H Í R E K

Bebizonyították a Fermat-sejtést!

Bebizonyították?

Angliában, Cambridge-ben az *Isaac Newton Institute*-ben 1993. jún. 21-23-án megdöbbentő előadássorozat hangzott el. A hallgatóság – amely a világ vezető számelmélettel foglalkozó matematikusaiból állt – tudta, hogy történelmi esemény tanúi. *Andrew Wiles*, a Princeton University matematikusa megoldotta a matematika leghíresebb problémáját: bebizonyította Fermat utolsó teorémáját (amelyet a magyar matematikusok körében Fermat-sejtésnek neveznek). A sejtés három és fél évszázadon keresztül sarkallta és izgatta a világ matematikusait. A világ legnagyobb matematikusainak egyike, a francia *Pierre Fermat* 1637-ben vetette fel a problémát.

A Fermat-sejtést sokan próbálták bizonyítani, vagy cáfolni. Fermat azt állította, hogy az

$$x^n + y^n = z^n \, ; \qquad (n > 2) \qquad (*)$$

diofantikus egyenletnek nincsen megoldása. Mondhatjuk úgy is, hogy nincsen olyan x,y,z pozitív egész számhármas, amelyre fennáll a (*) egyenlet.

Érdekes, hogy n = 1 esetén a (*) egyenletnek számos triviális megoldása van, n = 2 esetén pedig a Pitagoraszi számhármasokra a (*) egyenlőség fennáll, azaz n = 2-re a Fermat-sejtés nem igaz, például láthatóan:

$$3^2 + 4^2 = 5^2.$$

A mai napig az összes bizonyítás tévesnek bizonyult, így azután Wiles mostani eredményét is kétkedéssel fogadhatták volna. De nem így történt! „Az érvelés teljesen meggyőző" – mondta *Ken Ribet* (University of California, Berkeley). „Valóban csodálatos" – mondta *Barry Mazur* (Harward University). *Sem Mazur, sem a Science-el kontaktusban álló szakértők nem vizsgálták át a bizonyítás mintegy 200 oldalt kitevő szövegét.*

Fermat utolsó tétele azért ösztökélte a matematikusokat (és egyéb tudósokat is), mivel anynyira könnyű megfogalmazni és mégis oly nehéz bizonyítani. A formula történetében van misztikus elem is. Fermat egy könyv margójára írta a híres sejtést azzal a kínzó kommentárral, hogy egy jól követhető bizonyítást talált, amely azonban nem fér a margóra. Az angol nyelvű matematikusok a tételt „utolsónak" is nevezik, mert ez az egyetlen Fermat sok kijelentése, tétele között, amelyet a matematikusok mostanáig nem tudtak se bizonyítani, se cáfolni.

Más helyütt Fermat $n = 4$-re közölt egy bizonyítást. Mintegy száz évvel később *Euler* (Leonard Peter) svájci matematikus talált egy bizonyítást $n = 3$-ra. Az 1840-es években *Ernst Eduard Kummer* egy stúdiumot kezdeményezett, amelyet ő algebrai számelméletnek nevezett, ezzel Fermat utolsó tételét nagyszámú exponensre nézve bizonyította. Az utóbbi években a kutatók a tétel igazolására a számítógépek valóságos kis arzenálját vetették be, így a Kummer-féle megközelítéssel (tehát nem közelítőleg) négymilliónál kisebb n-ig bezárólag kimutatták, hogy a sejtés igaz (ez az eredmény megtalálható a Science 1993. febr. 12. 895. oldalán).

A kérdés általános bizonyítása azonban hiányzott. Sok matematikus nem is törődött sokat a bizonyítással, hiszen a sejtésnek gyakorlatilag jelentős következményei nincsenek, szemben a matematika egyéb híres megoldatlan problémáival. 1988-ban a Science március számában *Yoichi Miyaoka* (Tokyo Metropolitan University) közölt egy bizonyítást. Rövidesen kiderült, hogy vannak megkérdőjelezhető pontjai. A Miyaoka-probálkozáson kívül – amelynek igen értékes matematikai tartalma van – a Fermat-sejtés az amatőr és a rögeszmés matematikusok kedvenc területévé vált.

