

Fűtőberendezések

Hőtágulás, víz és párolgás, erő, térfogat, tömeg, út, hőmérséklet mérése, közlekedőedények, az energia fajtái, halmazállapot-változás, olvadáspont, forráspont, hőmérséklet, hőmennyiség, vezetés, sugárzás, áramlás.

Anyag- és energiaátalakítások.

Elektromos szerelések

Áram hatásai, áramköri elemek, szerelvények, anyagok jellemzői, jelölések, feszültség, áramerősség, áram, áramkör, fogyasztó, vezeték, műszerek, párhuzamos, soros kapcsolás és/vagy nem kapcsolás, $P = UI$, $W = Fs$, $v = s/t$, logikai összeadás, szorzás, villamos fogyasztók, ellenállás, Ohm-törvény, $p = F/A$, $M = Fk$, $P = W/t$, lebegés, merülés, úszás, áramköri elemek rajzjelei.

Technológia

Szakmák ismerete, jelölések, mértékegysége, átlagsebesség, gyorsulás, W , Q kiszámítása, $m = V$, műanyagok készíthetők, energia, munka, mező, elektrosztatikus, mágneses vonzás, taszítás.

Ez a felosztás az évenkénti tagozódást nem mutatja ugyan, de a négy tanéven keresztül időrendi felosztásnak is tekinthető. Úgy véljük, hogy a tanítás hatékonyságának növelése az óraszám mérsékelte csökkentése mellett olyan előny, amely ellensúlyozza a jelen tervezet megvalósításával járó nehézségeket.

BARDÓCZ ANDRÁS

Egy függvényábrázolási variáció

Az iskolai tanítás gyakorlatában a függvények grafikonjának megrajzolása többnyire a geometriai transzformációk segítségével történik. Az alábbiakban egy olyan módszert mutatok be, amely alapján esetenként egyszerűbben vázolható fel a függvény grafikonja.

A másodfokú függvények grafikonja parabola, amely szimmetrikus pontpárok halmaza, szimmetriatengelye a tengelyponton áthaladó és az y tengellyel párhuzamos egyenes. Ha megkeresünk egy szimmetrikus pontpárt és a tengelypont koordinátáit, már meg is rajzolhatjuk a függvény grafikonját, és ennek alapján jellemezhetjük a függvényt. Ha a tengelypont az y tengelyen van, akkor a szimmetriatengely maga az y tengely. Ha a függvénynek vannak zérushelyei, a függvény ábrázolása még pontosabbá válik.

Tekintsük példaként az

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2; \quad x \in \mathbb{R}$$

függvényt. Szimmetrikus pontpárt keresve célszerű azokat az ' x ' értékeket keresni, amelyekhez tartozó függvényérték éppen '2', azaz

$$\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2 = 2 \rightarrow x(x-6) = 0,$$

amiből $x_1 = 0$ és $x_2 = 6$. Könnyedén adódik tehát a szimmetrikus pontpár: $P_1(0;2)$ és $P_2(6;2)$.

A tengelypont abszcisszája: $\frac{6+0}{2} = 3$ ordinátája pedig $f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 = -2,5$, azaz a C tengelypont koordinátái $C(3; -2,5)$.

A $P_1(0;2)$ $C(3; -2,5)$ $P_2(6;2)$ pontokon át megrajzolhatjuk a parabolát, és a tanulók látják, hogy ugyanazt a grafikont kapták, mint az értéktáblázat alapján. (1. ábra)

Általában az $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$ és $x \in \mathbb{R}$) másodfokú függvény grafikonját a következőképpen kapjuk meg:

1. Szimmetrikus pontpárt keresünk $f(x) = c$, azaz $ax^2 + bx + c = c$ alakban, ami az $x(ax + b) = 0$ hiányos másodfokú egyenlet megoldását jelenti, melynek gyökei $x_1 = 0$ és $x_2 = -\frac{b}{a}$

