17,8660 | 0,001 | -46,4961 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0003 |
| WIG | -0,2971 | 6,2382 | 0,001 | -46,3625 | * | -1,9416 | 0,0000 | | 0,0002 |

*: stacioner idősor, **: homoszkedaszticitás, ***: autokorrelálatlanság

Forrás: saját szerkesztés

A vizsgált idősorok többsége egyszerre mutatja heteroszkedaszticitás és autokorreláció jeleit, ami megalapozza a GARCH modellek alkalmazásának szükségességét. A heteroszkedaszticitás jelenléte a piaci volatilitás klaszteresedésére utal, aláhúzva az extrém hozamok előfordulásából fakadó jelenségek fontosságát.

A fenti eredmények tükrében elvethetjük a mintában szereplő piacok hatékonyságát, azonban kérdés, hogy a komplex piacok modellje képes-e alternatívát nyújtani. Ehhez meg kell vizsgálnom, hogy tapasztalhatunk-e a hipotéziseimnek eleget tevő kollektív cselekvés nyomait a mintán.

3.1.2. Deviza-árfolyamok és a denomináció szerepe

Második példa gyanánt a hazai deviza alapú hitelek devizáinak (svájci frank – CHF, euró – EUR, japán jen – JPY) denominációs torzító hatását feltáró munkámat⁴³ idézném. Ebben az esetben alapstatisztikákat a vizsgált forint (HUF) mellett a cseh koronán (CZK), mint kontroldevizán is elvégeztük. A vizsgálat 2002. január 1. és 2013. december 31. között a napi közép árfolyamok felhasználásával történt (N=3035), melyeket a Lengyel Jegybank adatbázisából⁴⁴ nyertük. Az egyes időszakok összehasonlítását a teljes minta négy időszakra történő bon-

⁴³ Nyomtatásban megjelent: Kiss–Schusztter (2014).

⁴⁴ <http://www.nbp.pl/homen.aspx?c=/ascx/archen.ascx>

tásával hajtottuk végre, megkülönböztetve a monetáris szigorítás (2005. május 1. és 2007. július 31. között), a subprime (2007. augusztus 1. és 2010. január 31. között), a köztes (2010. február 1. és 2011. november 30. között) és az euroválságra adott reakciók (2011. december 1-től 2013. december 31-ig) időszakait.

3.2. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák logaritmikus differenciáltjainak alapstatisztikái különböző denominálás mellett

| denominátor | deviza | ferdeség | csúcsosság | normál eloszlás | auto-korreláció | heteroszkedaszticitás | stationaritás |
|-------------|--------|----------|------------|-----------------|-----------------|-----------------------|---------------|
| | | | | Jarque-Bera (p) | Ljung-Box (p) | ARCH-LM (p) | ADF (p) |
| CHF | CZK | 0,7750 | 20,4057 | 0* | 0,9222** | 0,9777*** | 0**** |
| | HUF | -0,0048 | 13,2339 | 0* | 0,0109 | 0,2468*** | 0**** |
| EUR | CZK | -0,3175 | 12,3465 | 0* | 0,1259** | 0,4409*** | 0**** |
| | HUF | -0,6258 | 11,0656 | 0* | 0,0152 | 0,3109*** | 0**** |
| JPY | CZK | -0,3609 | 7,4581 | 0* | 0,7879** | 0,9143*** | 0**** |
| | HUF | -0,5120 | 9,1864 | 0* | 0,0549** | 0,4361*** | 0**** |

Megjegyzés: *: normál eloszlás hiánya, **: autokorrelált 2-es késleltetés mellett, ***: heteroszkedasztikus 2-es késleltetés mellett, ****: stacioner

Forrás: saját szerkesztés

A teljes vizsgált időszak árfolyamváltozásainak elemzése során (3.2. táblázat) megállapítható a normál eloszlás hiánya, a volatilitás klaszteresedése (heteroszkedaszticitás), miközben a CZK hajlamos az autokorreláltságra. A válság alatti időszak gyengülésének nyomát hordozza magán a harmadik momentum (ferdeség) negatív értéke, ami a CZK és HUF gyengülésének komolyabb tömegét jelzi. Érdekes, hogy a svájci frankban történő denominálás ezt a hatást igencsak képes semlegesíteni. A negyedik momentum (csúcsosság, kurtózis) minden esetben nagyobb, mint 3, ami vastag farkakat jelent. Kiemelendő, hogy az alacsony valószínűségű, ámde komoly elmozdulások svájci frankban történő mérés esetén jelentkeznek – ehhez képest a japán jen már-már megfelel az alapmodellnél elvártaknak.

A svájci frankban történő számítás a válságot megelőzően még az euróban mérthez képest alacsonyabb csúcsossággal társult (3.3. táblázat). Sajátosan alakult a korona és a forint viszonya – míg a válságot megelőzően a korona kurtózisa fele akkora sem volt, mint a forinté, a teljes időszoron vizsgálva már CHF és EUR esetében a forintot meghaladó csúcsosságot tapasztalhatunk. A korona esetében tehát az extrém elmozdulások a forintra kevésbé jellemző növekedésének lehetünk tanúi a válság hatására.

3.3. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák negyedik momentumai különböző időszakokban és denominálás mellett

| időszak | denominátor | deviza | |
|---------------|-------------|--------|-----|
| | | CZK | HUF |
| teljes idősor | CHF | 20 | 13 |
| | EUR | 12 | 11 |
| | JPY | 7 | 9 |
| 2002–2008 | CHF | 5 | 10 |
| | EUR | 6 | 16 |
| | JPY | 4 | 8 |

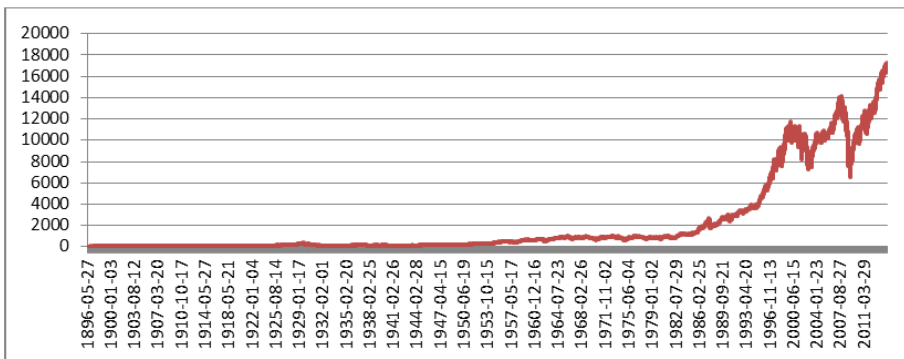
Forrás: saját szerkesztés

3.1.3. Száz éves részvényindexek tulajdonságai

Harmadik példa gyanánt a Dow Jones Industrial Average (továbbiakban: DJI) 1896. május 27. és 2014. október 2. közé eső (N=30717) értékeit⁴⁵ elemző munkámat⁴⁶ idézném, amely az idősor rendkívüli hossza miatt kiemelkedő. Több mint száz év alatt az árfolyama exponenciális növekedést mutatott a vizsgálatba bevont 30717 kereskedési nap alatt, így a logaritmikus hozam számítása magától értetődött (3.1. ábra).

A hozamok segítségével láthatóvá vált, hogy néhány nevezetes nap és időszak kirajzolódik az index történetében: az első világháború kitörése 1914. július 30-án -0,23-as elmozdulást eredményezett, a nagy válság 1929. október 26-án -0,14-as hozamot produkált, míg 1987. október 16-án a portfólióbiztosítás és opció-replikáció csődjéhez köthető válságos nap -0,26-es zuhanást eredményezett.

3.1. ábra A Dow Jones Industrial Average (DJI) napi záró árfolyama és logaritmikus hozama



Forrás: Stooq.com alapján saját szerkesztés

⁴⁵ Forrás: Stooq.com

⁴⁶ Nyomtatásban megjelent: Kiss–Varga (2016)

Felmerül a kérdés, hogy egy ilyen hosszúságú idősoron vajon kimutatható-e a normális eloszlás központi (centrális) határeloszlás-tétele, azaz a kellően nagyszámú független és azonos eloszlású (*independent and identically distributed – iid*) véletlen változó véges összeg⁴⁷ standardizáltja megközelítőleg normális eloszlást követ-e? Mint látható, a normális eloszlás hipotézise elvetésre került.

3.4. táblázat Az idősor alap-statisztikái

| | | |
|-----------------------|-----------------|---------|
| Eljárás | DJI hozam | |
| átlag | | 0,0903 |
| szórás | | 10,7100 |
| ferdeség | | -0,8617 |
| csúcsosság | | 5,4517 |
| normális eloszlás | Jarque-Bera (p) | 0 |
| autokorreláció | Ljung-Box (p) | 0,0888 |
| heteroszkedaszticitás | ARCH-LM (p) | 0,1649 |
| gyenge stacionaritás | ADF (p) | 0 |

Forrás: saját szerkesztés

A 3.4. táblázatban látható alap-statisztikai jellemzők alapján megállapítható a hozamok negatív ferdesége – az idősor nagyobb tömegben tartalmaz negatív elemeket, míg a 5,5-ös csúcsosság jelentősen meghaladja a normális eloszlásnál elvárt 3-as értéket – azaz a DJI a véletlenszerű ingadozáshoz képest sokkal nagyobb számban produkált extrém elmozdulásokat (ez alátámasztja a normális eloszlás hiányáról tanúskodó Jarque-Bera teszt is). Az autokorreláltság és a heteroszkedaszticitás már nem jelenik meg ebben az esetben. Az ADF teszt tanulsága szerint azonban az idősor első és a második momentuma explicit módon nem függ az időtől. A normális eloszlás hiányát leszámítva a vizsgált idősor egész közel helyezkedik el az alapmodell elvárásaihoz.

3.2. Extrém elmozdulások

Az előző alfejezetben elfogadásra került az az állítás, hogy egyik vizsgált részpiac sem felel meg a hatékony tőkepiacokkal szemben támasztott statisztikai elvárásoknak – dacára azok komoly likviditásának és az eltérő hosszúságú idősorok használatának. Kérdéses azonban, hogy mekkora tömegben produkálnak extrém elmozdulásokat, valamint időben azok mennyire csoportosulnak a válságosnak tartott időszakokban. Az első példa bemutatja, hogy a normális eloszlás farkakon történő megsértését ki lehet aknázni mind a kötvény mind a részvénypiacokon az extrém árfolyammozgások meghatározására. A deviza piacok esetében mutatja be a második példám az extrém árfolyammozgások és a monetáris politika kapcsolatát, míg a Dow Jones Industrial részvénypiaci index száz éves idősorán már egyértelműen összehasonlíthatóvá váltak a különböző extrém értékeket összehasonlító eljárások.

⁴⁷ 100 naponként adva össze a hozamokat.

3.2.1. Részvényindexek és kötvényhozamok

Az extrém események statisztikai tulajdonságainak bemutatását tárgyaló fejezetben kiemeltem azok teljes mintanagysághoz vett elenyésző számát és időbeli csoportosulását. A 3.5. táblázat alapján látható, hogy a valószínűségi eloszlás farkain általam extrémként azonosított hozamok súlya egyik piacon sem haladja meg az 5%-ot.

A **három hónapos (3M) hozamok** esetében a likviditás csökkenésével járó pozitív oldali extrém események fordultak elő nagyobb tömegben. E piactípuson belül a magyar piac volt a legérzékenyebb, mert itt fordult elő a legmagasabb arányban is extrém mértékű szűkülés, amit az euró-zóna és Lengyelország követ. Az amerikai adat ez esetben félrevezető lehet, miután itt elég extrém mértékű ingadozásokat is tapasztalhatunk. Az euró-zónabeli és a lengyel adatokat azért érdemes elkülöníteni, mert a lengyel piac hatod akkora ingadozása tekinthető már extrémnek, miközben az euro-zónában csak a 6 fölötti ugrás minősül extrémnek. A magyar sérülékenységet tovább árnyalja mindez, miután a lengyel piacon mért háromszorosát és a cseh kétszeresét elérő ingadozástól számíthatunk valamit extrémnek – azaz eleve sokkal ingatagabb piacról van szó, ami ráadásul nagyobb tömegű extrém hozamokkal bíró farkakkal is rendelkezik.

3.5. táblázat A normál és extrém események mintán belüli súlya és határai

| vizsgált piac | | US 3M | EUR 3M | HU 3M | CZ 3M | PL 3M | US 10Y | EUR 10Y | HU 10Y | CZ 10Y | PL 10Y |
|---------------|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| extrém "+" | db | 36 | 60 | 73 | 23 | 60 | 100 | 103 | 91 | 33 | 85 |
| | % | 1,44% | 2,40% | 2,92% | 0,92% | 2,40% | 4,00% | 4,12% | 3,64% | 1,32% | 3,40% |
| | r | 44,79 | 6,201 | 3,054 | 2,278 | 1,192 | 3,235 | 2,144 | 2,559 | 2,628 | 1,57 |
| normál | | 2431 | 2395 | 2399 | 2457 | 2356 | 2335 | 2334 | 2357 | 2439 | 2344 |
| extrém "-" | db | 36 | 48 | 31 | 23 | 87 | 68 | 66 | 55 | 31 | 74 |
| | % | 1,44% | 1,92% | 1,24% | 0,92% | 3,48% | 2,72% | 2,64% | 2,20% | 1,24% | 2,96% |
| | r | -43,27 | -6,694 | -3,164 | -2,028 | -1,143 | -3,569 | -2,433 | -2,895 | -2,647 | -1,616 |
| vizsgált piac | | DJI | DAX | BUX | PX | WIG | | | | | |
| extrém "+" | db | 70 | 47 | 36 | 18 | 67 | | | | | |
| | % | 2,80% | 1,88% | 1,44% | 0,72% | 2,68% | | | | | |
| | r | 2,395 | 3,33 | 3,724 | 4,403 | 2,599 | | | | | |
| normál | | 2355 | 2351 | 2409 | 2420 | 2332 | | | | | |
| extrém "-" | db | 78 | 105 | 58 | 65 | 104 | | | | | |
| | % | 3,12% | 4,19% | 2,32% | 2,60% | 4,16% | | | | | |
| | r | -2,334 | -2,742 | -3,284 | -2,951 | -2,212 | | | | | |

Megjegyzés: db: hozamok száma; % hozamok aránya az össze hozamhoz mérten; r: az extrémítás küszöbéként értelmezhető hozam

Forrás: saját szerkesztés

A tíz éves (10Y) hozamok piacain már kevésbé vannak kitéve a monetáris politika, illetve a rövid távú likviditás áramlásának, azonban a magyar piacon itt is a vezető piacokéhoz hasonló súllyal találhatunk extrém elmozdulásokat, a három hónapos hozamokhoz hasonló aszimmetria miatt itt is elsősorban a likviditás szűkülés formájában. A 3M piachoz hasonlóan az extrém kilengés küszöbe az amerikai piacon a legmagasabb, 3,2 – bár az eltérések itt már alacsonyabbak, a lengyel piacon is 1,57-től kezdődik, míg a magyar és lengyel piacon az euro-zónánál magasabb értéket találunk a pozitív oldalon.