A hallgatóság számelméleti szakértői, akik végighallották Wiles előadását, hangsúlyozzák, hogy a bizonyítás tartalmazhat egy-két hibát, de az nemigen képzelhető el, hogy fatális tévedést tartalmazna, amely a bizonyítást megkérdőjelezné. Ha van is hiba, az bizonyára kiküszöbölhető – mondta *Karl Rubin* (Ohio State University). A matematikusok azonban húzódoznak attól, hogy hibát korrigáljanak, vagy valamilyen kérdéses pont megvilágításában részt vegyenek, mert a bizonyítás sokágú részismeretet követel. Majdnem minden eszközt felhasznál, amelyet az algebrai-aritmetikai geometria kitermelt az elmúlt 15 évben – jelentette ki Ribet. Rubin hozzátette, mindenki büszke lehet, hogy az ő területe használhatónak bizonyult a probléma megoldásában.

Nézzük Wiles kiindulópontjait. Ribet bebizonyított egy tételt 1986-ban, amely leszögezett egy ideát. Ezt *Gerhard Frey* proponálta (University of Saarland, Saarbrücken, Germany). Frey kijelentette, hogy van az elliptikus görbék elméletében egy fontos megoldatlan kérdés, amely utat adhatna a Fermat-sejtés bizonyításához. Elliptikus az olyan görbe, amely egy x változóban négyzetes, az y változóban harmadfokú polinom egyenlőségéből keletkező függvény képe. Például: $x^2 = y^3 + y + 1$. A *Taniyama-Weil*-sejtés néven ismert nyitott kérdés mármost azt állítja, hogy minden elliptikus görbéhez kapcsolható egy analitikus függvény, amelynek nagyon speciális tulajdonságai vannak. Frey megmutatta, hogy a Fermat-sejtésre adott ellenpélda lehetővé teszi egy olyan elliptikus görbe megszerkesztését, amely megsérti a Taniyama-Weil-sejtést, feltéve, hogy egy bizonyos másik (gyakorlatibb) sejtés igaz. Ribet pedig ezt a gyakorlatibb sejtést bizonyította be, és ezzel megalapozta a Fermat-sejtés bizonyításához vezető utat.

Míg a Fermat-sejtés gyakorlati jelentősége kicsiny, addig a Taniyama-Weil-sejtés kulcsfontosságú a számelméletben, mert ha igaz lenne, akkor értékes eszköz lenne az elliptikus görbék számelméleti tulajdonságainak tanulmányozásában, ezek pedig alapvetőek a számelmélet több ágában. A Fermat-sejtéshez hasonlóan sok speciális elliptikus görbére bebizonyították a sejtést, továbbá adott görbére számítógépes programnmal is bizonyítható. A Fermat-sejtéshez azonban az kell, hogy a Taniyama-Weil-sejtés bebizonyosodjon elliptikus görbék végtelen sokaságára.

Ezt a bizonyítást mutatta be Wiles 1993. jún 21-23-án. Ez a 200 oldalas bizonyítás tényleg nem fér Fermat könyvének margójára. Wiles idén múlt negyvenéves, és 1986 óta nyugodtan dolgozott Ribet és Frey iránymutatása után.

A bizonyítás bemutatásának érdekességei közé tartozik, hogy Wiles, aki nem szokott előadónak bejelentkezni, ezúttel nem egy, hanem három órát kért az előadáshoz. A hallgatóság kezdettől fogva láthatta, hogy Wiles kutatási milyen irányba mutatnak. Wiles sok teoretikus által kifejlesztett bőséges bizonyítástechnikák készletét használta fel, amikor bebizonyította a Taniyama-Weil-sejtést az úgynevezett szemistabilis elliptikus görbék egy bizonyos korlátozott alosztályára. Ez önmagában is mérföldkő, de azt is be kellett bizonyítania, hogy a sejtés az összes szemistabilis elliptikus görbére is fennáll; erre van szükség a Fermat-sejtés bizonyításához. Az első két előadásában Wiles nem szólt semmit arról, hogy meddig jutott (közeli kollégáival konzultált, de ők szintén hallgattak).

