

November (harmadik hét)

Hétfejű sárkány

**Anyagszükséglet:** 7 db makk, hurkapálca, 2 db szegfűszeg, félbevágott krumpli, kés, ragasztó, fekete filctoll.

Munkamenet:

A hurkapálcát 7 különböző hosszúságú darabra vágjuk. Fekete vagy sötétbarna filccel mindegyiket kiszínezzük. A makkba kicsi lyukat fúrunk és belehelyezzük a hurkapálcikát. A szeme helyét is kifúrjuk, ahová a szegfűszeg kerül. (Nem kell ragasztani.) Végül bele-  
szúrjuk a félbevágott burgonyába.

Remélem e rövid kis ízelítő több tanuló és tanító kedvét is felkelti tárgyak elkészítéséhez. Legalább olyan örömet és sikeres eredményt érnének el, mint én tanítványaimmal.

CSIGE ISTVÁNNÉ

## Hátrametszés

*E pontmeghatározási módszer grafikus megoldását elemezve látjuk, hogy a három ismert pontról (A, B és C pontok) álláspontunk felé (P pont) megrajzolt három irány egyértelműen meghatározza álláspontunkat. A hátrametsző irány elnevezése azzal kapcsolatos, hogy az ismert pontokról felénk (álláspontunk) azaz „hátra felé” húzzuk meg a pontokat meghatározó grafikus irányokat.*

A feladat teodolittal mérve, csupán a P ismeretlen koordinátájú ponton felállva mérnünk kell az  $\alpha$  és  $\beta$  szögeket. Ekkor a feladat – a matematikából ismert módon – úgy jelenik meg, hogy két ismert, egymást két pontban metsző kör egyik ismeretlen metszéspontjának – mely a P álláspontunk – a koordinátáit kell meghatároznunk.

**Feladat:** a P ismeretlen pont  $x$  és  $y$  koordinátáinak meghatározása.

**Ismert adatok:** A, C és B pontok  $x$  és  $y$  koordinátái.

**Mérési eredmények:** a P ponton mérjük az A, C és B pontokra menő  $I_A$ ,  $I_B$  és  $I_C$  irányértékeket, melyekből számítjuk  $\alpha$  és  $\beta$  szögértékeket.

A feladat értelmezéséhez készítsünk rajzot. A hátrametszés feladatának megoldása bonyolultnak tűnik. Ezért legjobb úgy gondolkodnunk, hogy az a célravezető, ha feladatunkat megpróbáljuk visszavezetni egy már ismert és sikeresen és gazdaságosan megoldott feladatra. Ilyen feladat a már ismert *előmetszés*. Hogyan lehetne ezt a feladatot előmetszéssel megoldani? Látjuk, hogy A és C, illetve C és B pontokról közvetlenül nem lehet az előmetszés módszerével számítanunk, mivel e pontokról nem tudunk a P pontra menő tájékozott irányértéket számítani. Az ACP és BCP háromszögeknek CP közös oldala. Ez a megoldásra irányuló okoskodásunk kiinduló pontja lehet. Jó lenne, ha a C pontnál P pont felé számíthatnánk tájékozott irányértéket.

Gondoljunk vissza a párhuzamos és merőleges egyenesek irányszögeivel kapcsolatos tanulmányainkra. Ha egy egyenes irányszöge ismert, akkor a vele párhuzamos és a rá merőleges egyenes irányszöge is ismert.

Ábránkat tanulmányozva CP-vel párhuzamos és felhasználható irányt nem találunk. *Próbálkozzunk merőleges irányval.* Törekvésünk logikus, célszerű a CP közös oldalra P pontban felvenni egy merőlegest. E megrajzolt egyenes, merőleges ( $\perp$ ) tehát CP-re, tartalmazza a P pontot, az egyik kör területéből kimetszi az  $S_1$ , a másiktól az  $S_2$  pontot. Ha ki tudjuk számítani  $S_1$  és  $S_2$  pontok koordinátáit, akkor a következőképpen járhatunk el: az  $S_1, S_2$  egyenes  $\delta_{S_1, S_2}$  irányszöge egyenlő a  $\delta_{S_1, P}$  irányszöggel. E szög negatív reciproka (vagy jelen esetben az ábránk szerint 90%-kal csökkentett értéke) egyező lesz a  $\delta_{C, P}$  irányszöggel. Tehát a P pont koordinátáit  $S_1$  és  $C$ , illetve  $S_2$  és  $C$  pontokról *előmetszéssel* meghatározhatjuk. Feladatunkat tehát logikailag megoldottnak tekinthetjük.