A **részvénypiacokon** szintén a kedvezőtlennek tartható negatív oldalon található több extrém hozam. Itt a lengyel és német részvényt piacon hemzseg a legtöbb extrém negatív irányú ingadozás, szemben a magyarral, ahol egyfelől fele ennyit találunk, másfelől az átlendülési küszöb is fele akkora. Magyarországon tehát az instabilabb kötvénypiaccal szemben egy relatíve stabilabb részvényt piacot találhatunk, ha az eloszlások vastagfarkúságából indulunk ki. A vezető piacok esetében az amerikai index kvázi szimmetriája áll szemben a német aszimmetriával – már ami az extrém ingadozások oldal-preferenciáit illeti.

3.6. táblázat A normál és extrém események 3. és 4. momentuma

| | | US 3M | EUR 3M | HU 3M | CZ 3M | PL 3M | US 10Y | EUR 10Y | HU 10Y | CZ 10Y | PL 10Y |
|-----------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| csúcosság | teljes | 70,0669 | 42,0711 | 85,5834 | 63,4792 | 37,5076 | 8,4496 | 4,9600 | 14,6869 | 63,9912 | 16,2843 |
| | normál | 15,2899 | 7,7186 | 6,4723 | 6,1227 | 4,7224 | 2,6959 | 2,6747 | 3,7812 | 4,3682 | 3,4725 |
| aszimmetria | teljes | 0,2300 | -0,0200 | 1,3047 | -3,9396 | -0,7997 | -0,2763 | 0,0321 | 0,3541 | -1,6999 | 0,6234 |
| | normál | -0,4296 | -0,4453 | 0,0725 | -0,0659 | -0,1140 | -0,0335 | -0,0458 | -0,1172 | 0,0190 | -0,0428 |
| normál eloszlás | teljes | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem |
| | normál | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem | nem |
| | | DJI | DAX | BUX | PX | WIG | | | | | |
| csúcosság | teljes | 12,282 | 8,2694 | 9,9225 | 17,866 | 6,2382 | | | | | |
| | normál | 3,2971 | 3,0827 | 3,0188 | 3,5862 | 2,8038 | | | | | |
| aszimmetria | teljes | 0,1068 | 0,1070 | -0,0930 | -0,5618 | -0,2971 | | | | | |
| | normál | -0,1109 | 0,0599 | 0,0831 | 0,1585 | 0,0662 | | | | | |
| normál eloszlás | teljes | nem | nem | nem | nem | nem | | | | | |
| | normál | nem | igen | igen | nem | igen | | | | | |

Forrás: saját szerkesztés

Az n/x szétválasztás eredményességét kézenfekvőnek tűnt az eredeti és a „normális” halmazok csúcosságának, aszimmetriájának és normál eloszlásának összehasonlításával tesztelni (3.6. táblázat). Miután a „normális” halmazt az eredeti tapasztalati eloszlásra illesztett normál eloszlás alól „kilógó” vastag farkainak eltávolításával kaptam meg, a csúcosság számottevő csökkentését tapasztaltam: a 3M piacot leszámítva mindenütt az ideálisnak tartott 3-hoz közeli értékeket kaptam. Az általam használt eljárás természetesen csak a legkritikább esetben eredményezte a fennálló aszimmetria megszűnését, így a „normális” halmaz elenyésző esetben vált normál eloszlásúvá.

3.2.2. Deviza-árfolyamok és a denomináció szerepe

Amennyiben az extrém elmozdulásra való hajlandóságot szeretnénk részletesebben megvizsgálni, a 3.7. táblázatban bemutatott három módszer közül a vastagfarkú és klaszterezett hozamok nyújtanak mélyebb betekintést: a negyedik momentum 3-ra történő redukálása nyomán mindkét esetben a forintnál jelzett nagyobb számú extrém kereskedési napot. Mindez azt jelenti, hogy a CZK-ra jellemző „szimmetrikusan” fellépő extrém elmozdulásokkal ellentétben a HUF-nál többségben vannak az extrém gyengülés napjai. Ezt a képet erősíti az extrém hozamok tágabban szabott intervalluma a forint esetében (azaz ennek a devizának sokkal jobban el kell mozdulnia ahhoz, hogy az elmozdulás extrémnek minősüljön bármely módszer esetében). Az extrém elmozdulások meghatározásának sikerességét jelzi az, hogy az akként definiált hozamok súlya a teljes mintán belül jellemzően 10% (oldalanként 5–5%) alatti, ami valóban rendkívüliségre utána. Kivétel ez alól CHF-ben és EUR-ben mért forint, amelynél a 3-as kurtózis eléréséhez elég nagy tömegben kellett mintát tisztítani.

3.7. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák eltérő módszerek mentén mutatott extrém elmozdulásai

| denominátor | | CHF | | EUR | | JPY | |
|----------------------------------|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| deviza | | CZK | HUF | CZK | HUF | CZK | HUF |
| teljes | kurtózis | 20,4057 | 13,2339 | 12,3465 | 11,0656 | 7,4581 | 9,1864 |
| valószínűtlen hozam (r_{vx}) | kurtózis r_n | 2,5506 | 2,8554 | 2,5665 | 2,8114 | 2,5894 | 2,6949 |
| | $r(x+)$ min | 0,8846 | 1,2171 | 0,6583 | 0,9470 | 1,4348 | 1,6949 |
| | $r(x-)$ max | -0,9020 | -1,3451 | -0,6201 | -1,0689 | -1,5128 | -1,9268 |
| | db $r(x+)$ | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 |
| | db $r(x-)$ | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 |
| | % r_x | 10% | 10% | 10% | 10% | 10% | 10% |
| | db r_n | 2733 | 2733 | 2733 | 2733 | 2733 | 2733 |
| vastagfarkú hozam (r_{fx}) | kurtózis r_n | 3,1535 | 3,2369 | 2,9722 | 3,1395 | 2,8500 | 3,0443 |
| | $r(x+)$ min | 1,3124 | 1,8133 | 0,8154 | 1,4417 | 1,9734 | 2,6963 |
| | $r(x-)$ max | -1,2306 | -1,5196 | -0,8284 | -1,1391 | -1,6359 | -2,0328 |
| | db $r(x+)$ | 53 | 54 | 84 | 44 | 69 | 44 |
| | db $r(x-)$ | 78 | 124 | 76 | 129 | 137 | 138 |
| | % r_x | 4% | 6% | 5% | 6% | 7% | 6% |
| | db r_n | 2903 | 2856 | 2874 | 2861 | 2828 | 2852 |
| klaszterezett hozam (r_{cx}) | kurtózis r_n | 2,9894 | 2,9869 | 2,8407 | 2,9327 | 2,9584 | 2,9309 |
| | $r(x+)$ min | 1,0710 | 1,0143 | 0,6047 | 0,7982 | 1,6943 | 1,9083 |
| | $r(x-)$ max | -0,9895 | -0,8809 | -0,6607 | -0,6619 | -1,6480 | -1,7050 |
| | db $r(x+)$ | 92 | 213 | 176 | 208 | 96 | 107 |
| | db $r(x-)$ | 125 | 310 | 133 | 341 | 133 | 192 |
| | % r_x | 7% | 17% | 10% | 18% | 8% | 10% |
| | db r_n | 2816 | 2510 | 2723 | 2484 | 2804 | 2734 |
| | db klaszter | 74 | 134 | 73 | 107 | 50 | 89 |

Forrás: saját szerkesztés

A devizák extrém elmozdulásainak időbeli eloszlása⁴⁸ jól követi a válság egyes periódusait (3.8. táblázat). Ezen belül a subprime („S”) időszak alatt sűrűsödtek leginkább az extrém ingadozások, a kereskedési napok 5–6 százaléka eredményezett extrém ugrást a valószínűség- és a klaszter alapú módszerek esetében. A kedélyek lecsillapodását jelzi a közbenső („I”) időszakban az euróval és japán jennel szembeni árfolyamok extrém ingadozásának lecsökkenése (jóllehet, a forint esetében ez sokkal mérsékeltebben ment végbe), szemben a CHF-ben mért árfolyamokkal, ahol a frank kezdődő erősödése miatt az extrém ingadozások a subprime időszakhoz hasonló tömegben fordultak elő. Az euro zóna válságára adott lépések („E”) időszakában már minden esetben lecsökkent az előfordulások, ami azt jelenti, hogy az időszakra jellemző swap megállapodások és a svájci árfolyam-plafon elegendőnek bizonyult a devizapiacok megnyugtatóására.

3.8. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák extrém elmozdulásainak időbeli eloszlása

| módszer | denominátor időszak | CHF | | | | EUR | | | | JPY | | | |
|-----------------|------------------------|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|
| | | CZK | | HUF | | CZK | | HUF | | CZK | | HUF | |
| | | db | % | db | % | db | % | db | % | db | % | db | % |
| r _{vx} | SZ | 8 | 0% | 23 | 1% | 23 | 1% | 36 | 1% | 7 | 0% | 13 | 0% |
| | S | 120 | 4% | 119 | 4% | 140 | 5% | 131 | 4% | 138 | 5% | 148 | 5% |
| | I | 107 | 4% | 114 | 4% | 35 | 1% | 53 | 2% | 66 | 2% | 77 | 3% |
| | E | 26 | 1% | 26 | 1% | 33 | 1% | 52 | 2% | 59 | 2% | 52 | 2% |
| r _{fx} | SZ | 0 | 0% | 10 | 0% | 8 | 0% | 17 | 1% | 2 | 0% | 7 | 0% |
| | S | 63 | 2% | 74 | 2% | 82 | 3% | 82 | 3% | 109 | 4% | 96 | 3% |
| | I | 52 | 2% | 69 | 2% | 18 | 1% | 32 | 1% | 44 | 1% | 51 | 2% |
| | E | 7 | 0% | 14 | 0% | 18 | 1% | 25 | 1% | 34 | 1% | 22 | 1% |
| r _{cx} | SZ | 4 | 0% | 55 | 2% | 23 | 1% | 81 | 3% | 2 | 0% | 12 | 0% |
| | S | 92 | 3% | 191 | 6% | 143 | 5% | 189 | 6% | 116 | 4% | 142 | 5% |
| | I | 78 | 3% | 164 | 5% | 33 | 1% | 116 | 4% | 50 | 2% | 76 | 3% |
| | E | 15 | 0% | 69 | 2% | 36 | 1% | 100 | 3% | 43 | 1% | 53 | 2% |

Megjegyzés: a sárgával kiemelt területek a válság időszakát jelölik, „db” az extrém napok száma, a „%” az almintán belüli súlyukat jelöli

Forrás: saját szerkesztés

⁴⁸ Monetáris szigorítás (2005. május 1. és 2007. július 31. között), a subprime (2007. augusztus 1. és 2010. január 31. között), a köztes (2010. február 1. és 2011. november 30. között) és az euro-válságra adott reakciók (2011. december 1-től 2013. december 31-ig).

Természetesen érdemes megvizsgálni, hogy az általunk a válság felbontásához definiált időszakok valóban különböznek-e egymástól? A 3.9. táblázatban látható, hogy a napi extrém elmozdulások szignifikánsan különböznek bizonyultak majdnem minden időszakban – kivéve a subprime és a köztes időszakot a CHF, valamint a köztes és euro-válság időszakát az EUR és a JPY esetében. Tanulságos, hogy az extrém hozamok kijelölésére alkalmazott módszerek esetében itt nem beszélhetünk érdemi különbségről.

3.9. táblázat A vizsgált kelet-közép-európai devizák extrém elmozdulásainak időbeli eloszlásainak szignifikáns eltérése a vizsgált időszakok között (Ansary-Bradley teszttel)

| módszer | denominátor | CHF | | EUR | | JPY | |
|----------|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | időszak | CZK | HUF | CZK | HUF | CZK | HUF |
| r_{vx} | SZ-S | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-I | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-E | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | S-I | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | S-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | I-E | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| r_{fx} | SZ-S | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-I | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-E | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| | S-I | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | S-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | I-E | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| r_{ex} | SZ-S | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-I | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | S-I | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| | S-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | I-E | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Forrás: saját szerkesztés

3.2.3. Száz éves részvényindexek tulajdonságai

A 3.10. táblázat alapján megállapítható, hogy a DJI esetében a normálisnak tekintett csonka eloszlás első momentuma nulla közelében maradt, míg második momentuma kisebb lett, miközben az aszimmetriája is csökkent. A negyedik momentum 3-hoz közeli értéket vett fel az első három módszernél. Valamennyi módszernél rendre 7–5–11 százalékot tettek ki az extrém napok.