Napról-napra nőtt az izgalom – mondta Rubin. Végül harmadik napon (szerdán) Wiles kinyilatkoztatta – ahogy Ribet nevezte – a „végjátékot". Ekkor mutatta meg, hogy hogyan terjeszthető ki a szemistabilis görbék aloszályára vonatkozó bizonyítása a Taniyama-Weil-sejtés bizonyítására a görbék teljes osztályára. Szerényen megjegyezte, hogy eredményeinek fő korolláriuma a Fermat-sejtés bizonyítása. A történelmi jelentőségű előadást a hallgatóság lelkesen ünnepelte. Azon a napon a többi előadónak keservesen nehéz helyzete lehetett!...

A Fermat-sejtés bizonyítása pontot tett a kérdéskörben könyvvé gyűlt anyag végére, de a számelméletet nem zárta le. A Taniyama-Weil sejtés teljes érvényességű kiterjesztés még nyitott és számos probléma az elliptikus görbék elméletében is megoldásra vár még.

Az ismertetés Barry Cipra cikke alapján készült, amely megjelent a Science 1993. júl. 2-i szám 32. oldalán.

TŐRÖS RÓBERT

Hírek a Megyei Pedagógiai Intézetekből

Baranya

A menekült gyerekek oktatása az 1992/93-as iskolaévben

A Horvátországból menekült gyermekek számára sikeresen zárult egy újabb iskolaév, köszönhetően a megyei, városi önkormányzatok és intézmények anyagi és szakmai támogatásának. Baranya megyében a menekülteknek általános iskolákat Mohácson, Siklóson, Villányban, Beremenden, középiskolát pedig Mohácson szerveztek. (Magyarországon Hajdúszoboszlón és Nagyatádon működnek még „menekült iskolák".)

Az 1992/93-as iskolaévben az általános iskolát 252 tanuló fejezte be sikerrel, míg a középiskolát 79. Majdnem minden tanuló Horvátország megszállt területeiről való (Baranya és Kelet Szlavónia), menekültstátusszal rendelkeznek, nagy részük a szüleivel él itt.

Mivel a tanulók legnagyobb része Mohácson volt, a városi önkormányzat biztosított számukra diákotthont, ahol a környéken élőket helyezték el. Minden tanuló számára biztosított volt Baranya egész területén az ebéd az iskolákban, és az ingyenens utazás az autóbuszokon.

A tanítás a horvátországi tanterv alapján történt horvát tankönyvekből. A magyar nyelvet mint választott nyelvet tanulták heti 2 órában, hogy megkönnyítsék a kapcsolatteremtést környezetükkel.

A tantervet a pedagógusok teljes mértékben megvalósították, a tanulók pedig sikeresen bekapcsolódtak az egyes tantárgyakból szervezett versenyekbe, melyeket a horvát oktatási hatóságok írtak elő. A legjobbak képviselték Horvátországban a menekült iskolákat, és ott is szép eredményeket értek el.

Az iskolaév folyamán a tanulók több kiránduláson vettek részt Magyarország-szerte, és több találkozón különböző iskolákkal.

A nyári szünet alatt a tanulók bekapcsolódtak a magyarországi tanulók számára szervezett progamokba és táborozásokba.

Baranya megye különböző településein szétszórtan az általános iskolákban 85 tanuló tanult az elmúlt év folyamán mint horvátországi menekült. (Magyarországi viszonylatban pedig ez a szám 200 főre emelkedett.) Ugyanígy 30 középiskolás a megye különböző iskoláiban (országos viszonylatban 50).

A horvátországi menekült tanulók 50%-ban horvát, 50%-ban magyar nemzetiségűek.