A szimmetrikus pontpár koordinátái: $P_1(0;C)$

$$P_2(-\frac{b}{a}; C)$$

2. Meghatározzuk a tengelypont abszcisszáját és az ordinátáját: az abszcissza:

$$\frac{-\frac{b}{a} + 0}{2} = -\frac{b}{2a}$$

az ordináta:

$$f(-\frac{b}{2a}) = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

azaz a tengelypont koordinátája:

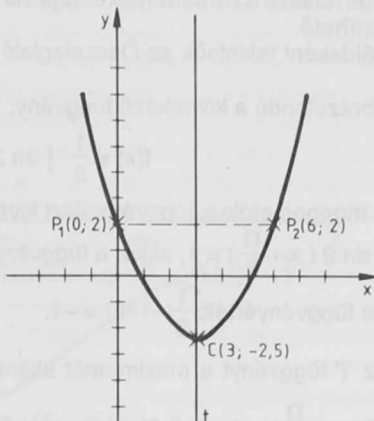
$$C(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a})$$

Ezt a módszert szélsőérték-feladatok megoldásánál is lehet alkalmazni:

A II. osztályos tankönyv 179-180. oldalán levő feladatban például az $(x) = x(100-x)$ függvény maximumát kell megkeresni. Mivel a 'c' konstans nulla, ezért a szimmetrikus pontpár abszcisszái $x_1 = 0$ és $x_2 = 100$, a maximumhely abszcisszája, azaz maximumhelye $\frac{100+0}{2} = 50$ az ordinátája, azaz maximuma pedig $50(100-50) = 2500$.

A vázolt módszer lényege az, hogy nincs szükség a teljes négyzetté való kiegészítésre, hiányos másodfokú egyenletre visszavezetve is egyszerű számítással megoldhatók e feladatok.

A trigonometrikus függvények grafikonjának a geometriai transzformációk segítségével történő hagyományos ábrázolása nagyon időigényes és a sok grafikon gyakran zavarossá is teszi az ábrát. Gyakran előfordul hiba a tanulók részéről, hogy a transzformációk sorrendjét eltévesztik, a periódus hosszát helytelenül állapítják meg. Az alábbi egyszerű módszer a szélsőértékkel rendelkező szinusz- és coszinuszfüggvények ábrázolására jól alkalmazható. Ezeknél a függvényeknél a legnagyobb illetve legkisebb függvényérték '1' illetve '-1'. Ha meghatározzuk a hozzájuk tartozó maximum- és minimumhelyeket, már két szomszédos lokális szélsőértékhez jutunk, a két szomszédos lokális szélsőérték hely különbsége pedig a periódus felével egyenlő, s ezzel már meghatároztuk a periódus hosszát. Akármelyik szélsőértékhez tartozó ponton áthaladók, és az 'Y' tengellyel párhuzamos egyenesen át tükrözve a maximum- illetve a minimumhelyhez tartozó pontokhoz jutunk. A két szomszédos szélsőérték közötti valós számok halmaza a függvény értékkészletét adja meg. Ha vannak a függvénynek zérushelyei, akkor még egyszerűbbé válik a grafikon megrajzolása, mivel a pe-



1. ábra

riódus hossza a zérushelyek alapján is meghatározható. Ezek alapján a grafikon már elkészíthető.

Példaként tekintsük az Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából 1642. feladatát.

Ábrázolandó a következő függvény:

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot \left[\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - 2 \right] ; x \in \mathbb{R}$$

A trigonometrikus függvényrészt kivéve megállapítható, hogy

a $\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 1$, akkor a függvényérték: $\frac{1}{3} (1-2) = -\frac{1}{3}$, ha $\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$, akkor a függvényérték: $\frac{1}{3}(-1-2) = -1$.

Az 'f' függvényt a maximumát akkor veszi fel, ha a $\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ maximális, azaz $\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 1$, amiből a következő lineáris egyenletet megoldva

$$2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

az

$$x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

gyökök adódnak eredményül.

A $k = 0$ értékhez tartozók az $x = -\frac{\pi}{12}$ lokális minimumhely.