A következőkben azt kell kiokoskodnunk, hogy az  $S_1$  és  $S_2$  pontok koordinátáit hogyan számíthatjuk ki. Célszerű – korábbi tanulmányaink alapján – az ábrát olyan derékszögű háromszögekkel kiegészíteni, melyek befogói *koordináta különbségek*. Kössük össze az  $A$  pontot  $S_1$ -el. Húzzuk be a koordináta különbségeket is. Derékszögű háromszöget kapunk. Láthatjuk, ha kiszámítjuk a  $t$  és  $v$  távolságokat (koordináta-különbségeket) és összevonjuk az  $A$  pont koordinátaival, eredményül az  $S_1$  pont koordinátáit kapjuk.

Ábránk szerint:

$$y_{S_1} = y_A + v$$

$$x_{S_1} = x_A - t$$

Az  $AS_1$  távolsággal és a két koordináta különbséggel képzett derékszögű háromszögben olyan adatokat nem ismerünk, amelyek segítségével a  $v$  és  $t$  távolság számítható lenne. Ezért „kivülről” kell adatokat keresni.

Beláthatjuk, hogy mivel a  $CP$  egyenesre  $S_1, S_2$  merőleges, ezért  $CA$ -ra  $AS_1$  is merőleges.

Ezért a  $S_1C$  egyenes a kör középpontján halad át. (E megállapításaink Thales tételén nyugszanak).

Felismerhetjük, hogy az  $S_1$  pontnál keletkező szög (egyik szára  $A$ -ra a másik  $C$ -re mutat)  $\alpha$ , egyenlő a  $P$  ponton meghatározott  $\alpha$  szöggel, mivel azonos íven nyugvó kerületi szögek ( $A-C$  ív).

Az  $S_1AC$  háromszögben ismert adat tehát az  $\alpha$  szög és  $AC = a$  távolság ismert koordináta különbségekből számítható.

A két vizsgált háromszög közös oldala  $r$  oldal, mely kiszámítható  $ACS_1$  háromszögből.

Ezután logikusan következik az a feladatrészt, hogy az  $AS_1 = r$  átfogójú és  $t, v$  befogójú derékszögű háromszögben egy *szögadat* még szükséges ahhoz, hogy abból a  $t$  és  $v$  oldalak számíthatók legyenek.

Most már könnyű a feladatunk. Tudjuk, hogy a  $CA$  egyenesre merőleges  $AS_1$ . Ezért a megfelelő koordináta-különbségeknek is merőlegesnek kell lenniük egymásra. Ezért az  $a$  és  $r$  átfogójú derékszögű háromszögek  $C$  és  $A$  csúcsainál  $\varepsilon$ -nal megjelölt szögek egyenlők.

A két háromszög hasonló egymáshoz. Az  $r, t$  és  $v$  oldalú háromszögekben tehát már ismerjük az  $\varepsilon$  szöveget és az  $r$  oldalt. A  $t$  és  $v$  befogók – mint koordináta különbségek egyszerűen számíthatók.

$$\sin \varepsilon = \frac{v}{r} \quad v = r \cdot \sin \varepsilon \quad r = a \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad \text{így}$$

$$v = a \cdot \sin \varepsilon \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad a \cdot \sin \varepsilon = x_C - x_A \quad \text{és}$$

$$v = (x_C - x_A) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$y_{S_1} = y_A + v$$

$$y_{S_1} = y_A + (x_C - x_A) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\cos \varepsilon = \frac{t}{r}$$

$$t = r \cdot \cos \varepsilon \quad r = a \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad \text{így}$$

$$t = a \cdot \cos \varepsilon \cdot \operatorname{ctg} \alpha \quad a \cdot \cos \varepsilon = y_C - y_A \quad \text{és}$$

$$t = (y_C - y_A) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$x_{S_1} = x_A - t$$

$$x_{S_1} = x_A - (y_C - y_A) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

A két képlettel számíthatók tehát az  $S_1$  segédpont  $x$  és  $y$  koordinátái.

