S Z E M L E

Területközelítés valószínűségi játékkal

A sztochasztikus modellezés, szimuláció vagy Monte-Carlo-módszer igen bonyolult gyakorlati feladatok megoldását teszi lehetővé. Ezek közül az egyik legfontosabb alkalmazás a különböző integrálok kiszámítása, speciálisan egy (függvény alatti) terület közelítő meghatározása.

Alsó tagozatban a kétoldali megközelítés – területek közelítésére használt – módszere (mint a későbbi integrálszámítás előkészítése) sajnos már nem tantervi anyag. Jelen cikkben – részben ennek a hiánynak a pótlására – egy érdekes tanítási lehetőséget kínálunk.

A Monte-Carlo-módszer „kisiskolásításával" a matematika két, látszólag független területét (geometria és valószínűségszámítás) kapcsolhatjuk össze, melynek célja a valószínűségi játékon alapuló területközelítés.

A módszert a Vitéz János Római Katolikus Tanítóképző Főiskola gyakorló általános iskolájában (4. osztályban) kipróbáltuk. Egy lehetséges tanítási elképzelést szemléltet az alábbi óravázlat.

Az óra feladata

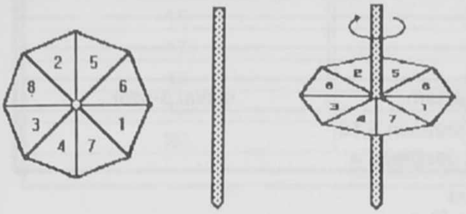
Területközelítés valószínűségi kísérlettel
{valószínűség, statisztika} – {geometria, mérések}
témakörök összekapcsolása.

A feldolgozás lépései

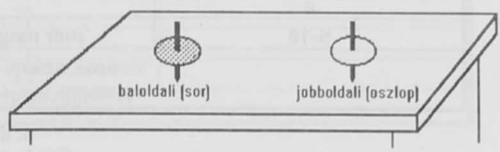
1. Előkészítés: a pörgettyű mint kísérleti eszköz.
2. Események egy és két pörgettyűvel való kísérleteknél.
3. Egységnégyzetekből álló alakzat területének meghatározása leszámlálással.
4. A pörgettyű felhasználása
– először a 3.-ban meghatározott tartomány,
– majd szabálytalan alakzat területének közelítésére:
lövések → találatok (mellé lövések) → összesítés → arányítás.
5. Összefoglalás, lényegkiemelés.

Az órai munka

1. Ismerkedjünk meg egy eddig még nem használt kísérleti eszközzel, a pörgettyűvel!
Két részből áll: számlap és hurkapálcika (tengely).
Te is tudnál ilyet készíteni! *(1. ábra)*
2. Pörgessünk is vele!
Egy pörgetésnek milyen kimenetele lehet?
Mondjunk lehetetlen, biztos, valószínű, kevésbé valószínű és egymást kizáró eseményeket!



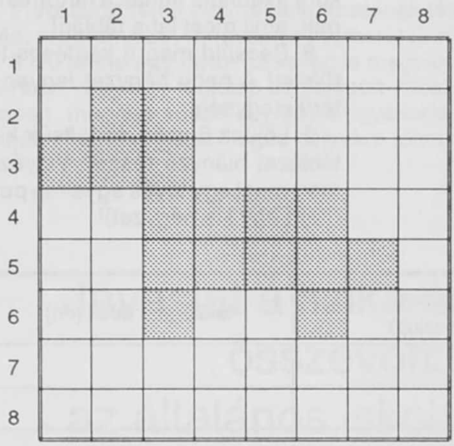
1. ábra



2. ábra

3. Most egy másik pörgettyűt is előveszek (számlapja azonos, csak színében különbözik). Az asztalra helyezve mindkettőt, az egyiket nevezzük baloldalinak, a másikat jobboldalinak. *(2. ábra)*

Egyszerre pörgessünk mindkettővel! Jegyezzük is le a kapott eredményeket számpárok formájában! Mit jelent akkor a (3,8)? Itt is mondjunk eseményeket a 2.-ben elhangzottakhoz hasonlóan!



3. ábra
Táblakép:

ez az egység

4. Más! Nézzünk a táblára! Mit látunk? (Egy 8x8-as sakktáblát, azon belül egy besötétített, négyzetekből álló tartományt. *3. ábra*)

Mennyi az alakzat területe? (t=16 egység; leszámlálással meghatározva)

5. Most egy nagyon érdekes dolgot fogunk csinálni! Újra elővesszük a két pörgettyűt, és ezek segítségével fogjuk az előbb kiszámított terület közelítő értékét meghatározni. Ugye érdekel, hogy hogyan? Kísérletezünk, megfigyelünk, összesítünk és következtetéssel kiszámítunk.

Az egész sakktáblára fogunk „lőni" a két pörgettyű segítségével. A baloldali fogja megmondani a lövés sorát, a jobboldali pedig az oszlopát.

Próbalövések: talált – nem talált?

