Irodalom és matematika

BENCZE MIHÁLY

Írjunk le egy értelmes mondatot és minden betűje alatt tüntessük fel azt, hogy hányszor szerepel. Az így kapott számok alá is írjuk oda a sorbeli előfordulásaik gyakoriságát! Folytassuk ezt az eljárást addig, amíg két teljesen egyező számsort nem kapunk! Például:

```
Á  L  O  M  B  A  N,    S  Z  E  R  E  L  E  M  B  E  N    N  I  N  C  S    L  É  H  E  T  E  T  L  E  N  S  É  G
1  4  1  2  2  1  5     3  1  8  1  8  4  8  2  2  8  5    5  1  5  1  3    4  8  1  8  2  8  2  4  8  5  3  1  1
10 4  10 6  6  10 5     3  10 8  10 8  4  8  6  6  8  5    5  10 5  10 3    4  8  10 8  6  8  6  4  8  5  3  10 10
10 4  10 6  6  10 5     3  10 8  10 8  4  8  6  6  8  5    5  10 5  10 3    4  8  10 8  6  8  6  4  8  5  3  10 10
```

Itt is, mint az esetek többségében már a harmadik számsor megegyezik a másodikkal. Ilyenek a következő példák is: "A boldogság relatív, s csak utólag ismerhető fel" (Peter Marshall) vagy "Az ember nem annyi amennyi, hanem annyi, amennyi tőle kitelik" (Örkény István). Ritkábban azok a mondatok, amelyeknél a harmadik, negyedik, ötödik vagy a hatodik számsor ismétlődik.

Keressük az alapsort (a mondatot) az A_1, A_2,..., A_T, TB, 2TC, 2^2TD, 2^3TE,..., alakban, ahol T prímszám. (A T=2 esetre egy pédamondat: "Eke kereke kellene". Ha az N természetes szám T-hez relatív prím, a sor NX, vagy N^2Y, vagy N^3Z stb. számú betűkkel bővíthető, ahol X, Y, Z, ... olyan betűtípusokat jelölnek, amelyek nem szerepelnek az alapsorban. Erre az esetre vonatkozik a következő példa: "Az elment meleg telet temetgetem".

Bennünket az a kérdés foglalkoztat, hogy az összes értelmes mondat esetén menynyi a különböző számsorok maximuma és mi e maximum létezésének rejtélye.

Legyen X(0) az az n elemű halmaz, amely m típusú betűt tartalmaz! Az X(0) halmaz minden $x_i(0)$ eleméhez hozzárendeljük az előfordulási számát, $x_i(1)$-et (mindkét esetben i=1, 2,...,n). Ha az $x_i(0)$ betű p-szer jelenik meg, akkor $x_i(1)$=p az X(1)-ben p-szer fordul elő. Az X(1) halmazban mindenik p-szer megjelenő $x_i(0)$ típusú betű alá p típusú számjegy kerül. Képződhet egy vagy több p elemet tartalmazó p-értékű csoport is, mert több különböző betűnek lehet ugyanaz az előfordulási száma. Ezek szerint, ha t a p elemet tartalmazó különböző p értékű csoportok száma, akkor p előfordulási száma tp.

Legyen $x_i(2)=t_i(1)x_i(1)$, ahol $x_i(1)=p$ és $t_i(1)=t$. Ha tetszőleges $i \in \{1, 2, ...,n\}$ esetén $t_i(1)=1$, akkor $x_i(2)=x_i(1)$, és így X(2)=X(1), azaz nem képződik különböző új sor. Ha létezik t darab p elemet tartalmazó csoport úgy, hogy $t_i(1) \geq 2$, $\Rightarrow x_i(2)=t_i(1)x_i(1) \neq x(1)$, azaz változás történik az előző sorhoz képest.

