Dolgozatok értékelése számok nélkül

TAKÁCS VIOLA

Amikor a tanár dolgozatot írat, a javítás után még sokat kell számolnia, statisztikákat, osztályátlagot készítenie. Így azután a tanulók tudásának – dolgozatíratással történő – felmérése után, a további tanítás során éppen ezek az adatok hemzsegnek a fejében, ahelyett, hogy osztályának tudásstruktúrája, a „Ki mit tud?" hálózata állana előtte. Írásunk ennek a szerkezetnek, struktúrának egy lehetséges ábrázolásmódját ismerteti.

Dolgok és tulajdonságok

Felmérő dolgozat íratásakor – reáltárgyak esetében különösen – több megoldandó feladatot adunk fel. Általában egy tanuló több feladatot is megold, és egy feladat megoldása több tanuló dolgozatában is szerepel. Ezáltal olyan bonyolult összefüggésrendszer keletkezik a tanulók és feladatok között, amelyet a matematikában több-többértelmű összefüggésnek mondanak. Ezt fogjuk visszavezetni a tanulók egy része és a feladatok egy része közti egy-egyértelmű kapcsolatra. Vagyis hogy a tanulók egy részhalmaza a feladatok egy részhalmazának mindegyikét megoldotta.

Példaképpen tekintsünk néhány élőlényt, és ezeknek néhány tulajdonságát. A pióca, keszeg, béka, kutya, hínár, nád, bab és kukorica következő tulajdonságait vesszük tekintetbe: életéhez víz szükséges, vízben él, szárazföldön él, fotoszintetizál, kétszíkű, egyszíkű, helyváltoztató mozgást végez, végtagja van és utódait szoptatja. Ezek olyan tulajdonságok, amelyek a szóban forgó élőlénynek vagy megvannak, vagy nem. Azaz, ha meglétükre kérdezünk, akkor egyértelműen igen vagy nem lehet a válasz.

Természetes módon merül fel a kérdés, hogy melyek két élőlény – mondjuk a pióca és a keszeg – közös tulajdonságai. Azt találjuk, hogy mindkettő esetén életéhez víz szükséges, vízben él és helyváltoztató mozgást végez. Ugyanis a kiválasztott kis rendszerünkben mozgunk, azaz csak a tekintetbe vett élőlények felől döntünk, és ezeknek csak a tekintetbe vett tulajdonságait vizsgáljuk.

Ha most megtaláltuk két élőlény közös tulajdonságait, akkor kérdezhetjük, hogy van-e még más olyan élőlény, amelyik ugyanezekkel a tulajdonságokkal rendelkezik. Azt találjuk, hogy igen, mégpedig a béka. Több azonban nincs. Ezzel az élőlények egy részhalmaza – a pióca, keszeg és béka –, valamint a tulajdonságok egy részhalmaza – mármint az életéhez víz szükséges, vízben él és helyváltoztató mozgást végez – közötti egy-egyértelmű kapcsolatot találtuk meg, azaz a fentiek közül mindegyik élőlénynek megvan minden tulajdonsága. Esetleg más tulajdonsággal is rendelkezik némelyikük, de a fölsoroltakkal mindenesetre. Ezeket a részhalmazokat zártnak mondjuk. Az élőlények közül a piócából, keszegből és békából álló részhalmaz zárt, abban az értelemben, hogy a számuk nem bővíthető, közös tulajdonságaik számának csökkenése nélkül. Az életéhez víz szükséges, vízben él, és helyváltoztató mozgást végez tulajdonsághármas is zárt részhalmaz, persze a tulajdonságok egy zárt részhalmaza, abban az értelemben, hogy nem növelhető a tulajdonságok száma anélkül, hogy az ezen tulajdonságokkal rendelkező élőlények (dolgok) száma ne csökkenne.

A dolgok és tulajdonságok közti teljes viszonyrendszert akkor láthatjuk át teljesen, ha minden zárt részhalmaz-párt megkeresünk. Vagyis ismerjük az összes olyan élőlény (dolog) részhalmazt, amely bizonyos legnagyobb közös tulajdonság részhalmaz minden elemével mindenesetre rendelkezik.

Galois algoritmus

Az összes zárt részhalmaz-pár megkeresésére matematikai eljárás szolgál, az úgynevezett Galois algoritmus. Ezt elvégezve, meglepő eredményre jutunk. Mivel kilenc tulajdonságot tekintettünk, az elvben lehetséges csoportok száma kettő a kilencediken, azaz ötszáztizenkettő lenne. Ehhez képest csekély számú, tizennyolc zárt részhalmaz adódott.

