

Az analízis elemeinek tanítása a számítógép segítségével

Előjáróban szeretnénk köszönetet mondani a PSZM Projekt Programirodájának, és a bírálóknak, akik a pályázatunkat támogatták, mert – az igényelnél ugyan szerényebb pénzügyi keret odaítélésével – lehetőségünk nyílt arra, hogy egy érdekes, hasznos és tényleges végterméket is eredményező adaptáló–fejlesztő munka legfontosabb fázisait vigyük végig.

A pályázat indoklásában fogalmaztuk meg, hogy melyek is azok a pedagógiai, matematikai–módszertani szempontok, amelyek miatt időszerű és indokolt egy ilyen adaptációs munka és a számítógépes szoftver használatát intenzíven igénylő újszerű feladatok kísérleti kipróbálása.

Itt csak nagyon röviden szeretnénk utalni erre:

„1. Az analízis elemeinek tanítása az egymást követő tantervi reformok eredményeképpen hol bekerült, hol kikerült a középiskolai matematika tantervekből. Talán elsősorban azért kellett elhagyni a témakört, mert *az életszerű, igazi problémák megoldásához szükséges rutinok elvégzése igen időigényes, nem fér bele az órakeretekbe. A hangsúly pedig nem a rutinok elvégzésén van, hanem a probléma megoldásához elvezető matematikai eszközök, modellek megtalálásán, ami sok esetben hipotézisek tesztelését, a próbálgatások és ellenőrzések sorozatát jelenti.* Az ilyenféle módszertani megközelítéshez mindeztideig kevés eszköz állt rendelkezésünkre.

2. Az informatika jelenlegi fejlettsége és az oktatás szolgálatába való állítása igen jelentős időmegtakarítást eredményezhet, ha jól szervezett, *okos szoftverek* állnak rendelkezésre az egyszer már megértett, de sokszor újra s újra alkalmazásra kerülő *rutinműveletek kiváltásához.*

3. Az eredményesebb matematikaoktatás céljaira a nemzetközi szoftverpiacon sokféle eszköz áll már rendelkezésre. Megérett a helyzet arra, hogy Magyarországon is lépünk az irányban, hogy – egyrészt – a felhasználók kényelmét és igényeit kiszolgáló szoftverek használhatóságát, adaptálhatóságát megvizsgáljuk, s – másrészt pedig – tapasztalatokat szerezünk arról, hogy *tanáraink és tanárjelöltjeink hogyan tudják a módszertani kultúrájukba beépíteni az ilyen típusú szoftverek alkalmazását.*”

Az adaptálás, kipróbálás céljai és várható eredményei közül a legfontosabbak így hangzottak:

„1. Szintén az előzetes elemzésekre alapozva reméljük, hogy a számítási rutinok alól felszabadító számítógépes programcsomag alkalmazása révén a feladatgyűjtemények alkalmasak arra, hogy a középiskola felsőbb osztályaiban, az emelt szintű matematikaoktatáshoz, *az analízis témakörben egy komplett modul* ajánlhassunk. Szeretnénk tehát a középiskolai kipróbálás során *tapasztalatokat szerezni arról, hogy fakultáción és a speciális matematika osztályokban hogyan alkalmazható, hogyan állja meg a helyét az analízis e két témaköre, és matematikatanáraink hogyan vélekednek e módszertani megoldásról.*

„2. A kísérleti kipróbálás és az adaptáció eredményeként egy olyan matematikaoktatási „modul” kerülhet a birtokunkba, amely *az analízis alkalmazáscentrikus, eredményesebb tanításhoz kínál alternatívát,* és amely különböző matematika tantervekhez illeszthető.”

Az adaptálásnak, kipróbálásnak a pályázatban megfogalmazott céljait lényegében sikerült megvalósítani.

Az elvégzett feladatok

Az Uppsalai Egyetem Tanárképző Karának team-vezető munkatársától, Hans Brolintól kapott engedély alapján, az analízis elemeinek emeltebb szintű tanításához használható két feladatgyűjtemény (A „Függvények vizsgálata” és a „Differenciálegyenletek”) lefordítása, első közelítésben való adaptálása és füzet formájú kivitelezése.

A Computer Toolkit számítógépes programhoz készített kézikönyv magyar nyelvű változatának elkészítése.

A kísérleti tanítás eredményességét vizsgáló mérőeszközök elkészítése (2 tantárgyi feladatsor, 2 kérdőív a kísérletben részt vevő diákok és tanárjelöltek véleményének összegyűjtésére, 1 értékelési szempontsor a kísérleti tanítást végző tanárkollégák számára).