Az 'f' függvény a minimumát akkor veszi fel, ha a $\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ minimális, azaz, $\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$ amiből a következő lineáris egyenletet megoldva

$$2x + \frac{2\pi}{3} = 3\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

az

$$x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

gyökök adódnak eredményül. A $k = 0$ értékehez tartozik az $x = \frac{5\pi}{12}$ lokális minimumhely, ami alapján
zérushelyek:

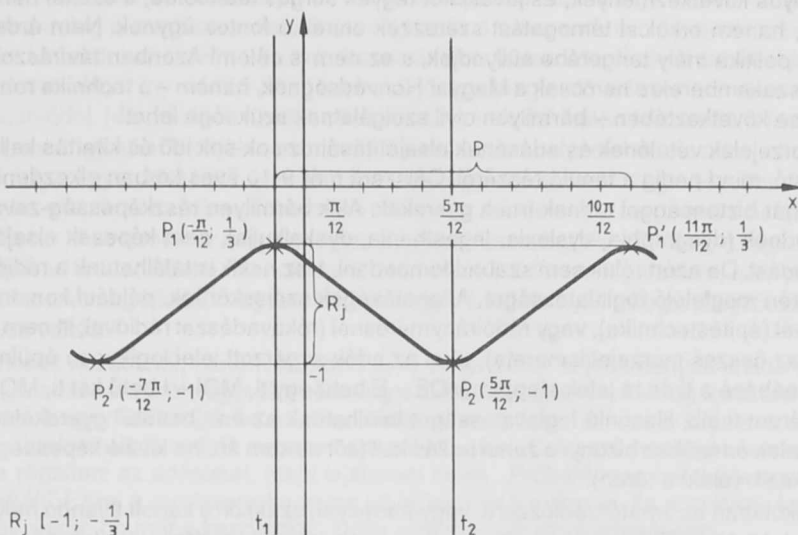
$$\frac{1}{3} \left[\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - 2 \right] = 0$$

$$\sin 2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 2 \quad \text{ellentmondás, nincs zérushely}$$

a periódus:

$$p = 2 \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{-\pi}{12} \right) = 2 \left(\frac{6\pi}{12} \right) = \frac{12\pi}{12} = \pi$$

E megfontolások alapján a függvény grafikonja könnyen elkészíthető.



2. ábra

KURCSICS RAFAELLA

Rádióamatőr szakkör a képességfejlesztésért

*Szvarnasz Alexandrosz*nak hívnak, 1971-ben születtem Kunszentmártonban, jelenleg a Békéscsabai Tanítóképző Főiskola másodéves angol nyelvoktató, tanító szakos hallgatója vagyok. A Tiszakürti Általános Iskolában 10 éves koromtól kezdve foglalkozom amatőr rádiózással. A morzejelek ismerete alapfeltétel. Országos bajnokságon két egymást követő évben szereztem egyéniben harmadik, csapatban első helyezést. Középiskolai tanulmányaimat a kunszentmártoni József Attila Gimnáziumban folytattam, de ezután is szívesen jártam vissza a klubba, ahol a rádiózás többi ágával is folyamatosan megismerkedtem (rádiótebbtusa, rádióiránymérés). Azonban a távirászatot sem hagytam veszendőbe. Ifjúsági kategóriában csapatunk első helyet ért el.

Céлом, hogy a tiszakürti rádiós szakkör munkáján keresztül bemutassam az amatőr rádiózás – egy jól működő, s elsősorban gyermekcentrikus szervezet, a Magyar Rádióamatőr Szövetség – hanyatlásának tüneteit. A MRASZ korábban az MHSZ (Magyar Honvédelmi Szövetség) alárendelt szervezete volt, s anyagi támogatását élvezte. Az MHSZ célja a „katonai utánpótlás feltárása”, a fiatalok honvédelmi életre nevelése volt. Az utóbbi évtizedben végbemenő politikai változások következtében megindult a MRASZ függetlenné válása, s így fokozatosan csökkent, majd az elválás után teljesen megszűnt a támogatás.