Az eddig mondottak megértését, megjegyzését segíti, ha áttekinthető formában látjuk. Erre szolgál az úgynevezett relációtáblázat. Ennek soraiban az élőlények, oszlopaiban a tulajdonságok szerepelnek. Egy-egy sor és oszlop metszésében álló négyzetbe keresztet tettünk, ha az illető élőlény rendelkezik az illető tulajdonsággal, különben semmit. (Vagy egyet, illetve nullát.) Az élőlényeket (dolgokat) egytől nyolcig meg is számoztuk, ugyanígy a tulajdonságokat egytől kilencig. Első ábránk a relációtáblázatot mutatja.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		Életéhez víz szükséges	Vízben él	Szárazföldön él	Fotoszintézist végez	Csírázáskor két levélke nő	Csírázáskor egy levélke nő	Helyváltoztató mozgást végez	Végtagja van	Utódait szoptatja
1	Pióca	+	+					+		
2	Keszeg	+	+					+	+	
3	Béka	+	+	+				+	+	
4	Kutya	+		+				+	+	+
5	Hínár	+	+		+		+			
6	Nád	+	+	+	+		+			
7	Bab	+		+	+	+				
8	Kukorica	+		+	+		+			

1. ábra

Az itt nem részletezett matematikai eljárás segítségével talált zárt részhalmaz párok listájában ugyanezek a számjelölések vannak, s a könnyebb megjegyezhetőség végett mindenütt megkülönböztetjük a dolgokat a tulajdonságoktól, úgy, hogy az előbbieket szögletes, az utóbbiakat kapcsos zárójelbe tesszük. Ennek alapján az összes zárt részhalmaz pár a következő.

DOLGOK	TULAJDONSÁGOK	DOLGOK	TULAJDONSÁGOK
3	1,2,3,7,8	5,6	1,2,4,6
4	1,3,7,8,9	6,8	1,3,4,6
6	1,2,3,4,6	1,2,3	1,2,7
7	1,3,4,5	2,3,4	1,7,8
2,3	1,2,7,8	5,6,8	1,4,6
3,4	1,3,7,8	6,7,8	1,3,4
3,6	1,2,3	1,2,3,4	1,7

DOLGOK	TULAJDONSÁGOK	DOLGOK	TULAJDONSÁGOK
5,6,7,8	1,4	3,4,6,7,8	1,3
1,2,3,5,6	1,2	1,2,3,4,5,6,7,8	1

Ezt a listát az élőlények (dolgok) szerint rendeztük el. Sorszámuk növekvő rendjét követtük a leírásban. Döntésünk teljesen önkényes volt, ugyanígy készülhetett volna felsorolásunk a tulajdonságok szerint rendezve, akkor a tulajdonságok sorszámának növekvő rendjét követtük volna.