3.10. táblázat Az egyes eljárások alapján kapott extrém hozamok tulajdonságai

| módszer | | VaR | Fat | KL | HP |
|-----------------------------|----------|---------|---------|---------|----------|
| átlag | teljes | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 |
| | normális | 0,0005 | 0,0006 | 0,0004 | 0,0002 |
| szórás | teljes | 0,0113 | 0,0113 | 0,0113 | 0,0113 |
| | normális | 0,0073 | 0,0079 | 0,0061 | 0,0114 |
| ferdeség | teljes | -0,8091 | -0,8091 | -0,8091 | -0,8091 |
| | normális | -0,0577 | 0,0268 | -0,0362 | -0,8039 |
| csúcsosság | teljes | 27,9152 | 27,9152 | 27,9152 | 27,9152 |
| | normális | 2,8179 | 3,1395 | 2,9123 | 27,5037 |
| extrém pozitív küszöb | | 0,0188 | 0,0237 | 0,0156 | 0,1435 |
| extrém negatív küszöb | | -0,0184 | -0,0208 | -0,0150 | -0,2563 |
| extrém pozitív elemek száma | | 1027 | 573 | 1606 | 794 |
| extrém negatív elemek száma | | 1237 | 953 | 1823 | 832 |
| normális elemek száma | | 28452 | 29190 | 27287 | 29090 |
| Klaszterek száma | | | | | 750 |
| H-P lambda | | | | | 10000000 |
| számítási idő (perc) | | 0,3278 | 0,1839 | 121 | 147 |

Forrás: saját szerkesztés

Számolási idő szempontjából az első két eljárás bizonyult gazdaságosnak – az r_{Xkl} outlier hozamoknál a minta hosszának növelését a számolási idő⁴⁹ nem lineárisan követi. A H-P filteren alapuló eljárás sem a momentumok, sem a számolási idő szempontjából nem tűnik célravezetőnek.

3.11. táblázat Az extrém hozamok hány százaléka esik bele az NBER által recessziósként meghatározott időszakba

| | VaR | Fat | KL | HP |
|--|-----|-----|-----|-----|
| Extrém napok hány százaléka esett bele a recessziós időszakokba? | 45% | 51% | 42% | 50% |
| Recessziós időszakok hány százaléka extrém? | 4% | 0% | 9% | 1% |

Forrás: saját szerkesztés

Az általam extrémként definiált napi mozgásoknak kevesebb mint fele esett bele az NBER által recessziósként meghatározott időszakba, míg a recessziós időszakok kevesebb mint 20 százaléka volt extrémnek tekinthető valamilyen módszertan szerint. Elmondható, hogy az r_{Xfat} vastagfarkú hozamok jelentek meg legnagyobb arányban (51%) a recessziós kereskedési napokon, miközben a súlyuk nem lépte át a 10%-ot sem ezekben az időszakokban, sem az 5%-ot a teljes mintán. Az r_{XHP} idősor trendjétől extrém mértékben

⁴⁹ A klaszterelemzés alapjául szolgáló Euklideszi távolság mátrixa egy $(N*(N-1)/2)$ -es adattábla, amely jelen idősor esetében hozzávetőlegesen 3,5 gigabájtot foglal el a számítógép memóriájában.

eltérő hozamok fele beleesett a recessziós időszakokba, ami a második legjobb eredmény lett – kár, hogy a módszer alkalmazása semennyit sem csökkentette a normális halmaz kurtózisát.

3.3. Volatilitás modellek és feltételes korreláció

A GARCH-modellek illesztése során tekintettel kell lenni az egyes idősorok egyedi jellegzetességeire, amelyeket a volatilitás fennmaradása és aszimmetriája esetében mutatnak.

A tapasztalatok alapján elmondható, hogy a kötvénypiaci hozamok sokkal inkább igénylik a komplexebb megközelítéseket, míg a részvénypiaci indexek és devizaárfolyamok változása egyszerűbb modellekkel is jól közelíthető.

A feltételes korreláció időbeli instabilitása már 10 éves időtávon tetten érhető, lényegében bármilyen szoros együttmozgás képes átmenetileg meggyengülni egy kellően nagy piaci sokk hatására. A devizák esetében még komoly szerepe van a denomináló devizának is a korreláció mérhetővé tételében.

3.3.1. Részvényindexek és kötvényhozamok

A piacok gyenge hatékonyságának igazolása és az ennek nyomán fellépő extrém események tárgyalását követően ki kell térni arra, hogy mely GARCH modellek illesztésével sikerült kiszűrni legalább a heteroszkedaszticitást a vizsgált idősorokból. A módszertani fejezetben négyféle modell 21-féle kompozíciója került bemutatásra.

Mint a 3.12. táblázaton is látszik, elsősorban a kötvénypiacok igényelték a komolyabb aszimmetrikus modellek alkalmazását, a részvény- és devizaapiacok esetében az egyszerűbb, kevesebb késleltetést alkalmazó modellek is elegendőek voltak a megfelelő jóságot mutató illesztés és a heteroszkedaszticitás kiszűrésére.

Sajátos eredmény még a β által szimbolizált múltbeli volatilitás fennmaradásának (*volatility persistence*) komoly szerepe – ez esetben a minta nagy hányadában sokkal több múltbeli tagot, határozottan komolyabb súllyal kellett bevonnai, mint az α -val szimbolizált innovációk esetében.

3.12. táblázat GARCH modellek illeszthetősége a vizsgált idősorozokra

| vizsgált eszköz | AIC | GARCH modell | paraméterek | | | | | | | | | | | | | standardizált hibatagok | | | | |
|-----------------|--------|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|---------|-------------|--------|------------|--------|-------------------------|--------|----------|-----------|---------|
| | | | ω | $\alpha(1)$ | $\alpha(2)$ | $\gamma(1)$ | $\gamma(2)$ | $\beta(1)$ | $\beta(2)$ | δ | het. | ak. | csúc. | | | | | | | |
| US 3M | 2,477 | aparch221 | 0,0105 | ω | 0,1925 | $\alpha(1)$ | 0,0236 | $\alpha(2)$ | -0,6257 | $\gamma(1)$ | 0,9995 | $\gamma(2)$ | 0,7836 | $\beta(1)$ | 2,0406 | δ | 0 | 0 | 9,2584 | |
| EUR 3M | 1,6261 | aparch112 | 0,0210 | ω | 0,1985 | $\alpha(1)$ | -0,2413 | $\gamma(1)$ | 0,2612 | $\beta(1)$ | 0,5401 | $\beta(2)$ | 2,1090 | δ | | | 0 | 0 | 14,3066 | |
| HU 3M | 1,3282 | aparch222 | 0,2087 | ω | 0,2031 | $\alpha(1)$ | 0,2864 | $\alpha(2)$ | 0,3180 | $\gamma(1)$ | -0,3249 | $\gamma(2)$ | 0,0000 | $\beta(1)$ | 0,5103 | $\beta(2)$ | 0,7890 | δ | 1* | 28,4839 |
| CZ 3M | 1,2870 | aparch111 | 0,0547 | ω | 0,0157 | $\alpha(1)$ | -0,9995 | $\gamma(1)$ | 0,9371 | $\beta(1)$ | 0,4887 | δ | | | | | 0 | 1* | 72,0963** | |
| PL 3M | 0,7049 | aparch112 | 0,1502 | ω | 0,3115 | $\alpha(1)$ | -0,2915 | $\gamma(1)$ | 0,1940 | $\beta(1)$ | 0,5894 | $\beta(2)$ | 0,6995 | δ | | | 0 | 1* | 40,9225** | |
| US 10Y | 1,8623 | grr11 | 0,0055 | ω | 0,0173 | $\alpha(1)$ | 0,0360 | $\gamma(1)$ | 0,9639 | $\beta(1)$ | | | | | | | 0 | 1* | 4,0258 | |
| EUR 10Y | 1,5155 | grr11 | 0,0036 | ω | 0,0115 | $\alpha(1)$ | 0,0403 | $\gamma(1)$ | 0,9666 | $\beta(1)$ | | | | | | | 0 | 1* | 3,4805 | |
| HU 10Y | 1,5723 | aparch112 | 0,0836 | ω | 0,2116 | $\alpha(1)$ | 0,2014 | $\gamma(1)$ | 0,2997 | $\beta(1)$ | 0,4807 | $\beta(2)$ | 1,4632 | δ | | | 0 | 1* | 6,7130 | |
| CZ 10Y | 1,4797 | aparch112 | 0,5358 | ω | 0,0056 | $\alpha(1)$ | 0,9994 | $\gamma(1)$ | 0,0502 | $\beta(1)$ | 0,4051 | $\beta(2)$ | 3,9999 | δ | | | 0 | 1* | 90,9041** | |
| PL 10Y | 0,9395 | garch23 | 0,0001 | ω | 0,2796 | $\alpha(1)$ | 0,0000 | $\alpha(2)$ | 0,2645 | $\beta(1)$ | 0,0807 | $\beta(2)$ | 0,3750 | $\beta(3)$ | | | 0 | 1* | 33,7219** | |
| DJI | 1,3527 | aparch111 | 0,0153 | ω | 0,0522 | $\alpha(1)$ | -0,9995 | $\gamma(1)$ | 0,9314 | $\beta(1)$ | 1,3619 | δ | | | | | 0 | 1* | 4,0942 | |
| DAX | 1,6331 | larch111 | 0,0264 | ω | 0,0000 | $\alpha(1)$ | 0,1346 | $\gamma(1)$ | 0,9293 | $\beta(1)$ | | | | | | | 0 | 0 | 3,5871 | |
| BUX | 1,7794 | grr11 | 0,0673 | ω | 0,0551 | $\alpha(1)$ | 0,0681 | $\gamma(1)$ | 0,8845 | $\beta(1)$ | | | | | | | 0 | 0 | 3,9039 | |
| PX | 1,5973 | grr211 | 0,0663 | ω | 0,0050 | $\alpha(1)$ | 0,0700 | $\alpha(1)$ | 0,1242 | $\gamma(1)$ | 0,8303 | $\beta(1)$ | | | | | 0 | 1* | 4,4311 | |
| WIG | 1,5750 | grr211 | 0,0243 | ω | 0,0000 | $\alpha(1)$ | 0,0453 | $\alpha(1)$ | 0,0447 | $\gamma(1)$ | 0,9180 | $\beta(1)$ | | | | | 0 | 1* | 4,0084 | |
| EUR/USD | 0,9431 | garch11 | 0,0023 | ω | 0,0468 | $\alpha(1)$ | 0,9490 | $\beta(1)$ | | | | | | | | | 0 | 0 | 3,5023 | |
| HUF/USD | 1,3254 | grr12 | 0,0449 | ω | 0,0548 | $\alpha(1)$ | 0,1098 | $\gamma(1)$ | 0,1467 | $\beta(1)$ | 0,6939 | $\beta(2)$ | | | | | 0 | 0 | 6,5195 | |
| CZK/USD | 1,122 | garch11 | 0,0036 | ω | 0,0436 | $\alpha(1)$ | 0,9512 | $\beta(1)$ | | | | | | | | | 0 | 0 | 4,8839 | |
| PLN/USD | 1,2732 | aparch112 | 0,0240 | ω | 0,1140 | $\alpha(1)$ | -0,3081 | $\gamma(1)$ | 0,3790 | $\beta(1)$ | 0,4950 | $\beta(2)$ | 1,4620 | δ | | | 0 | 0 | 5,3167 | |

Megjegyzés: *, a standardizált hibatag autokorrelált; **, a csúcosság nőtt

Megjegyzések: het.: 1 = ARCH-LM teszt alapján heteroszkedasztikus; ak.: 1 = Ljung-Box teszt alapján autokorrelált,

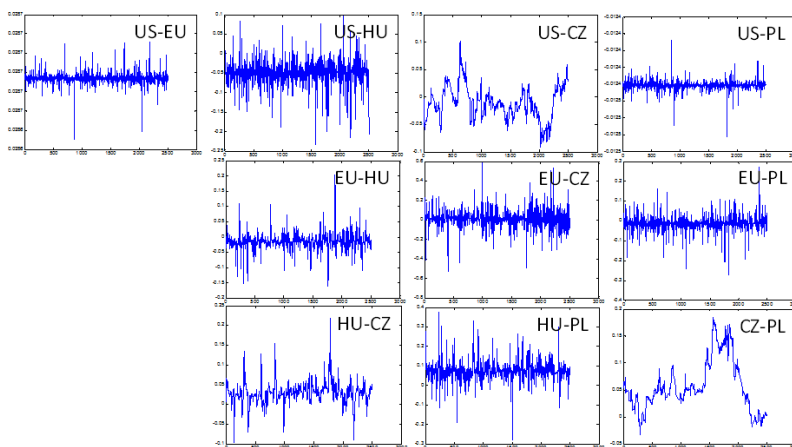
0 = nem autokorrelált; csúc.: csúcosság

Forrás: saját szerkesztés

Mindazonáltal elmondható, hogy a GARCH-ok még így is csak korlátozottan voltak alkalmazhatóak az autokorreláció kiszűrésére. Bali és Engle (2010) alapján azonban a dinamikus feltételes korrelációs számítás így is elvégezhető. Pukthuanthong és Roll (2011) nyomán megvizsgáltam, alacsonyabb lett-e a standardizált hibatag eloszlásának csúcsossága – meglepő módon a cseh és lengyel kötvénypiacon nem sikerült elérni ezt a hatást.

Miután a GARCH modellek illesztésével elkerültem a Forbes és Rigibon (2002) által kiemelt, heteroszkedaszticitás által okozott torzítást, a kinyert standardizált hibatagok alapján kiszámítottam a piacok közötti dinamikus feltételes korrelációt. A korreláció dinamikája eltérő az egyes piactípusok esetében (3.2. ábra), míg a 3M piacok a korrelálatlanság körül ingadoznak, addig a 10Y illetve a részvénytőkepiacok esetében már eltérő mértékű együttmozgásokat tapasztalhatunk a piaccpárok esetében. A devizapiacok kapcsán tetten érhetjük a Stavárek (2009) és Babetskaia-Kukharchuk et al. (2008) által mélyebben vizsgált árfolyam konvergenciát, ami a 2008-as válság után sem esett szét.