Kísérleti tanítások. Az eredeti négy oktatási intézmény közül az egyik, a Fazekas Mihály Gyakorló Iskola végülis nem vállalta a kísérletet, mert a számítógépes laboratóriuma nem készült el időben. Így a kísérleti tanítások a *Radnóti Miklós Gyakorló Iskola IV. osztályos matematika fakultációs csoportjával* (tanár: Csatár Katalin, tanárjelölt: Vidra Ágnes), a *Berzsenyi Dániel Gimnázium speciális matematika IV. osztályával* (tanár: dr. Urbán János) és az *ELTE TTK (vegyes csoportú, de zömében IV. éves) tanárjelöltjeivel* (csoportvezető; Vancsó Ödön) valósultak meg.

Három tanári beszámoló elkészítése a kísérlet tapasztalatairól. (A tananyag és a modul elemeinek szakmai elemzése, a tantervvel való egyeztetés, a kísérlet körülményeinek leírása, az órai tapasztalatok leírása, javaslatok a modul jövőjét illetően stb.)

A kísérleti tanítások tapasztalatai, eredményei

A következőkben azokat az általános tapasztalatokat és eredményeket foglaljuk össze, amelyek a három tanári jelentés és a diákok véleményei, tantárgyi eredményei alapján vonhatók le. Ezeket bizonyos szempontok szerint csoportosítva összegezzük.

A kipróbálás körülményei

A kísérleti tanítás gyakorlatilag sem a két középiskolában, sem az ELTE TTK Szakmódszertani csoportjánál nem jelentett különösebb gondot. *Mindhárom intézmény számítógépes (IBM PC) ellátottsága az igényeknek megfelelő volt.* Egy kis órarendi egyeztetéssel könnyen megvalósult, hogy a kísérleti csoportok azokban az időintervallumokban, amikor a gépekre intenzíven volt szükség, a számítógépes laborba bejussanak. A számítógép melletti munka általában tanuló párokban történt, ami fokozta a szakmai megbeszélések, viták élénkségét is, s a tanárjelöltek esetében ez kifejezetten preferált eljárásnak mutatkozott. (Itt meg kell azt jegyeznünk, hogy azokban a középiskolákban, ahol emeltebb szintű matematikaoktatást tűztek, vagy tűznek ki célul, vagyis ahol a kipróbálásban szereplő anyagok alkalmazhatók, ma már rendszerint hasonló számítástechnikai felszereltség található.)

A csoportokban hamarosan kiderült, hogy volt olyan tanuló, akire erősen támaszkodhattak a számítógépes ismeretek terén kevésbé járatos tanulók, sőt maga a tanár is. (Ki kell emelni Szász Olivérnek, az országos számítástechnikai verseny harmadik helyezettejének segítségét a Berzsenyi Gimnáziumban, valamint Csefkó Zoltán szakmai tanácsait a tanárjelöltek csoportjában.) A számítógépes program (kisebb hiányosságai ellenére) összességében jól használható volt, kezelését azok is könnyen és gyorsan elsajátították, akik számítógépes előismeretekkel nem rendelkeztek. (A kérdőívekre adott válaszok alapján kiderült, hogy elenyésző volt azoknak a tanulóknak a száma, akik akár valamilyen számítástechnikai kurzus, akár más tantárgy keretében ne szereztek volna valamilyen számítógépes ismeretet. A leggyakoribb formának a számítástechnika tantárgyat, illetve szakkört, a technika tantárgyat, a nyári számítástechnikai táborot említették a középiskolások, s a számítástechnika tantárgyat a tanárjelöltek. A kérdőívnek egy másik része

azt mutatja, hogy a kísérletben résztvevő diákok a számítógépet csak kevéssé használják rendszeresen, akkor viszont elsősorban szövegszerkesztésre, illetve szórakozásra, játékokra. Az egyetemistáknál emellett a táblázatkezelők, az általános segédletek és az adatbáziskezelők alkalmazása is viszonylag gyakoribb.)

A feladatgyűjtemények tartalmi alkalmassága

A feladatgyűjtemények tartalmával a kísérleti tanítást végző tanárok természetesen előzetesen megismerkedtek, s mindannyian alkalmasnak ítélték a kísérleti tanításra. Mindhárom intézetben a matematika tanterv céljaihoz s a tanulók addigra megszerzett előismereteihez igazodónak találták azt.