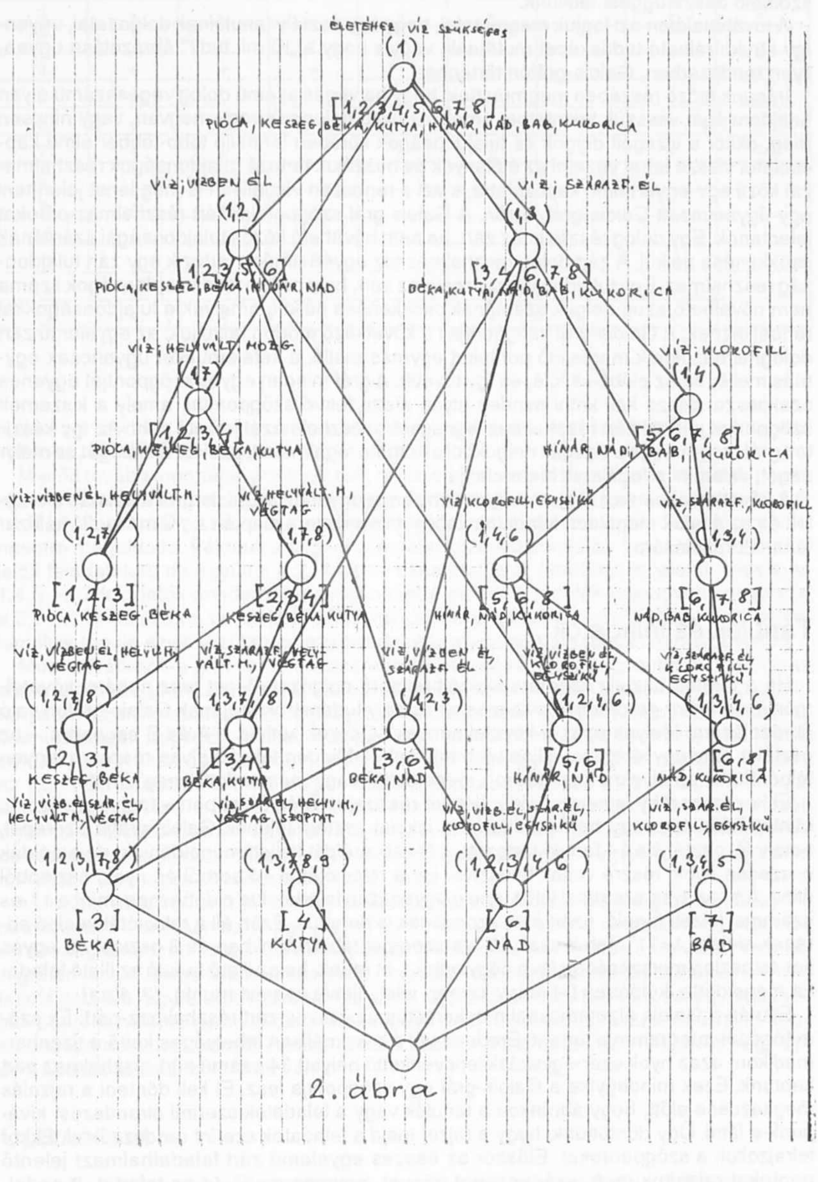
Galois-gráf

Célunk az, hogy ne áttekinthetetlen és megjegyezhetetlen lista legyen előttünk, hanem minél többet mondó rajz. Ezért a kapott adatokból egy gráfot fogunk megrajzolni. A gráf – általában – pontokból (szögpontokból) és ezeket összekötő egyenesszakaszokból áll. A mi gráfunk pontjai (szögpontjai) az egyes zárt részhalmaz-párokat jelentik. Minden zárt részhalmaz-párnak egy pontot feleltetünk meg, és ezt fel is rajzoljuk. A mostani listánk az élőlények (dolgok) szerint rendezett, így mostani rajzunk is ilyen lesz. Először az egyelemű zárt dologhalmazoknak megfelelő pontokat rajzolunk a papíron egymás mellé. Szám szerint négyet, mivel ennyi az egyeleműek száma. Ezután a keletkezett pontsor fölé rajzoljuk, ismét egymás mellé a kételemű zárt dologhalmazoknak megfelelő pontokat, szám szerint ötöt, majd ezek fölé a négy darab háromeleműnek megfeleltetett pontot, és így tovább. Ezzel elkészült gráfunk pont, illetve szögpont rendszere. Már csak a pontokat összekötő vonalrendszerre van szükségünk, s készen lesz a kívánt rajz.

Nézzük tehát, hogyan készül a gráf vonalrendszere! Ehhez elég egyetlen pont esetén megadni, hogy milyen más pontokkal kell őt összekötni. Tekintsük például a „harmadik emeleten" fekvő 2,3,4 pontot. Ezt minden olyan alatta fekvő ponttal össze kell kötni, amelynek megfelelő zárt részhalmaz a 2,3,4-nek legnagyobb részhalmaza. Például a 2,3,4 zárt részhalmazt jelentő pont alatt van a 3 zárt részhalmazt jelentő pont, de ennél nagyobb részhalmaz a 2,3 és a 3,4 részhalmazoknak megfelelő két pont. Azaz tehát mivel a 2,3,4 részhalmaz legnagyobb részhalmaza a 2,3 és a 3,4, ezért e kettőnek megfelelő ponttal kell kiszemelt pontunkat összekötni. Általában is, bármely pontot, minden olyan alatta fekvő ponttal kell összekötni egyenes szakasszal, amely a kiszemelt pontot jelentő zárt részhalmaz legnagyobb részhalmazának felel meg. Ha ezt a szabályt rendre, minden pontra nézve alkalmazzuk, előttünk áll a kész gráf. Ezt ábrázolja második rajzunk. És ez az ábra már nagyon sokat mond. *(2. ábra)*

Vegyük szemügyre például az ötödik emelet (felülről számítva az utolsó előtti) két pontja közül a bal oldalit. Ez az 1,2,3,5,6 élőlényeket, egyszersmind az 1,2 tulajdonságokat jelenti. Szavakkal: a pióca, a keszeg, a béka, a hínár és a nád életéhez víz szükséges és vízben él. Azaz e pont magában foglalja mindazon élőlényeket, amelyek vízben élnek. Ez egy fogalom, a vízben élő élőlények fogalma. A pontról leolvasható a fogalom szélessége és mélysége is. Az ötödik emeleten található, azaz öt élőlény (dolog) tartozik bele, és ennek az öt élőlénynek (dolognak) két közös tulajdonsága van. Vagyis fogalmunk mélysége öt, szélessége kettő. Ugyanígy ezen emelet jobb oldali szögpontja a szárazföldön élő élélények fogalma. Más példa: a negyedik emelet bal oldali pontja az 1,2,3,4 dolgokat és egyúttal az 1,7 tulajdonságokat jelenti. Szavakkal: a pióca, a keszeg, a béka és a kutya mindegyike olyan, hogy életéhez víz szükséges és helyváltoztató mozgást végez. Ez nem más, mint a tekintetbe vett élőlények világán belül az állatok fogalma. A fogalom szélessége kettő, mélysége négy. Ugyanezen emeleten a jobb oldalon a növények fogalma jelenik meg. Az azonos emeleten egymás mellett fekvő pontok össze nem hasonlítható fogalmakat mutatnak.

Látjuk, hogy a dolgok és tulajdonságok zárt részhalmazai közti egy-egyértelmű kapcsolatra vezettük vissza az eredetileg több-többértelmű kapcsolatot. Sőt, a viszonyrendszert úgy tudtuk ábrázolni, hogy az vizuálisan mutassa a struktúrát és a hierarchiát is. Ezt a gráfot Galois-gráfnak nevezzük.