3.2. ábra A feltételes dinamikus korreláció (DCC) alakulása a 3 hónapos hozamok között

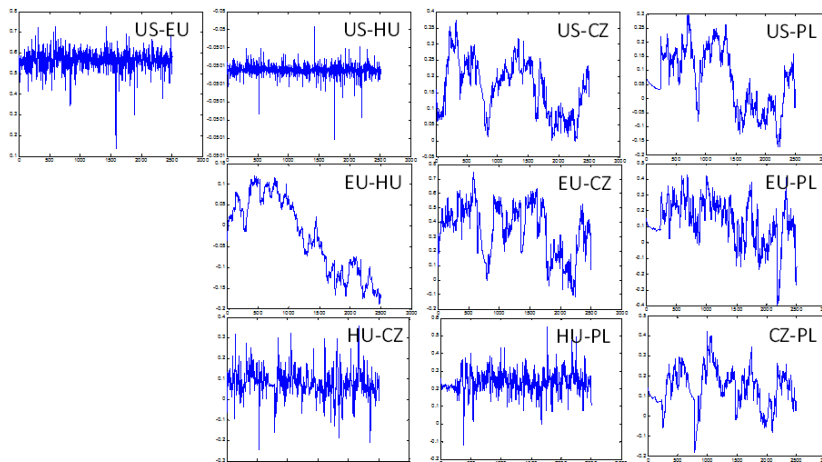


Forrás: saját szerkesztés

A három hónapos hozamok esetében egy nullához közeli várható érték körül ingadozik a korreláció, miközben a kilengések sem érik lépnek át az erősebb együtt- illetve ellentétes mozgás tartományába. Mindez azt jelenti, hogy a hozamgörbék ez esetben meglehetősen autonóm módon viselkednek és eredményesen tudunk diverzifikált portfóliót létrehozni.

Másfelől viszont nyomát se látni bármiféle konvergenciának a kelet-közép európai országok részéről (igaz, ezt a maastrichti kritériumok is a 10 éves lejáratnál várják el).

3.3. ábra A feltételes dinamikusan korreláció (DCC) alakulása a 10 éves hozamok között



Forrás: saját szerkesztés

A 10 éves hozamok esetében (3.3. ábra) már tapasztalhatunk bizonyos-fajta ingadozást a korrelálatlanság és a gyenge együttmozgás között a teljes mintát tekintve. Ebből kilóg a magyar minta, ami egyfelől határozottan korrelálatlan az amerikai piaccal szemben, másfelől az euró-zónával mutatott korábbi halovány együttmozgása a válság hatására ellentétes mozgásba csapott át.

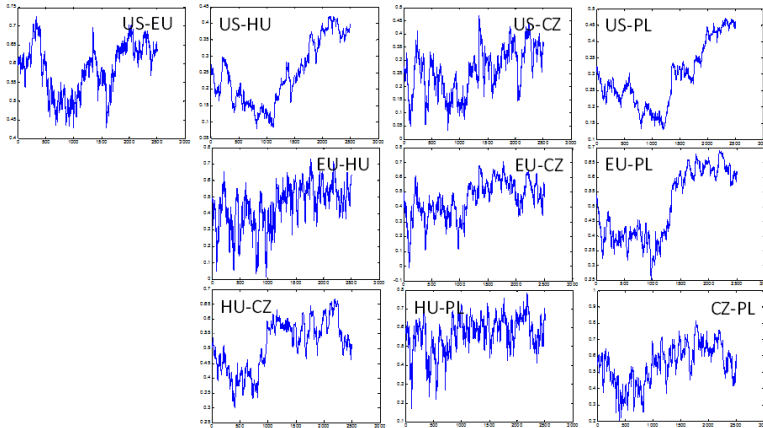
A cseh és lengyel piacok korábban a gyenge illetve erős együttmozgás valamilyen formáját mutatták a Lehman Brothers (mint a válság kezdőpontja) bukása előtt, azonban a globális likviditáshiány ezt kioltotta. A három kelet-közép európai piac együttmozgása a 0,1–0,2-es érték körül ingadozik.

Összességében tehát elmondható⁵⁰, hogy a 10 éves lejáraton valóban megfigyelhetjük a bevezetésben említett, válság hatására fellépő divergenciát – azaz a korábban valamelyes homogénnek kezelt EU esetében a fundamentális különbségek a piaci árazás heterogenizálódását vonták maguk után.

Ez természetesen azt is jelenti, hogy a kelet-közép európai országok kötvénypiacain nem érvényesültek a fejlett országok likviditáslétkítő lépései: a 3M piacon eleve nincs együttmozgás, a 10Y piacon pedig pont ekkor lazult fel.

⁵⁰ A szerző figyelmét a probléma effajta megközelítésére először az alábbi előadás hívta fel: Manasse P. (2011): Lessons From/For The European Crisis – keyn +00te presentation. *13th International Conference on Finance and Banking*, Ostrava <http://www.opf.slu.cz/kfi/icfb/proc2011/pdf/keynote/Manasse.pdf>

3.4. ábra A feltételes dinamikusan korreláció (DCC) alakulása a részvénypiaci indexek között



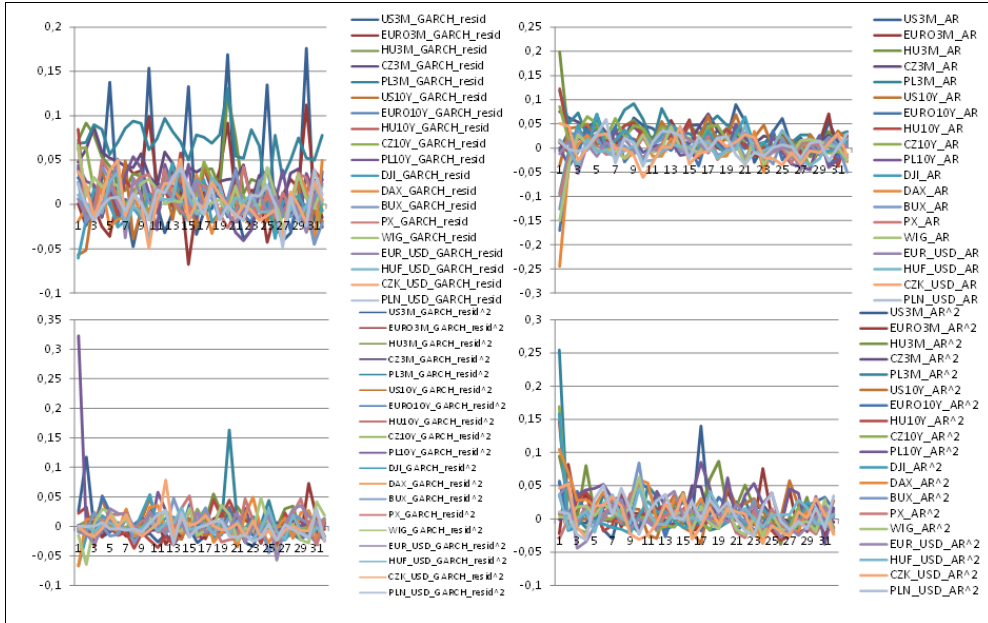
Forrás: saját szerkesztés

A részvénypiacok együttmozgása (3.4. ábra) már a válságot megelőzően vált mind szorosabbá. A kereskedelmi, finanszírozási és anyavállalati kapcsolatok folytán a kelet-közép európai piacok az amerikaiánál jóval szorosabb együttmozgást mutatnak a német részvénypiaccal és egymással is. Miután az együttmozgás szorosabbá válása már az 1000. kereskedési nap (2005. október 27.) után elkezdődik, a folyamatot nem lehet egyértelműen a válsághoz kötni.

A GARCH modellek illesztését leíró módszertani fejezetben merült fel a hibatagok esetleges autokorreláltsága. Ennek meglétét Bollerslev (1986) a GARCH modellt megalapozó cikkében már említi, azonban gyors lecsengésűként emlékezik meg róla – a modell autoregresszív része elvileg arra lenne hivatott, hogy kezelje ezt a problémát. Az irodalom ennek ellenére megosztott: Matteson és Ruppert (2011) illetve Chiang et al. (2009) az AR(1) modellt illesztnek az idősorra, míg például Cappiello, Engle és Sheppard (2006) cikkében a probléma fel se merül a dinamikus feltételes korreláció számítása során. Mizon (1995) mindazonáltal figyelmeztet az AR(1) modell (pontosabban ALS(1) modell) illesztésével történő szűrés hatástalanságára. Ennek tesztelésére hasonlítom össze az APARCH-TARCH-GJRGARCH-GARCH illesztések eredményeként létrejövő hibatagok (és azok négyzeteinek) korrelogramjait a hibatagokra még egyszer illesztett AR(1) (azaz ALS(1)) modell korrelogramjaival.

A hibatagok és négyzetük autokorreláltsága nem változott érdemben az AR modell illesztését követően sem (3.5. ábra). A az eredeti négyzetes tagok esetében egyfelől látható a Bollerslev-féle lecsengés az első öt késleltetés alatt. Ami meglepő, hogy a négyzetes hibatagok korrelogramja az AR(1) illesztését követően sokkal többször lépi át az 5 százalékos határt és jelez autokorreláltságot. Maga a probléma tehát létezik, azonban a GARCH modellek családja nem alkalmas ennek kezelésére.

3.5. ábra A GARCH és az AR-GARCH modellek hibátagjainak és négyzetes hibátagjainak autokorreláltsága (ACF) 32 késleltetés esetén

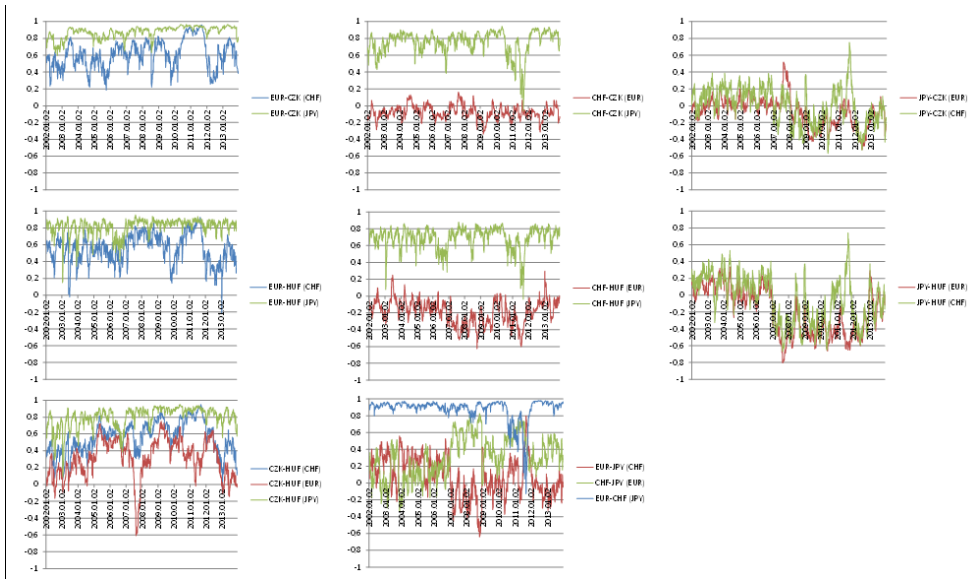


Forrás: saját szerkesztés

A dinamikus feltételes korreláció (DCC) mérése szempontjából a japán jenben számolt árfolyamok álltak a legközelebb a Stavárek (2009), Babetskaia-Kukharchuk et al. (2008) illetve Bubák et al. (2011) által dollárban mért erős kelet-közép-európai együttmozgás képéhez (3.6. ábra). Svájci frankban számolva mind a forint, mind a svájci frank euróval szemben mért együttmozgása komolyabban ingadozott: a subprime válság során fokozatosan csökkent, majd a közbenső időszakban ismét emelkedett, hogy az euro-válságra adott válaszok időszakában ismét csökkenjen. Japán jenben számolva az európai devizák még a subprime válság alatt is elég szorosan (0,6–0,8) mozogtak együtt a svájci frankkal, amit azután keresztülhúzott a közbülső időszak heveny frankerősödése.

Figyelemre méltó, ahogyan a korreláció ezt követően ismét visszatalál a korábbi tartományba. A várakozásoknak megfelelően a japán jen és a kelet-közép-európai devizák nem mutatnak érdemi együttmozgást.

3.6. ábra Dinamikus feltételes korreláció (DCC) különböző denominációk mellett



Forrás: saját szerkesztés

3.4. Interdependencia, fertőzés, divergencia a gyakorlatban

Az egyes piacok együttmozgását számtalan külső változó mentén vizsgálhatjuk. Ebben az alfejezetben egyfelől arra mutatok példát, hogy egy piaci árfolyam extrém változása mennyiben eredményezheti a korreláció szignifikáns megváltozását, másfelől arra is mutatok példát, hogyan hat a monetáris politika a devizák korrelációjára. Avagy: hogyan hatnak a gazdasági folyamatok a monetáris politikára és a devizaárfolyamokra – a monetáris politikai reakciók minden esetre jó benchmarknak tekinthetők a mögöttes gazdaság állapotának megragadására.