A „Függvények vizsgálata” c. feladatgyűjtemény tartalma:

1. A függvény grafikonja, szélsőértékek, szélsőérték helyek (kb. 20 feladat)
2. Egyenletek megoldása numerikus módszerekkel (kb. 12 feladat)
3. Integrálok
 - 3.1. Területszámítás (kb. 15 feladat)
 - 3.2. Távolságok számítása (kb. 10 feladat)
 - 3.3. Speciális módszerek az integrálok felírására (kb. 10 feladat)
 - 3.4. Az ívhossz (kb. 5 feladat)
 - 3.5. Vegyes problémák (kb. 15 feladat)
4. Problémamegoldás különböző szinteken
 - 4.1. Problémamegoldás adott egyenletek és függvények kezelésével (kb. 8 feladat)
 - 4.2. A problémamegoldáshoz alkalmas egyenletek és függvények megtalálása adott változóhoz (kb. 35 feladat)
 - 4.3. Alkalmas változó megtalálása, az egyenletek és függvények felírása a probléma kezeléséhez (kb. 18 feladat)
 - 4.4. A probléma önálló megfogalmazása, változók bevezetése, alkalmas egyenletek és függvények felírása, a megfelelő számítások elvégzése (kb. 5 feladat)

5. A feladatok megoldásai

A „Differenciálegyenletek” című feladatgyűjtemény tematikája:

1. Elméleti alapvetés
 - 1.1. Értelmezések
 - 1.2. Az iránymező (kb. 10 feladat)
 - 1.3. Lépegető módszerek (kb. 10 feladat)
2. Közvetlen alkalmazások
 - 2.1. Növekedési problémák (kb. 6 feladat)
 - 2.2. Szabadesés légellenállással (kb. 5 feladat)
 - 2.3. Keverési problémák (kb. 7 feladat)
3. Másodrendű differenciálegyenlet (kb. 5 feladat)
4. Válogatott problémák (kb. 15 feladat)
5. A feladatok megoldásai

A tanárok és a diákok véleménye alapján mindkét feladatgyűjtemény alapján véve érdekes, gyakorlatias, újszerű feladatokat tartalmaz, közülük sok olyan, amely éppen azért kerülhetett be a gyűjteménybe, mert a számítógép lehetőséget biztosít a megoldására. (Találtak néhány olyan típust is a feladatok között, amelyekből túl sok volt, s unalmassá válhatott a több, azonos célt szolgáló feladat mindegyikének megoldása.)

A „Függvények vizsgálata” című feladatgyűjtemény jól illeszkedik a fakultatív matematikaoktatás céljaihoz és tananyagához a IV. osztályban. (Továbbá, bár ezt nem próbáltuk ki, a tanári vélemények alapján ezek a feladatok a speciális matematika oktatásban a III. osztályban alkalmazhatóak.)

A „Differenciálszámítás” problémaköre viszont igen jól illeszkedik a speciális matematika tagozatok IV. osztályos tananyagához és céljaihoz.

A matematika tanárjelöltek mindkét feladatgyűjtemény feladataival, s azok megoldásaival is megismerkedtek. Az ő számukra nem elsősorban a matematikai tartalom jelen-

tette az újdonságot, hanem a számítógép alkalmazásának lehetőségei az analízis oktatásában. (A speciál kollégiumot is erre a témára írta ki Vancsó Ödön.)

A beszámolóiban természetesen részletesen is kitértek a kísérletet végző tanárok az egyes fejezetek, feladatok erényeire és a hibákra, valamint a javítási és bővítési lehetőségekre. (Itt is jelezzük, hogy nagyon hasznos lenne a két füzetnyi feladatgyűjteményből kis átdolgozással és kiegészítéssel egy, az analízis oktatásához használható masszívabb feladatgyűjteményt összeállítani.)