ÉLETÉHEZ VÍZ SZÜKSÉGES
(1)
[1,2,3,4,5,6,7,8]
PIÓCA, KESZEG, BÉKA, KUTYA, HÍNÁR, NÁD, BAB, KUKORICA
VÍZ; VÍZBEN ÉL
(1,2)
[1,2,3,5,6]
PIÓCA, KESZEG, BÉKA, HÍNÁR, NÁD
VÍZ; SZÁRAZF. ÉL
(1,3)
[3,4,6,7,8]
BÉKA, KUTYA, NÁD, BAB, KUKORICA
VÍZ; HELYVÁLT. MOZG.
(1,7)
[1,2,3,4]
PIÓCA, KESZEG, BÉKA, KUTYA
VÍZ; KLOROFILL
(1,4)
[5,6,7,8]
HÍNÁR, NÁD, BAB, KUKORICA
VÍZ; VÍZBEN ÉL, HELYVÁLT. H.
(1,2,7)
[1,2,3]
PIÓCA, KESZEG, BÉKA
VÍZ; HELYVÁLT. H, VÉGTAG
(1,7,8)
[2,3,4]
KESZEG, BÉKA, KUTYA
VÍZ, KLOROFILL, EGYSZIKŰ
(1,4,6)
[5,6,8]
HÍNÁR, NÁD, KUKORICA
VÍZ, SZÁRAZF., KLOROFILL
(1,3,4)
[6,7,8]
NÁD, BAB, KUKORICA
VÍZ, VÍZBEN ÉL, HELYV. H, VÉGTAG
(1,2,7,8)
[2,3]
KESZEG, BÉKA
VÍZ, SZÁRAZF., HELYV. VÁLT. H., VÉGTAG
(1,3,7,8)
[3,4]
BÉKA, KUTYA
VÍZ, VÍZBEN ÉL, SZÁRAZF. ÉL
(1,2,3)
[3,6]
BÉKA, NÁD
VÍZ, VÍZBEN ÉL, KLOROFILL, EGYSZIKŰ
(1,2,4,6)
[5,6]
HÍNÁR, NÁD
VÍZ, SZÁRAZF. ÉL, KLOROFILL, EGYSZIKŰ
(1,3,4,6)
[6,8]
NÁD, KUKORICA
VÍZ, VÍZB. ÉL, SZÁR. ÉL, HELYVÁLT. H, VÉGTAG
(1,2,3,7,8)
[3]
BÉKA
VÍZ, SZÁR. ÉL, HELYV. H., VÉGTAG, SZOPTAT
(1,3,7,8,9)
[4]
KUTYA
VÍZ, VÍZB. ÉL, SZÁR. ÉL, KLOROFILL, EGYSZIKŰ
(1,2,3,4,6)
[6]
NÁD
VÍZ, SZÁR. ÉL, KLOROFILL, EGYSZIKŰ
(1,3,4,5)
[7]
BAB
2. ábra

2. ábra

A Galois-gráf a fogalom fogalmát, a fogalmak közti viszonyokat mutatja meg. Általánosan használható, ha dolgok és tulajdonságok között egyértelmű igen-nemmel megválaszolható összefüggést találunk.

A továbbiakban azt fogjuk megmutatni, hogy egy osztály tanulóinak dolgozatai, ugyanígy struktúrálható tudásképet mutatnak, vagyis hogy a „Ki mit tud?" ábrázolása ugyanilyen rendszerben, Galois-gráfon történhet.

Írásunk előző részében megmutattuk, hogy ha véges számú dolog végesszámú olyan tulajdonságát vesszük tekintetbe, amely az illető dolognak vagy megvan, vagy nincsen meg, akkor a vizsgált dolgok és tulajdonságok körében fennálló több-többértelmű kapcsolatot vissza lehet vezetni az élőlények és hozzájuk tartozó tulajdonságok részhalmazai közti egy-egyértelmű kapcsolatra, s ezt a rendszert vizuálisan is meg lehet jeleníteni egy úgynevezett Galois-gráf rajzán. A Galois-gráf szögpontjai zárt részhalmaz-párokat jelentenek. Egy dolog részhalmaz zárt, ha nem bővíthető közös tulajdonságai számának csökkenése nélkül. A zárt dolog részhalmazhoz egyértelműen tartozik egy zárt tulajdonság részhalmaz. Egy tulajdonság részhalmaz zárt, ha a benne lévő tulajdonságok száma nem növelhető azon dolgok számának csökkenése nélkül, amelyek e tulajdonságokkal rendelkeznek. A Galois-gráf szögpontjait a következő módon rajzoljuk: az egyelemű zárt dologhalmazoknak megfelelő pontokat egymás mellé, a kételeműeket ugyancsak egymás mellé, de az előbbiek fölé, és így tovább. A gráf minden egyes szögpontját egyenes szakasszal össze kell kötni minden olyan alatta fekvő szögponttal, amely a kiszemelt szögpontot jelentő zárt részhalmaz legnagyobb részhalmazát jelentő pont. Az így készített gráf megmutatja a vizsgált dolgokból alkotható fogalmakat, azok szélességét és mélységét, valamint e fogalmak hierarchiáját.

A következőkben azt fogjuk megmutatni, hogy ugyanez a Galois-gráf alkalmas a tanulók és az általuk megoldott feladatok kapcsolatrendszere alapján a „Ki mit tud?" hálózatának ábrázolására.

Tanulók és feladatok

Ha a tanított osztály számára kitűzött felmérő dolgozat eleget tesz nehány követelménynek, akkor eredménye alkalmas az osztály tudásstruktúrájának Galois-gráfon való ábrázolására. Melyek ezek a követelmények? Osszuk kétfelé – A és B csoportra – az osztályt. Egy-egy dolgozat álljon több feladatból. Minden feladat olyan részekre legyen felbontható, amelyekre a javításkor „megoldotta" vagy „nem oldotta meg" írható.