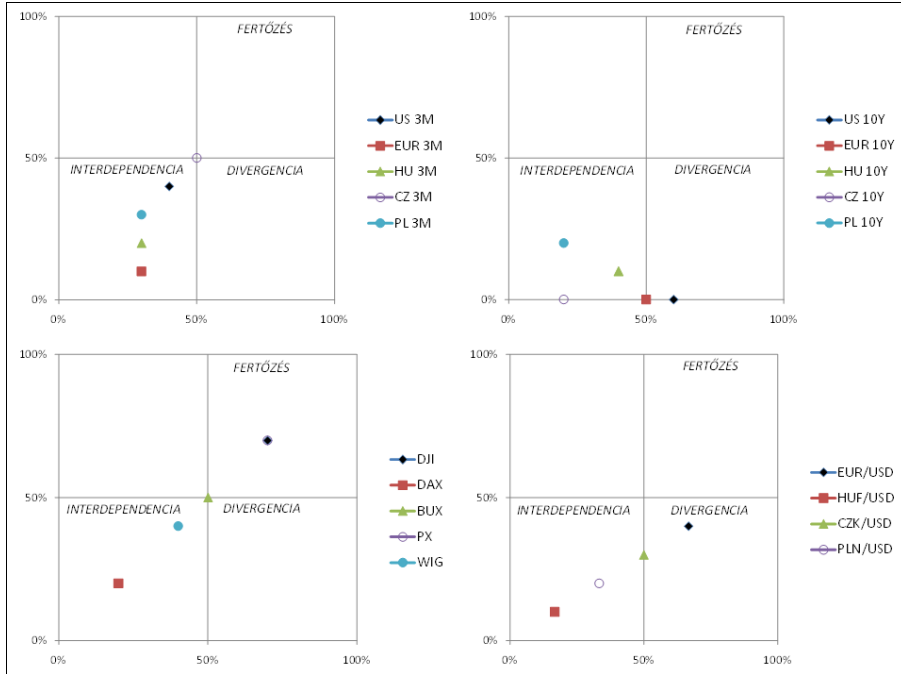
3.4.1. Részvényindexek és kötvényhozamok

Az extrém események definiálását és a piacok közötti korreláció kiszámítását követően munkámat a kollektív cselekvések (fertőzések és divergenciák) kimutathatóságának témájával folytatom.

A 3.7. ábra eredményeinél a korrelációk legalább 50 százalékát kell szignifikánsan különböző szintűre illetve szignifikánsan nagyobbra bontania a vizsgált piacnak. A pozitív extrém oldal extrém erősödést jelent a részvénypiacokon, míg a kötvénypiacokon a kamatok emelkedését, azaz likviditásszűkülést jelöl.

A szigorúbb Ansari-Bradley teszt (továbbiakban A-B teszt) használatával a 3 hónapos kötvényhozamokra továbbra is jellemző volt az interdependencia, a 10 éves kötvényhozamoknál az eredmények az interdependencia és a divergencia állapota között szóródtak, míg a részvénypiacon az interdependencia és a fertőzés között volt mozgás.

3.7. ábra Fertőzések, divergenciák és interdependencia kimutathatósága a vizsgált piacok normál és pozitív extrém állapota esetén – Ansari-B. teszt



Megjegyzés: a függőleges tengely a szignifikánsan magasabb korrelációk arányát mutatja meg az összes korrelációhoz képest, míg a vízszintes tengely a szignifikánsan különböző korrelációk arányát ragadja meg (az extrémítást csak a valószínűségi eloszlás pozitív tartományában értelmezve).

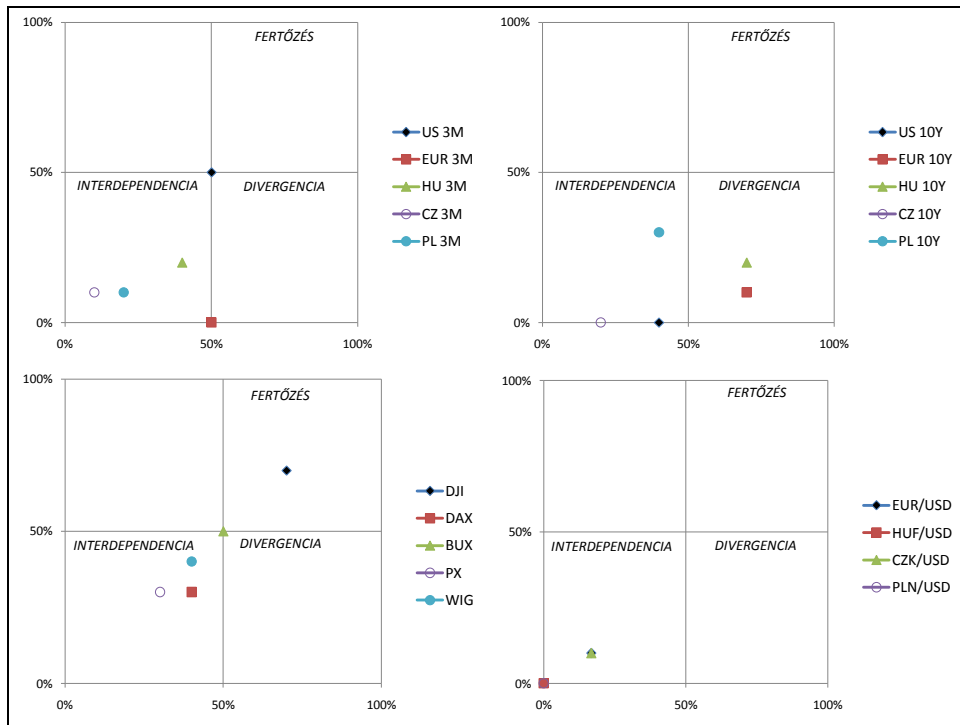
Forrás: saját szerkesztés

A 3 hónapos lejáratok esetében korábban már leírtam a rájuk jellemző korrelálatlanságot, így különösebben nem meglepő, hogy a piacok csak interdependencia kimutatására voltak alkalmasak. Az euro zóna és az amerikai kötvénypiac 10 éves lejáratán, extrém likviditásszűkülés esetében megfigyelhető a divergencia létrejötte. Mindez azt jelenti, hogy az amúgy nem túl magas korreláció nem változott szignifikáns mértékben a piacpárok fele között, ahol azonban változott, ott szignifikánsan alacsonyabb lett. Azokon a napokon tehát, amikor az euró-zónában extrém mértékben megnőnek a 10 éves lejáratú hozamok, a piacok fele között csökken az együttmozgás – azaz vagy még magasabb hozamokkal számolhatunk, vagy azonossal illetve alacsonyabbal. Miután a kelet-közép európai piacok hagyományosan kockázatosabbnak minősülnek a fejlett piacoknál, magasabb hozamnövekedéssel számolhatunk.

Az euró-zóna gazdaságaival (azon belül is a német gazdasággal) ápoltszoros kapcsolat köszönt vissza a dinamikus feltételes korrelációk mértékében – miután a kelet-közép európai részvénypiaci indexek sokkal inkább együttmozogtak a némettel, mint az amerikaival. Azonban, ha a DJI extrém erősödéséről

szóló napokat nézzük, akkor a piacok szignifikánsan jobban mozogtak együtt mindkét szignifikancia teszt alkalmazása esetén – miközben a DAX vagy csak interdependenciát jelez (A–B teszt), de a piacok közül akkor is ő van a legközelebb az origóhoz. Tehát, bár hosszabb távon valóban meghatározó lehet a reálgazdaság egymásba ágyazottsága (igazat adva Chen–Zhang (1997) állításának), a napi ingadozásnál ez nem meghatározó (amelyet Van Royen (2002) mondott ki). A második hipotézis tehát a részvénypiacok extrém erősödése esetén igazolásra került.

3.8. ábra Fertőzések, divergenciák és interdependencia kimutathatósága a vizsgált piacok normál és negatív extrém állapota esetén – Ansari-B. teszt



Megjegyzés: az extrémítást csak a valószínűségi eloszlás negatív tartományában értelmezve⁵¹
 Forrás: saját szerkesztés

A 3.8. ábra eredményei kapcsán a negatív extrém oldal extrém zuhanást jelent a részvénypiacokon, míg a devizapiacra extrém erősödést, addig a kötvénypiacokon a kamatok csökkenését, azaz likviditásbővülést jelöl, míg a korlát ez esetben is 50%. A piacok nem-lineáris jellege miatt egységnyi hangulatjavu-

⁵¹ Megjegyzés: a függőleges tengely a szignifikánsan magasabb korrelációk arányát mutatja meg az összes korrelációhoz képest, míg a vízszintes tengely a szignifikánsan különböző korrelációk arányát ragadja meg.

láshoz (részvénypiaci erősödéshez, kamatcsökkenéshez, devizaerősödéshez) mindig több kereskedési napra, illetve nagyobb számú jó hírre van szükségünk, mint zuhanás esetében. A tíz éves hozamok esetében mindkét teszt alkalmazásával igazolható az euró-zóna extrém likviditásbővülése mentén fellépő divergenция. Tehát az európai centrumban bekövetkező sokk-szerű likviditásbővülés idején a korrelációk túlnyomórészt szignifikáns csökkenést mutatnak – ami kérdéssé teszi e pozitív sokkok kelet-közép európai piacokra gyűrűzését. Ennek a fajta sokknak a korreláció szinten maradásával, vagy akár erősödésén keresztül történő begyűrűződését minden kelet-közép európai gazdaság (és jegybank) szívesen látná, azonban sajnos ez nem következik be.

A részvénypiacok esetében az amerikai piac dominanciája extrém zuhanás esetében is megfigyelhető, míg a DAX nem bizonyult alkalmasnak a korrelációk érdemi szétválasztására. A különbséget ismét árnyalja a korrelációk trendjében megfigyelhető különbség – míg az amerikai piaccal történő együttmozgás a válság során is csak közelítette a 0,5-ös értéket, addig a többi piac között 0,7-es felső határról beszélhetünk.

A két oldalt összevetve elmondhatjuk, hogy a monetáris politikai autonómia sajátosan értelmezhető: a hozamgörbén a vezető piac extrém elmozdulása bármelyik irányba is a piacok közötti egyébként is gyenge együttmozgás további fellazulásával jár. A részvénypiacok esetében az egyébként gyengébb korrelációval jellemezhető DJI extrém ingadozása fertőzéssel társult – tehát hiába mozognak a minta piacai kevésbé együtt az amerikai részvénypiaccal, azokon a napokon, amikor ott extrém ingadozást tapasztalunk, megugrik a többi piac együttmozgása.

3.4.2. Deviza-árfolyamok és a denomináció szerepe

A cseh korona a válság elő két fázisában szignifikánsan növekvő korrelációt mutatott az euróval szemben, míg a frankkal szemben (jenben mérve) a közbülső időszakban szignifikáns visszaesést tapasztaltunk (3.13. táblázat). A japán jen és a cseh korona (euróban számolva) mutat szignifikánsan mind ellentétebb, ámde gyenge együttmozgást. A forint esetében kevesebb esetben tapasztalni szignifikáns különbségeket az együttmozgásban, azonban az euró-forint együttmozgás itt is lazult a közelmúltban (frankban számolva). A koronához hasonlóan a frank és a forint együttmozgása is szignifikánsan csökkent (bár jelentős maradt) a közbülső időszakban (jenben denominált árfolyamok mellett). A japán jen esetében sokkal ellentétebb együttmozgást tapasztaltunk. A forint és a korona együttmozgása csak euróban mért árfolyamok mellett nem volt szoros, azonban meg kell állapítanunk, hogy a legutolsó válságperiódusban a korreláció mindhárom számítás mellett visszaesett. A vezető devizáknál a frank és a jen között találtunk érdekesen szoros együttmozgást, míg a vizsgálat teszteléseként is értelmezhető euró-frank együttmozgás szorossága pontosan a közbülső (a frank erősödés és az árfolyamplafon bevezetésével is jellemezhető) időszakban esett vissza.

3.13. táblázat Dinamikus feltételes korrelációk (DCC) szignifikáns eltérése a vizsgált időszakok között (Ansary-Bradley teszttel)

| | idő- szakok | EUR-CZK (CHF) | EUR-CZK (JPY) | CHF-CZK (EUR) | CHF-CZK (JPY) | JPY-CZK (CHF) | JPY-CZK (EUR) |
|--------------|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| A-B teszt | SZ-S | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | SZ-I | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | SZ-E | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | S-I | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | S-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | I-E | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| DCC átlag | SZ | 0,58 | 0,84 | -0,07 | 0,74 | 0,09 | 0,02 |
| | S | 0,63 | 0,89 | -0,08 | 0,80 | -0,14 | -0,10 |
| | I | 0,83 | 0,94 | -0,09 | 0,62 | 0,08 | -0,15 |
| | E | 0,55 | 0,91 | -0,09 | 0,85 | -0,19 | -0,22 |
| | | EUR-HUF (CHF) | EUR-HUF (JPY) | CHF-HUF (EUR) | CHF-HUF (JPY) | JPY-HUF (CHF) | JPY-HUF (EUR) |
| A-B teszt | SZ-S | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| | SZ-I | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | SZ-E | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | S-I | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | S-E | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| | I-E | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| DCC átlag | SZ | 0,53 | 0,76 | -0,18 | 0,65 | 0,04 | -0,07 |
| | S | 0,64 | 0,86 | -0,31 | 0,75 | -0,32 | -0,46 |
| | I | 0,71 | 0,87 | -0,28 | 0,60 | -0,03 | -0,45 |
| | E | 0,41 | 0,83 | -0,11 | 0,75 | -0,21 | -0,25 |
| | | CZK-HUF (CHF) | CZK-HUF (EUR) | CZK-HUF (JPY) | EUR-JPY (CHF) | CHF-JPY (EUR) | EUR-CHF (JPY) |
| A-B teszt | SZ-S | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | SZ-I | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | SZ-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | S-I | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | S-E | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | I-E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| DCC átlag | SZ | 0,62 | 0,45 | 0,77 | 0,13 | 0,25 | 0,90 |
| | S | 0,64 | 0,34 | 0,87 | -0,12 | 0,49 | 0,90 |
| | I | 0,79 | 0,37 | 0,90 | 0,15 | 0,52 | 0,67 |
| | E | 0,45 | 0,25 | 0,81 | -0,06 | 0,35 | 0,94 |

Forrás: saját szerkesztés

4. Összefoglalás

Jelen könyv elkészítése során célként a tőkepiacok alapmodelljének vizsgálatát és a variancia, extrém ingadozás valamint a fertőzések módszertani kereteinek összefoglalását jelöltem meg az idősor elemzés eszköztárának és a Matlab szoftver felhasználásával. Reményeim szerint sikerült feltérképeznem az adaptálható módszereket a rokon (pl. adatbányászat) területekről is, illetve igen komoly terjedelemben mutattam be a Matlabban történő kódolás és az eredmények értelmezésének gyakorlatát.