A számítógépes program jellemzése

A számítógépes programot a kérdőív néhány kérdése alapján több szempontból is értékelték a hallgatók, a diákok. A következő táblázat az ötfokú skálán (1=nem megfelelő, 2=gyenge, 3=elfogadható, 4=jó, 5=nagyon jó) adható válaszok pontátlagait mutatja a középiskolások és az egyetemisták véleményei alapján:

elemzési szempont	középisk.	egyetemisták
a szoftver tartalmi kínálata	3.36	4.2
szerkezete, felépítése	3.14	4.2
a menü áttekinthetősége	4.3	3.6
a programkezelés módja	3.21	3.4
a program futási ideje	4.7	4.1
a paraméterek választhatósága	3.3	4.1
számítások megoldása, pontosság	3.8	4.0
a grafikus ábrázolások	4.5	4.3
több célú alkalmazhatóság	3.6	3.2
védelem a felhasználói hiba ellen	3.0	3.3
lényegkiemelési technikák	3.92	3.4
esztétikusság	4.14	4.5
a feladatgyűjtemény feladataihoz nyújtott segítség	4.4	3.8

E táblázatból érdemes kiemelni néhány részletet, és megfigyelni néhány különbséget:

Az adatokból látható, hogy olyan programot kaptunk használatra, amely mind a középiskolások, mind a tanárjelöltek megítélése alapján majdnem minden szempontból jó. A felhasználói hiba elleni védelem kapta a legalacsonyabb minősítést mindkét csoportban, de ez is kicsivel az elfogadható felett van. A programkezelés módja is az elfogadható minősítést ugyan felülről közelíti, de viszonylag alacsonyabb értéket kapott. A számítástechnikában járatosabb diákok és hallgatók feladatul kapták, hogy jegyezzék a nehézségeket. Jelzéseik alapján elmondhatjuk, hogy a szoftver igazán zökkenőmentes felhasználását a leírásban javasoltak közül a közepes és a legfejlettebb hardver környezet biztosította.

A legjobb minősítést a program mindkét csoporttól a gyorsasága, az esztétikussága és a függvények és felületek ábrázolási módja szempontjából kapta. (Ez utóbbit külön is kiemelték a diákok a saját szavakkal megfogalmazott értékelés során.)

A szoftver tartalmi kínálatára és a paraméterek választhatóságára vonatkozóan elég nagy a két értékelés közötti különbség. Valószínű, hogy az egyetemisták – a nagyobb tapasztalatuk és esetleg gyorsabb átlátó képességük révén – e viszonylag rövid idő alatt is jobban meglátták a teljes szoftverben rejlő lehetőségeket, míg erre a gimnazistáknak nem is nagyon volt idejük.

A tananyag elsajátítása, tudásmérés

A tananyag elsajátítását a svéd kutatócsoport által rendelkezésre bocsátott, a célokhoz igazított tesztek adaptálása segítségével mértük, amelyeknek pontszámait a tanárok osztályzatokká is átváltották. Ennek használata azért is kell a pontszámoké helyett, mert

a függvények vizsgálatával, illetve a differenciálszámítással foglalkozó diákok dolgozata természetesen nem volt azonos.

Az osztályzatokká átváltott jegyek alapján a tanulók %-os teljesítményeloszlása a következő:

jeles	jó	közepes
61%	28%	11%

(E szokatlannak tűnő, „túlságosan jó” eredményeket tükröző eloszlások elemzésekor nem szabad elfelejteni, hogy itt speciális és fakultatív képzésben résztvevő, tehát eredendően motivált tanulókról van szó.)

A diákok a tesztet megítélő kérdés válaszaiban általában könnyűnek minősítették a megoldandó feladatokat, szívesen próbára tették volna tudásukat ezeknél bonyolultabb feladatokkal is.

Részletek a tanári véleményekből

Az eddigiekben a tanulók jó eredményeit, s mind a szoftver, mind a feladatok elfogadottságát mutattuk be. A modulról kapható teljesebb kép kialakítása érdekében ezt kiegészítjük a felelős tanári beszámolókból vett vélemények sorozatával.

1. „A feladatgyűjtemény („A függvények vizsgálata”) szerkezeti felépítése nagyon jó, áttekinthető, jól használható. Hasznosak a témakörök előtti mintafeladatok. A feladatok újak és életszerűek. Nagyon tetszettek úgy a tanulóknak, mint nekünk a tudó vitálkapacitására, a populációkra, a szennyezőanyag koncentrációra, az inzulin adagolására, valamint a csőfektetésre kidolgozott feladatok. Ezen feladatok többsége új volt és igen életszerű. [...]

Minden olyan középiskolában javasoljuk a program használatát, ahol az analízist tanítják. (Csatár Katalin és Vidra Ágnes, ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Iskola)

2. „A feladatsor (Differenciálegyenletek), amit tárgyal, a tanulók számára érdekes és újszerű abból a szempontból, hogy a matematika alkalmazásainak új területeit mutatja be. [...]