Ekkor az osztály ismeretstruktúráját két részben – A és B csoport – fogjuk ábrázolni. Mintapéldánkban egy hatodik általános iskolai osztály felének Galois-gráfja szerepel, amely fél osztályba 14 tanuló tartozott, s öt fizikapéldát kellett megoldaniuk, de e példák összesen nyolc részre voltak felosztva. Így a relációtábla 14 sorból és nyolc oszlopból állna. Ám, az 1-es számmal jelölt tanuló ugyanazon feladatokat oldotta meg, mint a 11-es számmal jelzett tanuló, ezért őket azonosnak tekintettük. Ezért áll a relációtábla első sorának elején „1=11". Tehát csak 13 sor szerepel táblázatunkban és 8 oszlop. Az egyes sor és oszlop metszésében lévő négyzetbe 1-et írtunk, ha az illető tanuló az illető feladatot megoldotta, különben 0-t (vagy kereszt jelet, illetve semmit írtunk). *(3. ábra)*

Ezután a Galois algoritmussal megkerestük az összes zárt részhalmaz-párt. Ez számítógépes programmal történt. Eredményül a maximálisan lehetséges kettő a tizenharmadikon, azaz nyolcezer-egyszázkilencvenkettő helyett 34 számú zárt részhalmaz párt kaptunk. Ezek mindegyike a Galois-gráf egy szögpontja lesz. El kell dönteni a rajzolás megkezdése előtt, hogy ábránkon a tanulók vagy a feladatok szerinti elrendezést kívánunk-e látni. Úgy döntöttünk, hogy a rajzot majd a feladatok szerint rendezzük el. Ekkor felrajzoltuk a szögpontokat. Először az összes egyelemű zárt feladathalmazt jelentő pontokat rajzoltuk meg, szám szerint négyet, egymás mellé. (4-es feladat, 2-es feladat, 1-es feladat és 5-ös feladat.) Ezek fölé, ugyancsak egymás mellé kerültek a kételemű zárt feladathalmazt jelentő pontok, szám szerint öten. A harmadik „emeletre" a háromeleműek kerülnek, és így tovább. Végül a legmagasabbra a két darab hételeműt tesszük. Ha már mind a 34 pont fel van rajzolva, akkor további két pontot – a

	1	2	3	4	5	6	7	8
1 = 11	+	+	+	+	+	+		+
2	+			+	+		+	+
3		+	+		+			
4	+	+	+	+	+			+
5	+				+			
6	+	+		+	+	+		+
7	+	+		+	+	+	+	+
8		+		+				
9	+	+			+	+		+
10	+				+		+	
12	+		+	+	+			
13	+	+	+		+	+	+	
14	+	+		+	+	+	+	

3. ábra

nulla és a „minden", azaz nyolceleműnek megfelelőeket – veszünk még fel, előbbit alul középen, utóbbit felül középen.

Mielőtt tovább mennénk, értelmezzük, mit is jelentenek a felrajzolt pontok. Minden pont egy zárt feladathalmazt, egyszersmind egy zárt tanulóhalmazt is jelent. Vagyis a 13, sőt 14 fő olyan részhalmazát, mely a szóban forgó feladat részhalmaz mindegyikét, mindenesetre megoldotta. Például: a negyedik emelet középső pontja az 1, 4, 5 és 7 számmal jelölt feladatokat, de egyúttal a 2, 7 és 14 számmal jelölt tanulókat is jelenti. Vagyis az 1,4,5 és 7 feladatok mindegyikét mindenesetre megoldó tanulók legnagyobb csoportja a 2,7 és 14-es számú tanulókból áll. (A mindenestre kitétel azt jelenti, hogy esetleg valamelyik tanuló ezek közül még más feladatot is megoldott, de ezeket mindenesetre.)