Úgy vélem az elméleti megalapozás során sikerült szintetizálnom a hálózatelmélet piactípusokkal kapcsolatos megállapításait és a random illetve komplex hálózatok eltérő hajlamát a válságjelenségek produkálására. Áttekintettem, hogy milyen módon jellemezhetőek az egyes valós pénzügyi idősorok, definiáltam a hiányzó adatok kezelése során szükséges teendőket, az alapmodell tesztelésének lépéseit, az extrém elmozdulások kimutatására használható eljárásokat és összefoglaltam a feltételes variancia illetve korreláció témakörét.

Véleményem szerint idősorok jellemzőinek statisztikai elemzése során nem választható külön a módszertan elmélete a kódolás és az eredmények interpretációjának gyakorlatától. Eredményeim fényében a diverzifikáció a részvényt piacon bizonyulhat a legkevésbé eredményes megoldásnak, miközben a divergenciák létrejötte kellemetlenül érinti a tőkeáttételes pozícióban lévő piaci szereplőket is.

Egy Bretton Woods utáni korban, amikor a tőkepiaci szereplők felelősek a devizaárfolyamok és kamatok változásaiból fakadó kockázatok kezeléséért, szabályozói oldalról alapvető feladat keresleti és kínálati oldal közötti egyensúly felborulásának megelőzése. Az aranydeviza-standard legfontosabb tapasztalata, hogy az állam a devizaárfolyam- és kamatkockázatokat önmaga nem képes kezelni, így egy, a tőkeáramlások korlátozásával járó újabb szegmentáció nem oldaná meg a problémát. Ellenben a piaci hálózat kritikus pontjainak azonosítása, az endogén kockázatok széleskörű tőke- és likviditás megfelelően alapuló szabályozásán és szuverén puffereken (hagyományos jegybanki tartalékok és szuverén alapok kombinációja) keresztül történő mérséklése, illetve a 2007 vége óta létező jegybankközi likviditásnyújtás intézményesítése előremutató lehet.

Felhasznált irodalom

- Ackert, L. F. – Deaves, R. (2010): *Behavioral Finance*. South-Western Cengage Learning, Mason.
- Ács A. (2011): A likviditás dimenziói. *Hitelintézet Szemle*, 10, 3, 241–261. o.
- Albeverio S. – Piterbarg V. (2006): Mathematical Methods and Concepts for the Analysis of Extreme Events. In Albeverio S. – Jentsch V. – Kantz H. (eds.): *Extreme Events in Nature and Society*. Springer.
- Alderson, D. L. (2008): Catching the “Network Science” Bug: Insight and Opportunity for the Operations Researcher. *Operations Research*, 56, 5, 1047–1065. o.
- Alexander, C. (2008): *Market Risk Analysis: Practical Financial Econometrics*. Wiley.
- Allen F. – Babus, A. (2009): Networks in Finance. In Kleindorfer P. – Wind J. – Gunther, R. E. (eds.): *Network Challenge, The Strategy, Profit, and Risk in an Interlinked World*. Pearson Prentice Hall, 367–382. o.
- Ananda, K. – Gaib, P. – Marsilid, M. (2012): Rollover risk, network structure and systemic financial crises. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36, pp. 1088–1100.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jedc.2012.03.005>
- Arrow, K. J. (1986): Rationality of Self and Others in an Economic System. *Journal of Business*, 59, 4, 385–399. o.
- Árvai Zs. – Driessen, K. – Ötker-Robe, Í. (2009): *Regional Financial Interlinkages and Financial Contagion Within Europe*. IMF Working Paper, WP/09/6.
- Babetskaia-Kukharchuk, O. – Babetskii, I. – Podpiera, J. (2008): Convergence in exchange rates: market’s view on CE-4 joining EMU. *Applied Economics Letters*, 15, 385–390. o.
- Bali, T. G. – Engle, R. F. (2010): The international capital asset pricing model with dynamic conditional correlation. *Journal of Monetary Economics*, 57, 377–390. o.
- Barabási, A-L. – Albert, R. (1999): Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 286, 509–519. o.
- Baraldi, P. – Di Maio, F. – Genini, D. – Zio, E. (2015): Reconstruction of Missing Data in Multidimensional Time Series by Fuzzy Similarity. *Applied Soft Computing Journal*, 26, 1, 1–9. o.
- Barrel, R. – Davis, E. P. – Karim, D. – Liadze, I. (2010): *Calibrating Macroprudential Policy*. Euroframe.
- Bearce D. (2002): *Monetary Divergence: Domestic Policy Autonomy in the Post-Bretton Woods Era*. University of Michigan Press.
- Bech, M. L. – Atalay, E. (2008): *The Topology of the Federal Funds Market*. ECB Working Paper Series 986.
- Bekaert, G. – Harvey, C. R. – Ng, A. (2005): Market Integration and Contagion. *Journal of Business*, 78, 1, 39–69. o.
- Benedek G. – Lublőy Á. – Szenes M. (2007): A hálózatelmélet banki alkalmazása. *Közgazdasági Szemle*, 54, július-augusztus, 682–702. o.
- Berlinger, E. – Michaletzky, M. – Szenes, M. (2011): A fedezetlen bankközi forintpiac hálózati dinamikájának vizsgálata a likviditási válság előtt és után. *Közgazdasági Szemle*, 58, március, 229–252. o.
- Black, F. (1976): Studies in stock volatility changes. In *Proceedings of the 1976 Meetings of the Business and Economics Statistics Section*. American Statistical Association, 177–181. o.

- Blanchard, P. – Krüger, T. (2006): Networks of the Extreme: A Search for the Exceptional. In Albeverio, S. – Jentsch, V. – Kantz, H. (eds.): *Extreme Events in Nature and Society*. Springer, 259-273. o.
- Bollerslev, T. (1986): Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327. o.
- Bollerslev, T. (1990): Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model. *The Review of Economics and Statistics*, 72, 3, 498–505. o.
- Bonanno, G. – Caldarelli, G. – Lillo, F. – Micciche, S. – Vandewalle, N. – Mantegna, R. N. (2004): Networks of equities in financial markets. *European Physical Journal B*, 38, 363–371. o.
- Bonanno, G. – Lillo, F. – Mantegna, R. (2001): Levels of complexity in financial markets. *Physica A*, 299, 16–27. o.
- Borak, Sz. – Härdle, W. – Weron, R. (2005): Stable Distributions. In Cížek P. – Härdle, W. – Weron, R. (eds.): *Statistical Tools for Finance and Insurance*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, pp. 21–44.
- Borio, C. – Lowe, P. (2002): Asset prices, financial and monetary stability: exploring the nexus. BIS Working Papers, 114.
- Brock, W. A. – Hommes, C. H. – Wagener, F. O. O. (2008): *More hedging instruments may destabilize markets*. CeNDEF working paper, University of Amsterdam.
- Brockwell, P. J. – Davis, R. A. (2002): *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer-Verlag, New York.
- Bródy A. (2009): A pénz cseréje pénzre – pénzbőség és pénzszüke. *Közgazdasági Szemle*, 56, 12, 1110–1124. o.
- Brooks, C. (2008): *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bubák V. – Kocenda E. – Zikes F. (2011): Volatility transmission in emerging European foreign exchange markets. *Journal of Banking & Finance*, 35, 2829–2841. o.
- Campbell, R. – Koedij, K. – Kofman, P. (2002): Increased Correlation in Bear Markets. *Financial Analysts Journal*, 58, 1, 87–94. o.
- Caporale, G. M. – Cipollini, A. – Spagnolo, N. (2005): Testing for contagion: a conditional correlation analysis. *Journal of empirical finances*, 12, 476–489. o.
- Cappiello, L. – Engle, R. F. – Sheppard, K. (2006): Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns. *Journal of Financial Econometrics*, 4, 537–572. o.
- Ceylan, Y. – Sipan, A. – Cem, I. – Inci, B. (2013): Comparison of Missing Value Imputation Methods in Time Series: the Case of Turkish Meteorological Data. *Theoretical & Applied Climatology*, 112, 1–2, 143–167. o.
- Chan, N. H. (2002): *Time Series Applications to Finance*. John Wiley & Sons, Inc.
- Chen, N. – Zhang, F. (1997): Correlations, trades and stock returns of the Pacific-Basin Markets. *Pacific-Basin Finance Journal*, 5, 559–577. o.
- Chen, P. (2008): Equilibrium Illusion, Economic Complexity and Evolutionary Foundation in Economic Analysis. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 5, 1, 81–127. o.
- Chiang, T. C. – Yub, H-C. – Wuc, M-C. (2009): Statistical properties, dynamic conditional correlation and scaling analysis: Evidence from Dow Jones and Nasdaq high-frequency data. *Physica A*, 388, 1555–1570. o.

- Christoffersen, P. F. (2012): *Elements of Financial Risk Management*. Second Edition, Academic Press.
- Clauset, A. – Shalizi, C. R. – Newman, M. E. J. (2009): Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review*, 51, 4, 661–703. o.
- Coles, S. (2001): *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer-Verlag, London.
- Csaba L. (2008): Módszertan és relevancia a közgazdaságtanban. – A mai közgazdaságtan és a társtudományok. *Közgazdasági Szemle*, 55, 285–307. o.
- Csávás Cs. – Kóczán G. – Varga L. (2006): *A főbb hazai pénzügyi piacok meghatározó szereplői és jellemző kereskedési stratégiái*. MNB-tanulmányok, 54.
- Csermely P. (2005): *A rejtett hálózatok ereje*. Vince Kiadó, Budapest.
- Csermely P. (2008): Creative elements: network-based predictions of active centres in proteins and cellular and social networks. *Trends in Biochemical Sciences*, 33, 12, 569–576. o.
- Dávid L. (2009): A piaci kockázatkezelési eszközök viselkedése extrém piaci körülmények között. *Hitelintézeti Szemle*, 8, 3, 198–234. o.
- Davidson, R. – MacKinnon, J. G. (2003): *Econometric Theory and Methods*. Oxford University Press, New York.
- Detken, C. – Smets, F. (2004): *Asset Price Booms and Monetary Policy*. ECB Working Paper Series, 364.
- Deutsch, H-P. (2002): *Derivatives and Internal Models*. Palgrave.
- di Mauro, F. – Ruffer, R. – Bunda, I. (2008): The Changing Role of The Exchange Rate in a Globalised Economy. *ECB Occasional Paper Series*, 94.
- Diebold, F. X. – Yilmaz, K. (2009): Measuring Financial Asset Return and Volatility Spillovers, With Application to Global Equity Markets. *Economic Journal*, 119, 158–171. o.
- Ding, Z. – Granger, C. W. J. – Engle, R. F. (1993): A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*, 1, 83–106. o.
- Dunbar, N. (2000): *Inventing Money, Long-Term Capital Management and the Search for Risk-Free Profits*. Wiley, New York.
- ECB (2011): *Financial Stability Review June 2011*. European Central Bank.
- Eisenschmidt J. – Holthausen C. (2010): *The minimum liquidity deficit and the maturity structure of central bank's open market operations: lessons from the financial crisis*. Euroframe.
- Enders, C. K. (2010): *Applied Missing Data Analysis*. The Guilford Press, New York.
- Engle, R. F. (1982): Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. *Econometrica*, 50, 987–1008. o.
- Engle, R. F. (2002): Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 3, 377–389. o.
- Erdős P. – Rényi A. (1960): *On the evolution of random graphs*, Publ. Institute of Mathematics Hungarian Academy of Sciences, Ser. A 5, 17–61. o.
- Fabrozzi, F. J. (2004): *The Handbook of European Fixed Income Securities*. John Wiley Sons, Hoboken.
- Fama, E. F. (1970): Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, 25, 5, 383–417. o.
- Farkas B. (2011a): A piacgazdaság intézményrendszere az Európai Unió új tagállamaiban. *Statisztikai Szemle*, 89, 1, 50–76. o.
- Farkas B. (2011b): The Central and Eastern European model of capitalism. *Post-Communist Economies*, 23, 1, 15–34. o.