Analog módon végezzük az  $S_2$  segédpont koordinátáinak számítását.

Az  $S_1$  és  $S_2$  pontok koordinátáinak ismeretében számítható

$$\delta_{S_1, S_2} = \delta_{S_1, P} \quad Y_{S_2} = Y_B + (X_B - X_C) \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

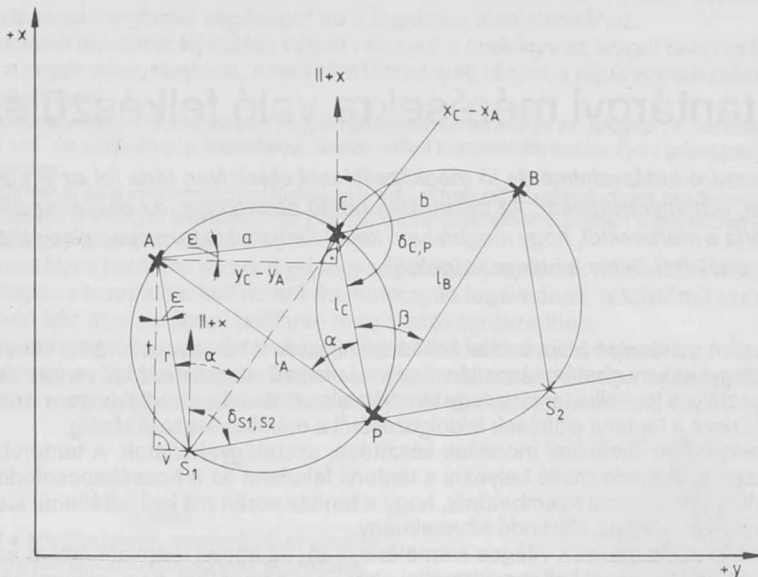
$$\operatorname{tg} \delta_{C, P} = \operatorname{tg} (\delta_{S_1, P} + 90^\circ) = - \frac{X_{S_2} - X_{S_1}}{Y_{S_2} - Y_{S_1}}$$

$$X_{S_2} = X_B - (Y_B - Y_C) \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

(itt a korábban tanult két egyenes merőlegesének feltételeit alkalmazhatjuk).

A  $P$  pont koordinátáit ezután  $A$  és  $C$ , illetve  $C$  és  $B$  pontokról *előmetszés módszerével* megoldhatjuk.

(Ha a feladról tovább gondolkodunk, felismerhetjük, hogy a műszerállást a  $P$  ponton is tájékozhatjuk. Tanultuk a műszerállás tájékozását ismeretlen pont esetére is. E feladat alkalmazásával az előmetszést  $A$  és  $C$ , illetve  $C$  és  $B$  pontokról végezhetjük el. A hátrametszés feladatának e részéről a következő tanévben tanulunk majd. Az  $S_1$ ,  $S_2$  segédpontok a terepen nem léteznek, *fiktív* pontoknak nevezzük azokat. Az  $S_1$  és  $C$  nem azonos rangú pontok a pontosság nézőpontjából, ahogyan  $A$  és  $C$  annak tekinthető).



A hátrametszés feladata

- A feladat geodéziai (és nem matematikai) koordinátarendszerben adott.
- $l_A$ ,  $l_C$  és  $l_B$  a teodoliton leolvasott irányértékek, melyekből számítható az  $\alpha$  és  $\beta$  szög.
- $\delta_{S_1, S_2}$  az  $S_1$ ,  $P$ ,  $S_2$  pontokat tartalmazó egyenes geodéziai irányszöge.
- $\delta_{C, P}$  a  $C$  és  $P$  pontokat tartalmazó egyenes geodéziai irányszöge.

A hátrametszés feladatát (amelynek megértése sok nehézséget okoz a tanulóknak és hallgatóknak) a technikumokban (szakközépiskola), építő szakjellegű főiskolákon és egyetemeken tanítják a geodézia (földmérés) tantárgyban. A feladat megértése valamennyi iskolai fokozaton sok nehézséget jelentett. (E probléma évente sok diákot érintett).