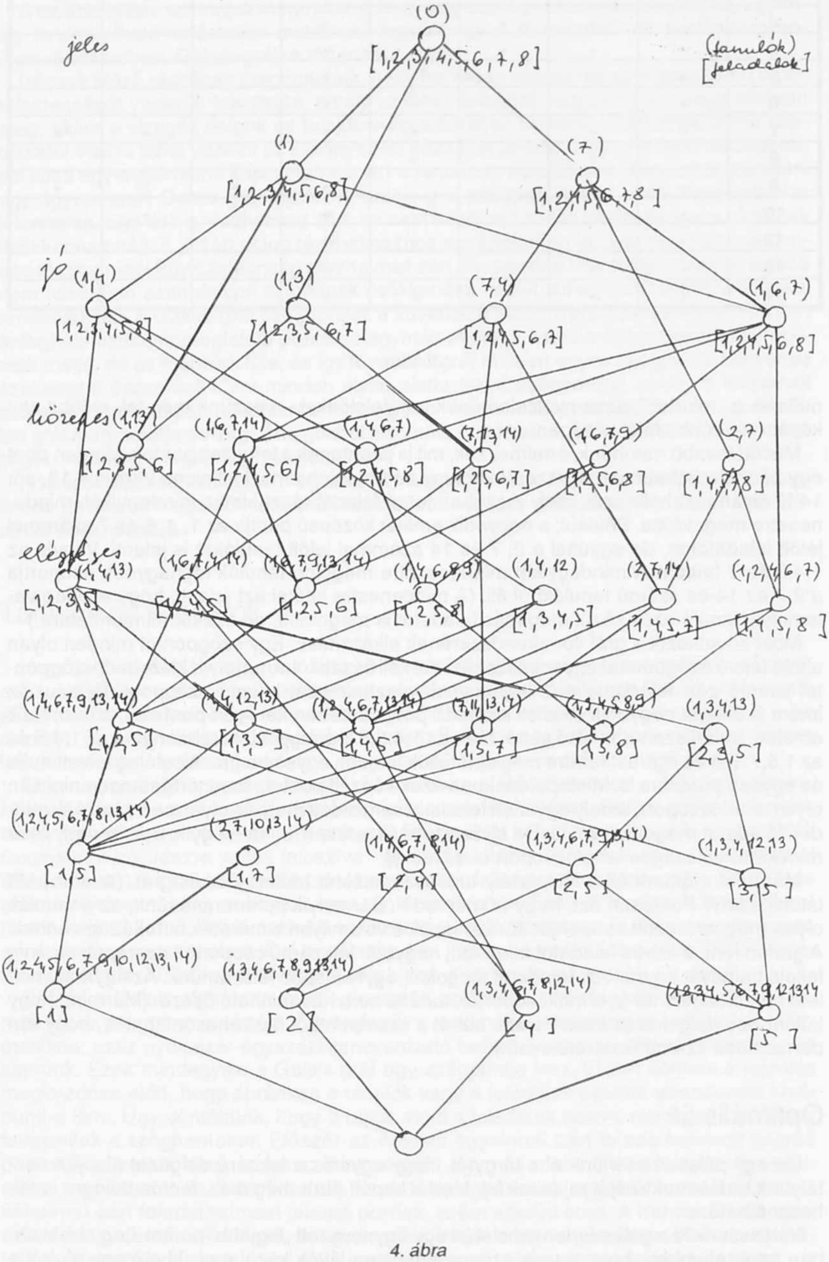
Most következik a gráf vonalrendszerének elkészítése. Egy szögpontot minden olyan alatta fekvő szögponttal egyenesszakasszal kell összekötni, amely a kiszemelt szögpontot jelentő zárt feladathalmaz legnagyobb részhalmazát jelentő szögpont. Például az imént is idézett negyedik emeleti középső pont esetében két ilyen pont van, a harmadik emeleti, balról számított első kettő. Mert az 1,4,5,7 legnagyobb részhalmazai az 1,4,5 és az 1,5,7. Ezt az eljárást rendre megismételjük minden egyes pontra. Az utólag felvett nulla és egység pontokra is. Mintapéldánkban ezek képzelt pontok, mert történetesen nincsen olyan tanulócsoport, amely egyetlen feladatot sem oldott meg, és olyan sem, amelyik minden feladatot megoldott volna. De elvben természetesen lehetne egyik, másik, vagy akár mindkettő valóságos tanulócsoport is. *(4. ábra)*

Mármost előttünk áll a fél osztály tudásszerkezetét mutató Galois-gráf. (4. ábra) Mit látunk ezen? Pontosan azt, hogy „Ki mit tud?". Bármelyik pontra ránézünk, az a tanulók olyan meghatározott csoportját ábrázolja, akik valamilyen ismeretek birtokában vannak. A gráfon lent, a kevés feladatot megoldó, nagyobb létszámú csoportok szerepelnek, míg felfelé haladva, egyre több feladatot megoldó, egyre kisebb létszámúak. Az egymás melletti pontokat jelentő gyermekcsoportok tudása nem hasonlítható össze. (Mármint, hogy különböző dolgokat tudnak. Persze abból a szempontból összehasonlíthatók, hogy éppen azonos számú ismeretük van.)