- Fischer, K. P. – Chenard, M. (1997): *Financial Liberalization Causes Banking System Fragility*. Working Paper No 97–12 Centre de recherche en économie et finance appliquées (CRÉFA).
- Forbes, J. K. – Rigobon, R. (2002): No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57, 6, 2223–2261. o.
- Friedman, M. (1953): Essays of Positive Economics – The Methodology of Positive Economics. In Hausman, D. M. (ed.): *The Philosophy of Economics: An Anthology*. Cambridge University Press, 1994, 145–178. o.
- Gabaix, X. – Gopikrishnan, P. – Plerou, V. – Stanley, H. E. (2003): A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423, 267–270. o.
- Gál Z. (2010): *Pénzügyi piacok a globális térben: A válság szabdalta pénzügyi tér*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Giovanni, P. (2005): Are Euro Area Small Cap Stocks an Asset Class? Evidence from Átlag-Variance Spanning Tests. *European Financial Management*, 11, 2, 229–253. o.
- Glosten, L. – Jarannathan, R. – Runkle, D. (1993): Relationship between the expected value and volatility of the nominal excess returns on stocks. *Journal of Finance*, 48, 1779–802. o.
- Goetzmann, W. N. – Li, L. – Rouwenhorst, K. G. (2005): Long-Term Global Market Correlations. *Journal of Business*, 78, 1, 1–28. o.
- Gourinchas, P-O. – Valdes, R. (2001): *Lending Booms: Latin America and the World*. NBER Working Paper Series No. 8249.
- Graham, J. W. (2012): *Missing Data Analysis and Design*. Springer New York Heidelberg Dordrecht London.
- Greene, W. H. (2003): *Econometric Analysis*. Prentice Hall. Pearson. New Jersey.
- Grubestic, T. H. – Matisziw, T. C. – Murray, A. T. – Snediker, D. (2008): Comparative Approaches for Assessing Network Vulnerability. *International Regional Science Review*, 31, 88. o.
- Heathcote, J. – Perri, F. (2004): Financial globalization and real regionalization. *Journal of Financial Theory*, 119, 207–243. o.
- Herrmann-Pillath, C. (2000): How to Research Complex Systems: A Methodological Comparison of ORDO-Liberalism and Regulation Theory. In Labrousse, A. – Weisz, J-D. (eds.): *Institutional Economics in France and Germany*, Springer, Heidelberg, 272–301. o.
- Higgins, M. – Bera, A. (1990): *A class of nonlinear ARCH models*, Working Paper, Department of Economics, University of Wisconsin at Milwaukee.
- Hommes, C. – Wagener, F. (2008): Complex Evolutionary Systems in Behavioral Finance. In Hens, T. – Schenk-Hoppé, K. R. (eds.): *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*. Tinbergen Institute TI 2008-054/1 Tinbergen Institute Discussion Paper, Academic Press CeNDEF, School of Economics, University of Amsterdam, 217–276. o.
- Houari, R. – Bounceur, A. – Kechadi, T. – Euler, R. (2013): A New Method for Estimation of Missing Data Based on Sampling Methods for Data Mining. CCSEIT.
- Irada, B-G. (2010): Outlier Detection. In Maimon, O. – Rokach, L. (eds.): *Data Mining and Knowledge Discovery Handbook*. Springer. Heidelberg. 117–131. o.
- Jentsch, V. – Kantz, H. – Albeverio, S. (2006): Extreme Events: Magic, Mysteries and Challenges. In Albeverio, S. – Jentsch, V. – Kantz, H. (eds.): *Extreme Events in Nature and Society*. Springer.

- Jiang, J. – Ma, K. – Cai, X. (2007): Non-Linear Characteristics and Long-Range Correlations in Asian Stock Markets. *Physica A*, 378, 399–407. o.
- Jiawei, H. – Micheline, K. (2004): *Adatbányászat, koncepciók és technikák*. Panem Elsevier. Budapest.
- Juan Carlos, F. G. – Dusko, K. – Bello, L. – Amilcar, C. (2010): An Evolutionary Approach for Imputing Missing Data in Time Series. *Journal of Circuits, Systems & Computers*, 19, 1, 107–121. o.
- Junger, W. L. – Leon, A. P. (2015): Imputation of Missing Data in Time Series for Air Pollutants. *Atmospheric Environment*, 102, 96–104. o.
- Kang, H. (2013): The Prevention and Handling of the Missing Data. *Korean J Anesthesiol*, 64, 5, 402–406. o.
- Kantelhardt, J. W. – Zschiegner, S. A. – Koscielny-Bunde, E. – Havlin, S. – Bunde, A. – Stanley H. E. (2002): Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, 316, 87. o.
- Kantz, H. – Altman, E. G. – Hallerberg, S. – Holstein, D. – Riegert, A. (2006): Dynamical Interpretation of Extreme Events: Predictability and Predictions. In Albeverio, S. – Jentsch, V. – Kantz, H. (eds.): *Extreme Events in Nature and Society*. Springer. 1–20. o.
- Kasch-Haroutounian, M. – Price, S. (2001): Volatility in the transition markets of Central Europe. *Applied Financial Economics*, 11, 93–105. o.
- Katona T. – Lengyel I. (1999): *Statisztikai ismerettár*. JATEPress, Szeged.
- Keim, D. B. – Stambaugh, R. F. (1984): A Further Investigation of the Weekend Effect in Stock Returns. *The Journal of Finance*, 39, 3, 819–835. o.
- Király J. – Nagy M. – Szabó E. V. (2008): Egy különleges eseménysorozat elemzése – a másodrendű jelzálóhitel-piaci válság és (hazai) következményei. *Közgazdasági Szemle*, 55, 573–621. o.
- Kiss G. D. – Kosztopulosz A. (2012): A pénz- és tőkepiaci válság hatása a monetáris politika mozgásterére Kelet-Közép-Európában. *Pénzügyi Szemle*, 57, 1, 27–51. o.
- Kiss G. D. – Kuba P. (2009): Diverzifikáció a komplex tőkepiacokon – Az emberi tényező hatása a tőkepiacok működésére. *Hitelintézeti Szemle*, 8, 1, 25–48. o.
- Kiss G. D. – Schusztér T. (2014): Miben különböznek a deviza alapú hitelek devizái? *Pénzügyi Szemle*, 59, 2, 187–206. o.
- Kiss G. D. – Varga J. Z. (2016): Tőkepiaci idősorok extrém elmozdulásai. *Statisztikai Szemle*, 94, 2, 162–182. o.
- Kóbor Á. (2000): A feltétel nélküli normalitás egyszerű alternatívái a kockázatos érték számításában. *Közgazdasági Szemle*, 47, 878–898. o.
- Komáromi Gy. (2004): *Részvénypiaci buborékok anatómiája*. Ph.D. értekezés, Veszprémi Egyetem, Veszprém.
- Komáromi Gy. (2006): *Anatomy of Stock Market Bubbles*. The ICAFI University Press, Hyderabad, India.
- Kovács B. – Takács K. (2003): Szimuláció a társadalomtudományokban. *Szociológiai Szemle*, 3, 27–49. o.
- Kovács Gy. (2009): Financial Stability and the Banking System, or the Imbalance of the Intermediary System. *Public Finances*, 54, 1, 49–67. o.
- Kuper, G. H. – Lestano (2007): Dynamic Conditional Correlation Analysis of Financial Market Interdependence: An Application to Thailand and Indonesia. *Journal of Asian Economics*, 18, 670–684. o.

- Lengyel I. (2004): The Pyramid Model: Enhancing Regional Competitiveness in Hungary. *Acta Oeconomica*, 54, 3, 323–342. o.
- Lengyel I. (2006): A regionális versenyképesség értelmezése és piramismodellje. *Területi Statisztika*, 2, 131–147. o.
- Lízal, L. (2011): Economic Outlook and Financial Stability – keynote presentation. *13th International Conference on Finance and Banking*, Ostrava.
- Longin, F. – Solnik, B. (2001): Extreme Correlation of International Equity Markets. *Journal of Finance*, 56, 2, 649–676. o.
- Lublóy A. (2005): Dominóhatás a magyar bankközi piacon. *Közgazdasági Szemle*, 52, 377–401. o.
- Lukács O. (1999): *Matematikai Statisztika*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Lütkepohl, H. – Kratzig, M. (2004): *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge University Press.
- Madura, J. (2008): *International Financial Management*. Mason: Thomson.
- Magas I. (2005): A pénzügyi integráció hozadékai a világgazdaságban. Empirikus tapasztalatok 1970–2002. In Botos, K. (szerk.): *Pénzügyek és globalizáció*. JATEPress, Szeged, 139–161. o.
- Markwat, T. – Kole, E. – Dijk, D. (2009): Contagion as a Domino Effect in Global Stock Markets. *Journal of Banking and Finance*, 33, 1996–2012. o.
- Marsili, M. – Raffaelli, G. (2006): Risk Bubbles and Market Instability. *Physica A*, 370, 18–22. o.
- Matteson, D. S. – Ruppert, D. (2011): Time Series Models of Dynamic Volatility and Correlation. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 28, 5, 72–82. o.
- Mehra, Y. P. (2004): *The Output Gap, Expected Future Inflation and Inflation Dynamics: Another Look*. Federal Reserve Bank of Richmond Working Paper Series, 04–06.
- Mizon, G. E. (1995): A simple message for autocorrelation correctors: Don't. *Journal of Econometrics*, 69, 267–288. o.
- Molnár M. A. (2005): A hatékony piacok elméletének történeti előzményei. *Hitelintézeti szemle*, 4, 4, 17–36. o.
- Molnár M. A. (2006): A hatékony piacokról szóló elmélet kritikái és empirikus tesztjei. *Hitelintézeti Szemle*, 3, 44–62. o.
- Nelson, D. B. (1990): Stationarity and Persistence in the GARCH (1,1) Model. *Econometric Theory*, 6, 318–334. o.
- Nelson, D. B. (1991): Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, 59, 347–70. o.
- Newman, M. E. J. (2005): Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics* 46, 5, 323–351. o.
- Obstfeld, M. – Taylor, A. M. (2002): *Globalization and Capital Markets*. Massachusetts, National Bureau of Economic Research, Working Paper 8846.
- OECD (2003): *Emerging Risks in the 21st Century*. OECD, Paris.
- Ondo-Ndong S. (2010): *Is there a case for maturity mismatch and capital ratios as complementary measures to identify risky banks and trigger for supervisory intervention?* Euroframe.
- Oravecz B. (2008): Hiányzó adatok és kezelésük a statisztikai elemzésekben. *Statisztikai Szemle*, 86, 4, 365–385. o.
- Petrimán Z. – Tulassay Zs. (2005): Bepillantás az ARCH modellek világába. *Hitelintézeti Szemle*, 4, 2. o.
- Pukthuanthong, K. – Roll, R. (2011): Gold and the Dollar (and the Euro, Pound, and Yen). *Journal of Banking and Finance*, 35, 8, 2070–2083. o.

- Quismorio, B. A. (2009): *The Tail Distribution of the Philippine Stock Price Index*. Working Paper, University of Philippines–Diliman.
- Reiss, R-D. – Thomas, M. (2001): *Statistical Analysis of Extreme Values, with Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*. Birkhauser. Basel.
- Robins, R. P. – Smith, G. P. (2015): No More Weekend Effect. *Critical Finance Review*, 5, 2, 417–424. o.
- Ruud, P. A. (1991): Extensions of Estimation Methods Using the EM Algorithm. *Journal of Econometrics*, 49, 3, 305–341. o.
- Sávai M – Kiss G. D. (2016): *Hiányzó adatok kezelése pénzügyi idősoroknál – afrikai devizaárfolyamok példáján*. Statisztikai Szemle, 94, 7, 736–756. o.
- Savva, C. S. (2009): International stock markets interactions and conditional correlations. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 19, 645–661. o.
- Schneider, T. (2001): Analysis of Incomplete Climate data: Estimation of Atlag Values and Covariance Matrices and Imputation of Missing Values. *Journal of Climate*, 14, 5, 853–871. o.
- Schwert, W. (1990): Stock volatility and the crash of '87. *Review of Financial Studies*, 3, 1, 77–102. o.
- Shahid, M. N. – Mehmood, Z. (2015): Calendar Anomalies in Stock Market: A Case of KSE 100 Index. *International Journal of African and Asian Studies*, 7, 16–23. o.
- Shiller, R. J. (2002): *Tőzsdemámor*. Alinea Kiadó, Budapest.
- Sheppard, K. (2009): MFE MATLAB function reference financial econometrics. Unpublished paper, Oxford University, Oxford.
- Simon, H. A. (1955): A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 69, 1, 99–118. o.
- Sornette, D. (2006): Endogenous versus Exogenous Origins of Crises. In Albeverio, S. – Jentsch, V. – Kantz, H. (eds.): *Extreme Events in Nature and Society*. Springer, 329–366. o.
- Stavárek, D. (2009): Assessment of the Exchange Rate Convergence in Euro-Candidate Countries. *Amfiteatru Economic Journal*, 11, 25, 159–180. o.
- Syllignakis, M. N. – Kouretas G. P. (2011): Dynamic correlation analysis of financial contagion: Evidence from the Central and Eastern European markets. *International Review of Economics and Finance*, 20, 717–732. o.
- Tadesse, S. (2002): Financial Architecture and Economic Performance: International Evidence. *Journal of Financial Intermediation*, 11, 429–454. o.
- Taylor, S. (1986): *Modelling financial time series*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Tsay, R. S. (2005): *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. *Szemle*, 86, 4, 365–385. o.
- Van Royen, A-S. (2002): Financial Contagion and International Portfolio Flows. *Financial Analysts Journal*, 58, 1, 35–49. o.
- Vitali, S. – Glattfelder, J. B. – Battiston, S. (2011): The network of global corporate control. *PLoS ONE*, 6, 10, e25995. doi:10.1371/journal.pone.0025995.
- Viturka, M. – Zítek, V. – Klímová, V. – Tonev, P. (2009): Regional Analysis of New EU Member States in the Context of Cohesion Policy. *Review of Economic Perspectives*, 9, 2, 71–90. o.
- Vriend, N. J. (1996): Rational behavior and economic theory. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 29, 2, 263–285. o.
- Wang, X. F. – Chen, G. (2003): Complex networks: small-world, scale-free and beyond. *Circuits and Systems Magazine*, 3, 1, 6–20. o.
- Watts, D. J. – Strogatz, S. H. (1998): Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393, 440. o.

- Wong, D. K. T. – Li, K-W. (2010): Comparing the Performance of Relative Stock Return Differential and Real Exchange Rate in Two Financial Crises. *Applied Financial Economics*, 20, 137–150. o.
- Wothke, W. (1998): *Longitudinal and Multi-group Modelling with Missing Data*. Mahwah. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Yamasaki, K. – Matia, K. – Buldyrev, S. V. – Fu, D. – Pammolli, F. – Riccaboni, M. – Stanley, H. E. (2006): Preferential attachment and growth dynamics in complex systems. *Physical Review E*, 74, 035103–1–4.
- Yuan, B. – Wang, B-H. – Li, B. (2007): *Evolutionary Dynamics in Complex Networks of Adaptive and Competing Agents*. Great Eastern Life Assurance Co.
- Zakoian, J. (1991): *Treshold heteroscedasticity model, unpublished manuscript*. INSEE.