#### Módszerem vázlatja:

1. Rajzasztalon tisztázom a feladat geometriai lényegét: a feladatot mindenki megszerkeszti.
2. Módszerem tehát grafikus bevezetéssel indul, és a tanuló számára logikailag nem követhető leíró jellegű levezetés helyett a két egyenes merőlegességének feltételét felhasználó, (a tanuló és hallgató számára logikailag teljesen érthető) általam kidolgozott levezetést alkalmazom.
3. E módszerrel elértem, hogy a tantervben előírt 2 órában a feladatot a tanulók megértik és alkalmazni is tudják. E módszer előtt a tanulók nem értették meg a feladatot és sok bukás származott a problémából. A korábbi módszer kb. 15 órát igényelt a feladat megértésében, ami tantervileg megoldhatatlan volt az óraszámot illetően. Két kísérleti csoportnál azonban e feladatra 15-20 órát kellett fordítani.
4. Módszerem tehát majdnem 30%-ra csökkentette a korábbi tényleges időigényt, és így beillesztettem a feladat érthetőségét a tantervi időkeretbe.
5. A témában a bukás (eredménytelenség) a vizsgákon majdnem megszűnt.

6. E témában a levezetések korábban leíró jellegűek voltak, nem alkalmazták a gondolkodtatás lehetőségeit. Gondolkodtató módszerem a többi földmérési (geodéziai) számítási feladatra is nagyon eredményes hatást gyakorolt.

A témáról video-felvételt készítettem, ami a terepi mérést feleslegessé tette. A módszer taneszközigénye minimális, így nagyon olcsó.

BÖLÖNYI GYÖRGY

## A tantárgyi mérésekre való felkészülés

*A témazáró tudásszintmérés jó megközelítéssel objektívan tárja fel az eredményeket, a hiányosságokat. Az osztályban tanító pedagógus, az iskolavezetés is azt várja a mérésektől, hogy megbízható képet kapjanak a tananyag elsajátításának mértékéről illetve a hiányosságokról.*

A témazáró mérésekre alaposan fel kell készülni, konkrét tananyagelemzést kell végezni. A mérés tárgyának meghatározása után részletes *elemző vizsgálat alá kell venni a tananyagot*. A 6. osztályos technika tantárgy egy témáját választottam ki, s végigkísérem a mérőlap-készítés fázisait a tantervi előírások feldolgozásától a mérőlap összeállításáig.

A *tantervi téma*: Technikai modellek készítése, szerelőgyakorlatok. A tantervből célszerű kiszedni, egymás mellé helyezni a tantervi feladatot és a hozzákapcsolódó követelményeket, így azonnal szembetűnik, hogy a tanítás során mit kell feltétlenül kiemelni, hiszen rögtön látható az elérendő követelmény.

A tantervi követelmények világos kiemelésé után, az annak megvalósítását szolgáló eszközöket, segédleteket kell megvizsgálni abból a szempontból, hogy alkalmazásukkal a tantervi követelmények megvalósíthatók-e? Ebből az aspektusból a tankönyv a legfon-

### Tantervi feladat:

Dörzs-, kótél-, szíj-, fogaskerék-, fogasléc- és lánchajtást tartalmazó modellek összeállítása.

A modellek alapján forgásirányok meghatározása, áttételek számítása.

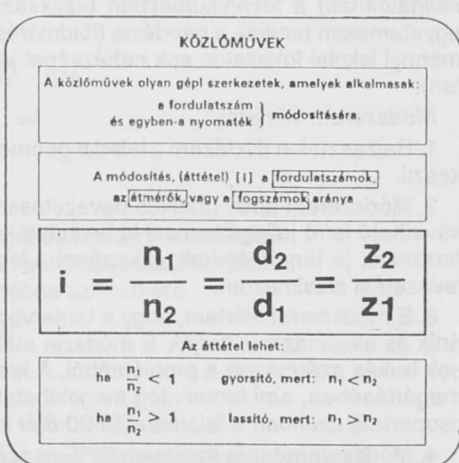
Erdő-, és munkagépek megkülönböztetése.

### Követelmény:

A tantervi feladatként megfogalmazottak ismerete, alkalmazási területe és lehetőségei.

Értse meg a forgómozgás módosításának (irány-, fordulatszám változtatás) lehetőségeit.

Különbségtétel az erőgép és munkagép között.



1. ábra