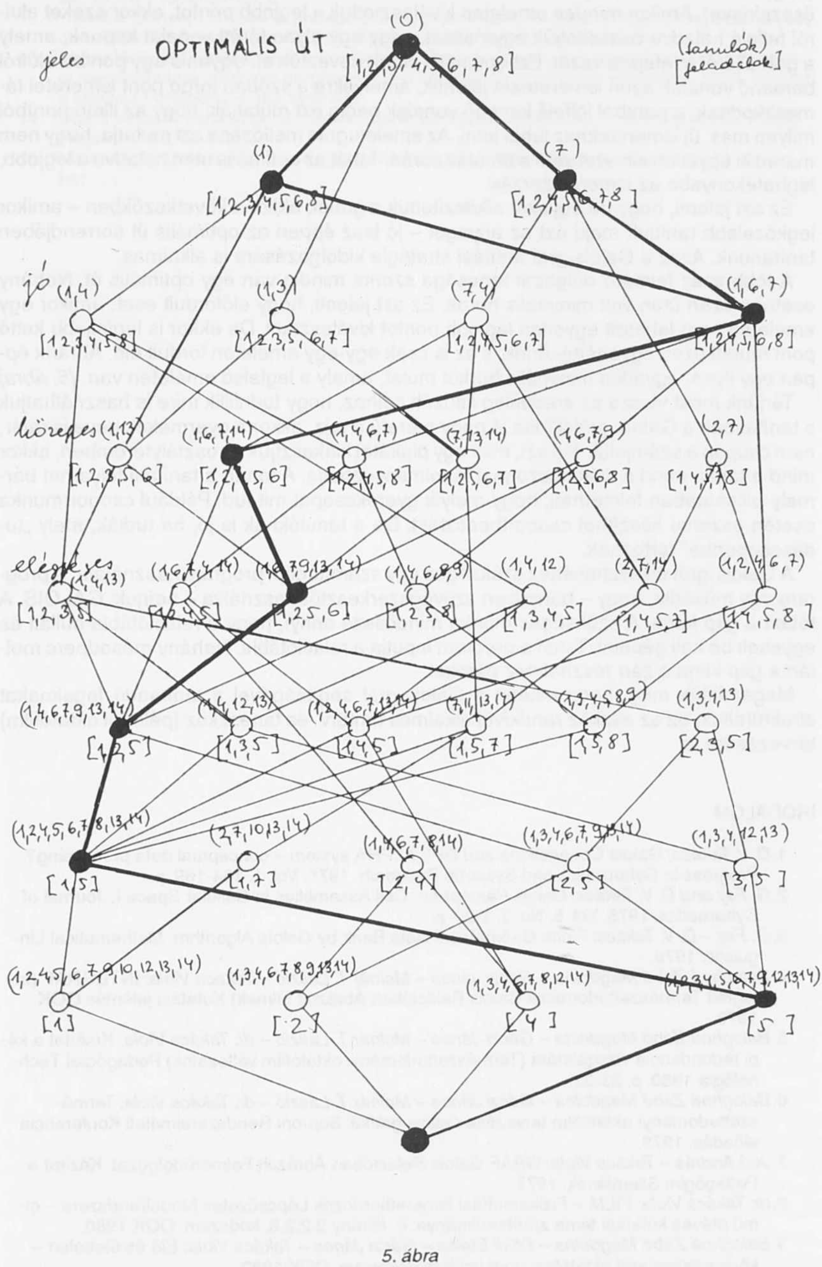
Optimális út

De egy pillanatra térjünk el a tárgytól. Hogy ugyanis a felmérő dolgozat alapján osztályunk tudásstruktúráját rajzoltuk fel. Mert a kapott ábra még más, fontos dologra is felhasználható.

Válasszunk ki a gráf minden emeletén egy úgynevezett „legjobb" pontot. Legjobbat abban az értelemben, hogy a vele azonos emeleten lévők közül melyikbe megy alulról a


jeles
(0)
[1,2,3,4,5,6,7,8]
(tanulók)
[feladatok]
(1)
[1,2,3,4,5,6,8]
(7)
[1,2,4,5,6,7,8]
jó
(1,4)
[1,2,3,4,5,8]
(1,3)
[1,2,3,5,6,7]
(7,4)
[1,2,4,5,6,7]
(1,6,7)
[1,2,4,5,6,8]
közepes
(1,13)
[1,2,3,5,6]
(1,6,7,14)
[1,2,4,5,6]
(1,4,6,7)
[1,2,4,5,8]
(7,13,14)
[1,2,5,6,7]
(1,6,7,9)
[1,2,5,6,8]
(2,7)
[1,4,5,7,8]
elégséges
(1,4,13)
[1,2,3,5]
(1,6,7,4,14)
[1,2,4,5]
(1,6,7,9,13,14)
[1,2,5,6]
(1,4,6,8,9)
[1,2,5,8]
(1,4,12)
[1,3,4,5]
(2,7,14)
[1,4,5,7]
(1,2,4,6,7)
[1,4,5,8]
(1,4,6,7,9,13,14)
[1,2,5]
(1,4,12,13)
[1,3,5]
(1,2,4,6,7,13,14)
[1,4,5]
(7,11,13,14)
[1,5,7]
(1,3,4,5,8,9)
[1,5,8]
(1,3,4,13)
[2,3,5]
(1,2,4,5,6,7,8,13,14)
[1,5]
(2,7,10,13,14)
[1,7]
(1,4,6,7,8,14)
[2,4]
(1,3,4,6,7,9,13,14)
[2,5]
(1,3,4,12,13)
[3,5]
(1,2,4,5,6,7,9,10,12,13,14)
[1]
(1,3,4,6,7,8,9,13,14)
[2]
(1,3,4,6,7,8,12,14)
[4]
(1,2,3,4,5,6,7,9,12,13,14)
[5]

4. ábra



5. ábra

legtöbb , és melyikből megy felfelé a legtöbb vonal. Ha egy emeleten több azonosan „jó" pontot találunk, akkor azt minősítjük legjobbnak, ahol nincs úgynevezett „emeletugrás" (hogy tudniillik az illető pont nem a következő, hanem annál magasabb emelettel van összekötve). Amikor minden emeleten kiválasztottuk a legjobb pontot, akkor ezeket alulról felfelé haladva összekötjük egymással, s így egy olyan törött vonalat kapunk, amely a gráf aljáról a tetejére vezet. Ezt optimális útnak neveztük el. Ugyanis egy pontba alulról bemenő vonalak azon ismereteket jelentik, amelyekre a szóban forgó pont ismeretei támaszkodnak, a pontból fölfelé kimenő vonalak pedig azt mutatják, hogy az illető pontból milyen más, új ismeretekhez lehet jutni. Az emeletugrás mellőzése azt mutatja, hogy nem marad ki egyetlen ismeret sem a tanulás során. Tehát az optimális úton haladva a legjobb, leghatékonyabb az ismeretszerzés.