Mellékletek

GARCH-modell illesztése Matlabban – script

```
function
[jol_illeszkedo_modell,jo_parameterek,jo_hibatag,jo_std]=GARCH_optim_UCSD(data)

cd 'c:\documents\matlab\ucsd_toolbox'

rets=diff(log(data));
T=size(rets);

for j=1:T(1,2)
epsilon(:,j) = rets(:,j)-mean(rets(:,j));
epsilon2=epsilon(:,j);
% GARCH(1,1) - szimmetrikus
p=1 % epsilon késleltetése
o=0 % aszimmetria késleltetése
q=1 % volatilitás késleltetése
m=1
model(m,:)= [p o q 1]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q);

% GARCH(1,2) - szimmetrikus
p=1 % epsilon késleltetése
o=0 % aszimmetria késleltetése
q=2 % volatilitás késleltetése
m=2
model(m,:)= [p o q 1]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q);

% GARCH(2,1) - szimmetrikus
p=2 % epsilon késleltetése
o=0 % aszimmetria késleltetése
q=1 % volatilitás késleltetése
m=3
model(m,:)= [p o q 1]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q);

% GARCH(2,2) - szimmetrikus
```

```
p=2 % epsilon késleltetése
o=0 % aszimmetria késleltetése
q=2 % volatilitás késleltetése
m=4
model(m,:)= [p o q 1]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvrobust{m},epsilon2,p,o,q);
```

```
% GJR GARCH(1,1,1) - aszimmetrikus
```

```
p=1 % epsilon késleltetése
o=1 % aszimmetria késleltetése
q=1 % volatilitás késleltetése
m=5
model(m,:)= [p o q 2]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvrobust{m},epsilon2,p,o,q);
```

```
% GJR GARCH(1,1,2) - aszimmetrikus
```

```
p=1 % epsilon késleltetése
o=1 % aszimmetria késleltetése
q=2 % volatilitás késleltetése
m=6
model(m,:)= [p o q 2]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvrobust{m},epsilon2,p,o,q);
```

```
% GJR GARCH(2,1,1) - aszimmetrikus
```

```
p=2 % epsilon késleltetése
o=1 % aszimmetria késleltetése
q=1 % volatilitás késleltetése
m=7
model(m,:)= [p o q 2]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvrobust{m},epsilon2,p,o,q);
```

```
% GJR GARCH(2,1,2) - aszimmetrikus
```

```
p=2 % epsilon késleltetése
o=1 % aszimmetria késleltetése
q=2 % volatilitás késleltetése
m=8
model(m,:)= [p o q 2]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q);
```

```
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q);
```

```
% TARCH(1,1,1) - aszimmetrikus
```

```
p=1 % epsilon késleltetése
```

```
o=1 % aszimmetria késleltetése
```

```
q=1 % volatilitás késleltetése
```

```
m=9
```

```
model(m,:)= [p o q 3]
```

```
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobst{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
% TARCH(1,1,2) - aszimmetrikus
```

```
p=1 % epsilon késleltetése
```

```
o=1 % aszimmetria késleltetése
```

```
q=2 % volatilitás késleltetése
```

```
m=10
```

```
model(m,:)= [p o q 3]
```

```
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobst{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
% TARCH(2,1,1) - aszimmetrikus
```

```
p=2 % epsilon késleltetése
```

```
o=1 % aszimmetria késleltetése
```

```
q=1 % volatilitás késleltetése
```

```
m=11
```

```
model(m,:)= [p o q 3]
```

```
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobst{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
% TARCH(2,1,2) - aszimmetrikus
```

```
p=2 % epsilon késleltetése
```

```
o=1 % aszimmetria késleltetése
```

```
q=2 % volatilitás késleltetése
```

```
m=12
```

```
model(m,:)= [p o q 3]
```

```
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobst{m}]=tarch(epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=tarch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcvr
obust{m},epsilon2,p,o,q,[],1);
```

```
% APARCH(1,1,1) - aszimmetrikus
```

```
p=1 % epsilon késleltetése
```

```
o=1 % aszimmetria késleltetése
```

```
q=1 % volatilitás késleltetése
```

```

m=13
model(m,:)= [p o q 4]
[garchp{m},garchLL{m},garchht(:,m),garchvcvrobust{m}] = aparch(epsilon2,p,o,q);
[garchtext,garchAIC(:,m),garchBIC(:,m)]=aparch_display(garchp{m},garchLL{m},garchvcv
robust{m},epsilon2,p,o,q);

% "garchht" lenne a homoszkedasztikus volatilitás!
ehat=[];
results2=[];
for m=1:13
ehat(:,m) = (epsilon2)./sqrt(garchht(:,m));
results2{m}=lmtest2(ehat(:,m).^2,2);
H_htero_GARCH(:,m)=sum(results2{1,m}.pval>0.05)>0; % 1: homoszkedasztikus kimenet
minden lagre
end

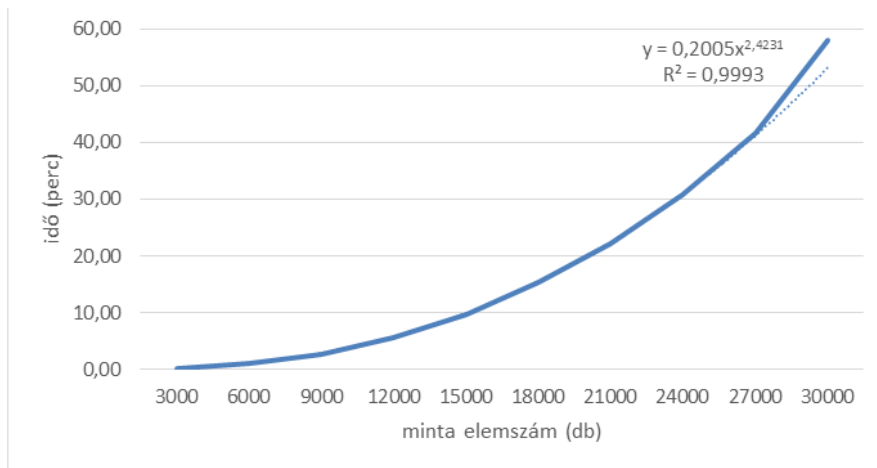
mukodik_BIC=H_htero_GARCH.*abs(garchBIC); % homoszkedasztikus kimenetű AIC
fail=sum(mukodik_BIC);
GARCH_OK{j}=zeros(13,4+7);
GARCH_OK{j}(:,1:4)=model;
GARCH_OK{j}(:,12)=mukodik_BIC;
for m=1:13
cincin=length(garchp{m});
GARCH_OK{j}(m,5:4+cincin)=(garchp{m});
if garchBIC(:,m)==(min(mukodik_BIC))
jol_illeszkedo_modell(j,:)= [model(m,:) j min(mukodik_BIC)];
jo_parametek{j}=garchp{m};
jo_hibatag{j}=ehat(:,m);
jo_std(:,j)=sqrt(garchht(:,m));
if fail==0
jol_illeszkedo_modell(j,:)= [model(13,:) 13 garchBIC(:,13)];
jo_parametek{j}=[9];
jo_hibatag{j}=epsilon(:,j);
end
end
end

```

Az outlier hozamok számolási időigénye a bevitt idősor hosszának függvényében

A minta növekedésével a számolás időigénye jól illeszkedik a hatvány-trendfüggvényre. A mérést 64 bites Matlab R2014a szoftverrel, Windows 8.1 operációs rendszer alól, Intel i5-4200U processzor és 8 GB ram felhasználásával.

5.1. ábra Távolság-alapú extrém érték számítás időigénye a mintaelemszám függvényében



Forrás: saját szerkesztés

Regressziók és panel-regressziók

OLS (legkisebb négyzetek módszere): $y = \omega + \beta \cdot X + \varepsilon$

JPL-toolbox: `results=ols(y,x)`

UCSD-toolbox: `[b, tstat, s2, vcv, vcvwhite, R2, Rbar, yhat] = ols(y,x,c)`

MFE-toolbox, heteroszkedasztikus input esetén:

`[b, tstat, s2, vcvnw, R2, Rbar, yhat] = olsnw(y,x,c,nwlags)`

követelmények:

- stacioner bemenet
- ne legyen autokorrelált a reziduum (Durbin-Watson~2)

Dokumentáció:

- LeSage, J. P. (1999): Applied Econometrics using MATLAB, 8. oldal

VAR (vektorautoregresszió):
$$\begin{matrix} y_{1t} & y_{1t-1} & y_{1t-p} & \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} & y_{2t-1} & y_{2t-p} & \varepsilon_{2t} \\ y_{nt} & y_{nt-1} & y_{nt-p} & \varepsilon_{nt} \end{matrix} = A_1 y_{2t-1} + \dots + A_p y_{2t-p} + \varepsilon_{2t}$$

JPL-toolbox: `result = vare(y,nlag)`

MFE-toolbox:

`[parameters,stderr,tstat,pval,const,conststd,r2,errors,s2,paramvec,vcv] = vectorar(y,constant,lags,het,uncorr)`

Követelmények:

- stacioner bemenet
- lag-hosszúság: AIC, BIC minimalizálással (E-Views, Gretl, MFE)
- ne legyen autokorrelált a reziduum (Durbin-Watson~2, vagy Ljung-Box $p > 0.05$: `acf(result(miumiu).resid,1) > 0.05`)

Dokumentáció:

- LeSage: 114. oldal
- Lütkepohl – Kratzig: 88. oldal
- Alexander: 211. oldal

VECM (vector error correction methods):

$$\begin{array}{ccccccc} \Delta y_{1t} & y_{1t-1} & \Delta y_{1t-1} & \Delta y_{1t-p+1} & \varepsilon_{1t} & & \\ \Delta y_{2t} & = A_1 y_{2t-1} + B_1 \Delta y_{2t-1} \dots + B_{p-1} \Delta y_{2t-p+1} + \varepsilon_{2t} & & & & & \\ \Delta y_{nt} & y_{nt-1} & \Delta y_{nt-1} & \Delta y_{nt-p+1} & \varepsilon_{nt} & & \end{array}$$

JPL-toolbox: result = ecm(y,nlag)

Követelmények:

- I(1) bemenet (egyszer differenciálva stacioner legyen)
- lag-hosszúság: AIC, BIC minimalizálással (E-Views, Gretl, MFE)
- ne legyen autokorrelált a reziduum (Durbin-Watson~2, vagy Ljung-Box $p > 0.05$: `acf(result(miumiu).resid,1) > 0.05`)

Dokumentáció:

- LeSage: 121. oldal
- Lütkepohl – Kratzig: 89. oldal
- Alexander: 243. oldal

Panel regressziók:

Adattáblák felépítése:

$$\begin{array}{cccc} y_{1,t-2} & y_{2,t-2} & ország_1 & t - 2 \\ y_{1,t-1} & y_{2,t-1} & ország_1 & t - 1 \\ y_{1,t} & y_{2,t} & ország_1 & t \\ y_{1,t-2} & y_{2,t-2} & ország_2 & t - 2 \\ y_{1,t-1} & y_{2,t-1} & ország_2 & t - 1 \\ y_{1,t} & y_{2,t} & ország_2 & t \end{array}$$

Fixed effect model: $y_{it} = (\alpha + u_i) + X'_{it}\beta + \varepsilon_{it}$

Random effect model: $y_{it} = \alpha + X'_{it}\beta + (u_i + \varepsilon_{it})$

A fix hatások (FE) modelljének alapfeltételezése, hogy a változók különböznek egymáshoz képest, de időben állandóak. Az együtthatók becslése a legkisebb négyzetek módszerével történik. A véletlen-hatások (RE) modelljét abban az esetben használjuk, ha egyes változók állandóak időben, de egymás között mutatnak eltérést, és fordítva.

Matlab: Panel Data Toolbox⁵²:

`fe = panel(id, year, y, X, 'fe');`

`re = panel(id, year, y, X, 're');`

Gretl

Követelmények:

- stacioner bemenet: Im, Pesaran and Shin teszt $p < 0.05$

⁵² <http://www.paneldatatoobox.com>

- nem lehet autokorrelált a hibatag (FE: Wooldridge $p > 0.05$, RE: Baltagi és Li-teszt $p > 0.05$)
- Hausman teszt: $p > 0.05$ RE, $p < 0.05$ FE

Dokumentáció:

- Álvarez, Inmacualda C.; Javier Barbero; and José L. Zofio. 2015. “A Panel Data Toolbox for MATLAB.” Economic Analysis Working Paper Series Universidad Autonoma Madrid Working Paper 05/2013, ISSN: 1885–6888.
- Park, Hun Myoung. 2011. “Practical Guides To Panel Data Modeling: A Step-by-step Analysis Using Stata.” Tutorial Working Paper. Graduate School of International Relations, International University of Japan.
- Wooldridge, Jeffrey M.. 2010. “Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data.” The MIT Press Cambridge, Massachusetts.

Heckit:

Egy y panel változó változását egy z változó 0, 1 állapota befolyásolja. szelekciós mechanizmus: $z_i^* = w_i' \gamma_i + u_i$; $z_i = 1$ ha $z_i^* > 0$ és 0 egyéb esetben;

$$\text{Prob}(z_i = 1 | w_i) = \Phi(w_i' \gamma) \text{ és } \text{Prob}(z_i = 0 | w_i) = 1 - \Phi(w_i' \gamma)$$

regressziós modell: $y_i = x_i' \beta + \varepsilon_i$ megfigyelhető $z_i = 1$ esetén.

Gretl, E-Views

Követelmények:

- OLS paneleknek specifikációs hibája lenne, ha a Heckit lambdája szignifikáns (nem nulla a korreláció u és ε hibatagok között)

Dokumentáció:

- Greene, W. H. (2003): Econometric Analysis. Prentice Hall, Pearson, New Jersey, pp. 780–787.
- Wooldridge, J. M. (2002): Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. The MIT Press, Cambridge, pp. 563–564.
- Wooldridge, J. M. (2014): Introduction to Econometrics. Cengage Learning, Andover, pp. 494–495.