Tudomásom szerint az országban legalább 20–25 gimnáziumban vannak speciális matematikai osztályok. Ezek számára igen hasznos segítséget jelentene ennek a programcsomagnak a felhasználása. [...]

A fakultatív matematikaoktatásban és a műszaki szakközépiskolák közül a matematikaigényes szakmákban IV. osztályban szintén felhasználható a program, legalábbis egy része a matematika és más természettudományok kapcsolatának bemutatására. [...]

Az a tárgyalásmód, amit ez a szemlélet sugall, igen hasznos megtermékenyítője lehet a matematikatanításnak. Az alkalmazások, és ehhez kapcsolódóan a közelítő módszerek szerepe egyre fontosabbá válik az eredményes matematikatanításban.” (Dr. Urbán János, Berzsenyi Gimnázium)

3. „Véleményem szerint, amelyet kollégáim is alátámasztanak, az analízis oktatásába is szervesen beilleszthető a számítógép, ennek tényleges, lehetőleg előnyös megvalósítása azonban még gyerekcipőben jár. A tanárképzésben viszont nagy szerepe van, s ezért támogatjuk, hogy a hallgatók minél több különböző szoftverrel ismerkedjenek meg tanulmányaik során, s az erre való nyitottságukat később is megőrizzék. Ezért az egyetemen a program feltétlenül hasznos lenne. Természetesen a mostani tapasztalatok felhasználásával ügyesebben is megszervezhető lenne a feldolgozás. [...]

Szakköri vagy speciális osztályokban nagyon hasznos lehet azonban háttér feladatgyűjteményként, s ilyen szempontból kifejezetten jónak érzem a programmal együtt. (A Differenciálegyenletek c. füzetre vonatkozik. – T.K.). [...]

Összefoglalásul elmondhatjuk, hogy a munkafüzet feladatai elég nagy területet felölelnek mind matematikai, mind gyakorlati szempontból. Összeállításukban szerepet játszik az is, hogy gép nélkül egy részük a szokásos klasszikus módszerekkel nem oldható meg,

így általában hiányzik az oktatásból. Ezek a feladatok nagyon értékesek, bár az a megjegyzésem itt is él, hogy ha nagyon sematikus rutinná teszünk dolgokat, az sem a matematika szellemének, sem a kritikai gondolkodás fejlődésének nem tesz jót. (A Függvények vizsgálata c. füzetre vonatkozik. – T.K.) Mindezt figyelembe véve én iskolai kísérletre alkalmasnak tartom a füzteket. (Vancsó Ödön, ELTE TTK Matematika Szakmódszertani Csoport)

Összegzés

A pályázatra kapott pénzüsszezből eddig elvégzett munka, az adaptálás és a kísérleti kipróbálás, a korábbiakban leírtak alapján, sikeresnek mondható.

Úgy látszik, egy olyan matematika modult sikerült első változatában előállítanunk, amely az analízis tanításához komoly segítséget nyújthat.

Az eredményeken felbuzdulva szeretnénk továbblépni és a svéd partnerek engedélyei alapján egy átdolgozott, a magyar matematikaoktatáshoz, pontosabban annak emeltebb szintjéhez teljesen igazodó analízis oktatási modult megszerkeszteni és az iskolák számára elérhetővé tenni. E további szándékaink megvalósításának feltételeit a pályázat folytatásától reméljük.

TOMPA KLÁRA

Hivatása: informatikus

Asztalos Ildikó interjúja Kása Zoltánnal

Kása Zoltán neve ma már elég sok kolozsvári számára ismerősen cseng. Jómagam hét-nyolc évvel ezelőtt hallottam először, úgy 84 tájékán, s kíváncsian vártam az alkalmat, hogy személyesen is megismerjem azt az embert, akiről akkortájt rögtön a második mondatban elmondták: „és képzeld, a felesége szlovákiai magyar, s képes volt ide jönni férjhez.” Ez akkoriban nem kis kockázattal járó vállalkozás volt, annál is inkább, hogy Magda magyar szakos tanárnő, és a mai napig sem mondott le eredeti állampolgárságáról. A szenzáció füstje azóta elszállt, s az érintettek sem ebből kovácsoltak erkölcsi tőkét. Beszélgetésünk 1992 szeptemberében készült Kolozsváron.

Kása Zoltánt nemcsak tanáruként tisztelik diákjai a kolozsvári egyetemen, hanem olyan közéleti emberként is, aki következetesen és feltűnés nélkül vállal szerepet szűkebb és tágabb pátriája közművelődéséért.