Ez azt jelenti, hogy ha egyszer elkészítettük a gráfot, akkor a következőkben – amikor legközelebb tanítjuk majd ezt az anyagot – jó lesz éppen az optimális út sorrendjében tanítanunk. Azaz a Galois-gráf tanítási stratégia kidolgozására is alkalmas.

A több száz felmérő dolgozat tanusága szerint mindig van egy optimális út. Néhány esetben ezen úton volt minimális hurok. Ez azt jelenti, hogy előfordult eset, amikor egy emeleten nem lehetett egyetlen legjobb pontot kiválasztani. De ekkor is legfeljebb kettő pont mutatkozott egyenértékűnek, s ez is csak egy-egy emeleten fordult elő. Ábránk éppen egy ilyen, egyetlen minimális hurkot mutat, amely a legfelső emeleten van. *(5. ábra)*

Térjünk most vissza az eredetileg kitűzött célhoz, hogy tudniillik mire is használhatjuk a tanításban a Galois-gráfot? Ha jó nagy méretű a rajz, akkor a gyermekek neve is ráfér, nem csupán a számjelük. Ha ezt, mint egy plakátot kiakasztjuk az osztályteremben, akkor mind a tanár, mind a diák haszonnal tanulmányozhatja. A tanár a tanítási folyamat bármely pillanatában felmérheti, hogy melyik gyerekcsopot mit tud. Például csoportmunka esetén eszerint készíthet csoportbeosztást. De a tanulóknak is jó, ha tudják, mely „tudáscsoportba" tartoznak.

A Galois-gráf elkészítéséhez szükséges egy számítógépi program használata. A program úgy működik, hogy – bármilyen szövegszerkesztőt használva – beírjuk: GALOIS. A többit a gép kiírja. A szükséges munka mindössze annyi, hogy a relációtábla nulláit és egyeseit be kell gépelni. Tehát a program inputja a relációtábla. Néhány másodperc multán a gép kiírja a zárt részhalmaz párokat.

Megemlítjük még, hogy miután a Galois-gráf segítségével a tanítandó fogalmakat struktúráltuk, ez az eszköz rendkívül alkalmas tanterv és taneszköz (például oktatófilm) tervezésére is.

IRODALOM

1. *D. V. Takács:* Galois Connections and DPL ALPHA system – conceptual data processing? Progress in Cybernetics and Systems Research. 1975. Vol. 1. 164-169. p.
2. *G. Fay and D. V. Takács:* Galois Perceptron: Cell Assemblies in Cellular Space I. Journal of Cybernetics. 1975. Vol. 5. No. 3. 1-20. p.
3. *G. Fay – D. V. Takács:* Finite Geometrical Data Bank by Galois Algorithm. Mathematical Linguistic. 1975.
4. *Baloghné Zábó Magdolna – Géczi János – Molnár T. László – Takács Viola:* INTEGRÁF (Integrált Természettudományi Galois Relációban Ábrázolt Filmek) Kutatási jelentés OOK 1979.
5. *Baloghné Zábó Magdolna – Géczi János – Molnár T. László – dr. Takács Viola:* Kísérlet a képi redundancia vizsgálatára (Természettudományi oktatófilm változatok) Pedagógiai Technológia 1980. p. 23-32.
6. *Baloghné Zábó Magdolna – Géczi János – Molnár T. László – dr. Takács Viola:* Természettudományi oktatófilm tervezése Galois gráffal. Soproni Rendszerelméleti Konferencia előadás. 1979.
7. *Joó András – Takács Viola:* GRÁF Galois Relációban Ábrázolt Felmérődolgozat. Kézirat a Pedagógiai Szemlének. 1977.
8. *dr. Takács Viola:* FILM – Fizikatanítási Ismerethordozók Lépcsőzetes Modulrendszere – című ötéves kutatási téma zárótanulmánya. 6. főirány 2.2.2.8. kódszám. OOK 1980.
9. *Baloghné Zábó Magdolna – Földi Etelka – Géczi János – Takács Viola:* Élő és élettelen – környezetismeret oktatófilm irodalmi forgatókönyve. OOK 1982.

10. V. Takács: Two pedagogical application of Galois graphs, Lecture, presented in Darmstadt, Mathematical Department, Technische Hochschule. Febr. 1984.
11. *Drommemé Takács Viola:* A Galois gráfok két pedagógiai alkalmazása. Tantervelméleti füzetek 15. OPI 1985. 30-53. p.
12. *V. Takács:* Concept lattices in pedagogical research. Lecture. Arbeitstagung Begriffsanalyse, Jan. 1986. Technische Hochschule Darmstadt Fachbereich Mathematik.
13. *Takács Viola:* Kultúraterületek összefüggése. Zsolnai József: A magyar közoktatás minőségi megújításának szakmai programja című könyvének struktúrális elemzése. 1993. Kézirat a Magyar Pedagógia c. lap számára
14. *Takács Viola:* Tananyagstruktúrák elemzése és összehasonlítása. Kutatási jelentés, PSzM Projekt, 1993. november
15. *Takács Viola:* Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása. Kandidátusi értekezés, 1993. november