Megfigyelések:

a) A nagy négyzet területe 64 egység.

b) Egy lövés vagy talál, vagy nem talál. Ezt meg tudjuk nézni.

c) Minél nagyobb egy alakzat területe, annál valószínűbb, hogy eltaláljuk.

d) Ha 64 lövésből mondjuk 32-szer találunk, akkor mit mondhatnánk az alakzat területéről?

e) Mivel sok lövés sok időbe telne, ezért csak néhányszor lövünk (4-szer). Én már 12-szer lőttem az óra előtt, és 3-szor találtam. *(4. ábra)*

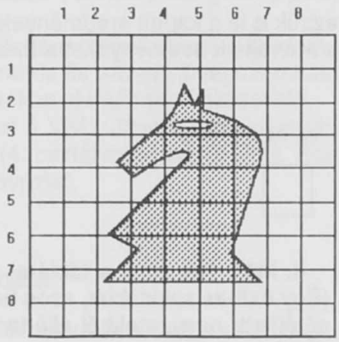
6. Most már tudjuk, hogy hány lövésből hányszor találtunk, és azt, hogy a nagy négyzet területe 64 egység. Mit mondhatunk a besötétített tartomány területének közelítéséről?

lövés sorszáma	lövés helye (sor, oszlop)	talált/nem talált (i/n)
1		
2		
3		
4		
5-16	már megnéztem	találat 3-szor
	lövések száma összesen = 16 találatok száma összesen =	

4. ábra
Fólián kivetítve

Elméleti háttér
(geometriai valószínűség)

A geometriai valószínűség elve szerint a találati valószínűség arányos az alakzat mértékével. Az alakzat közelítő területét így a:
t/64 ≈ (találatok szám)/(lövések száma)
összefüggésből kapjuk.



5. ábra
Táblakép

7. Kérdezhetné valaki, hogy ezt most miért csináltuk, ha előre tudtuk, hogy a terület 16 egység. Azt tudom válaszolni, hogy igaza van, de akkor mondja meg, hogy mekkora a területe annak a tartománynak, amit most lát a táblán!

8. Becsüld meg a kérdéses területet! A nagy négyzet legyen a területegység!

9. Lőjünk 5-ször, és töltsük ki a táblázat hiányzó részét! Vigyázz, mert most egy lövés egyetlen pont (nem egy kis négyzet)!

lövés sorszáma	lövés helye (sor, oszlop)	talált/nem talált (i/n)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.	(1, 8)	
7.	(3, 4)	
8.	(6, 5)	
9.	(8, 1)	
10.	(7, 2)	
11.	(8, 8)	
12.	(5, 6)	
13.	(2, 5)	

14.	(3, 3)
15.	(7, 1)
16.	(1, 7)
17.	(4, 3)
18.	(4, 7)
19.	(6, 1)
20.	(2, 8)
	találatok száma összesen =

6. ábra

10. Az egyéni kitöltések összehasonlítása, a helyes találatszám megbeszélése. Mit mondhatunk a terület közelítő értékéről ez alapján?
Hasonlítsd össze a kapott eredményt az előzetes becsléseddel! Hogyan tudnánk a területközelítésünket még pontosabbá tenni? (Lövésszám növelésével és egy olyan kísérleti eszközzel, amivel többféle számot lehet előállítani; pl. játékrulettel.)
11. Mit jegyeztetek meg a mai órából? Összefoglalás, lényegkiemelés.

Megjegyzés:

1. Az 5-12. évfolyamokon a módszer bemutatása szintén érdeklődésre tarthat számot. Az alapgondolat megértése utáni számítógépes programbemutatóval szemléltetve az eljárási lépéseket, segíthetjük a tanulók elképzelését a véletlenszám fogalmáról, a szimulációs technikáról és egy valóságos gyakorlati probléma lehetséges megoldásáról.
2. Az ismertetett eljárás beépíthetőnek látszik a tanító- és tanárképzős hallgatók képzési programjába, módszertani ismereteiket gazdagíthatná.
3. Jó lenne egy olyan fizikailag is megvalósítható kísérleti eszköz, amely egy intervallumban vagy egy téglalap belsejében állítana elő egy pontot véletlenszerűen. Ez lényegesen meggyorsítaná a módszer gyakorlati lefolytatását, másrészt a teljes tartományt bejátszhatnánk (tetszőleges helyekre lőhetnénk).

TÖRÖK TAMÁS

Javaslat a fizika és technika tárgyak összevont tanítására az általános iskola 5-8. osztályában

Az általános iskolai fizika és technika tárgyak között mind a cél és feladatok, mind pedig a tananyag szempontjából jelentős átfedések vannak. Módszertani szempontból, különösen az új tantervek bevezetésével, a tantárgyak erősen közeledtek egymáshoz. A technikán belül jelentősen növekedett az elméleti ismeretek szerepe, míg a fizika a tanulói kísérletek révén manuális tevékenységeket is felölel. Célunk a két tantárgy anyagát ötvözve a gyakorlatban használhatóbb elméleti ismereteket és elméletileg megalapozottabb gyakorlati készségeket nyújtani a tanulóknak. További szándékunk a követelményrendszer csorbítása nélkül szerény mértékben csökkenteni a jelenlegi óraszámot a tanulás hatásfokának növelése mellett.

A tantárgyak összevonásának feltételei

Az összevont tantárgy ötödik osztálytól nyolcadik osztályig úgy ölelné fel a teljes tananyagot, hogy kezdetben a gyakorlati ismeretek dominálnak, majd folyamatosan eltolód-