Általában, ha az X(k) halmazban t különböző p elemű új csoport keletkezik ($x_i(k)=p$ és $x_i(k-1) \neq p$) ; vagy t−1 különböző p elemű csoport jön létre és egy p elemű már X(k−1)-ben megvolt és változatlan maradt ($x_i(k-1)=p$; $x_i(k)=p$; $t_i(k-1)=1$), $\Rightarrow$ tp ($t \geq 2$) darab tp értékű új elem jelenik meg, amelyek az X(k−1) halmazba is átöröklődnek. Az X(0)-ban mindig van legalább két olyan elem, amelyekre $x_i(j) = x_i(s)$, ahol $j \neq s$; j,

$s \in \{1, 2, ..., k\}$, mert tetszőleges $j \in \{1, 2, ..., k-1\}$ esetén $t_i(j) \neq 1$; itt k a különböző sorok maximális száma.

Ha $t_i(j)=2$, akkor X(j)-ben van két betű, ugyanazzal a q előfordulási számmal, amely a következő sorban megduplázódik. Lehetnek betűk, amelyek $2q, 2^2q, ..., 2^{k-1}q$ számban vannak jelen. Így a mondat képlete:

$$\text{(a) } qA_1, qA_2, 2qA_3, 2^2qA_4, ..., 2^{k-1}A_{k+1}.$$

Növelhetjük a felhasznált betűk számát olyan betűk hozzáadásával, amelyek előfordulási száma nem $2^j q$ alakú, például:

$$\text{(b) } qA_1, qA_2, 2qA_3, ..., 2^{k-1}qA_{k+1}, 3B_1, 5B_2...$$

Vagy általánosabb rendszerek felírásával:

$$\text{(c) } A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, 2B_1, 2B_2, 2B_3, 3C_1, 3C_2, 6C, 9E, 18F \text{ stb.}$$

Az utóbbinál $t_A(j)=\{9, 3, 2\}$; $t_B(j)=\{3, 3, 3,\}$; $t_C(j)=\{2, 3, 3,\}$; $t_D(j)=\{6, 3, 3,\}$; $t_E(j)=\{9,3,3,\}$ és $t_F(j)=\{18, 1, 3\}$.

Ahhoz, hogy egy k darab különböző sort adó (a) típusú értelmes mondatot szerkesszünk, - ami a q=1 esetben a legegyszerűbb -, 2^{k-1} darab k+1 típusú betűre van szükség. A k+1 betű $1, 1, 2, 2^2, ..., 2^{k-1}$ csoportokba $(k+1)!/2$ módon bontható, mert két {1, 1} típusú mondat egyenértékű. Ha adott frekvenciájú betűt veszünk, akkor ezek különböző rendezési száma:

$$((2^{k-1})!/1! \prod_{j=0}^{k-1} (2^j)!$$

Negyven betűből álló ábécét feltételezve, k=4-re ez: 822 510. Ha mindet ki is próbálnánk, még mindig maradnának a $q \neq 1$ és a (b), (c) esetek, amelyek száma sokkal több; k maximális értékét ezen az úton meghatározni reménytelen vállalkozás .

Mondatok megszerkesztésével próbálkozhatunk; k=4-re (A rab arat) {4, 2, 1, 1}; k=5-re (Eke kereke kellene) {8, 4, 2, 1, 1}; k=6-ra (Kereke Ede, kellenek-e erre kerek ekekerekek?) {16, 8, 4, 2, 1, 1}. Ha k=7, $2^{k-1}=64$ betűre van szükség, amiből 10...12 szót tartalmazó egyszerű mondatot kellene szerkeszteni. Ilyen mamut konstrukciónak nyelvi használatban nagyon kicsi a valószínűsége. Kérdés, értelmes mondat lesz-e?

Összetett mondat esetén k=7-re az (a) feltétel általában záródik, ezért (b)-vel próbálkozzunk: "Ede, erre kellettek fekete kerek ekekerekek, mert elrepedtek feletted kerek ekekerekek" {32, 16, 8, 4, 2, 1, 1, 6, 3}. A k=8 eset talán még lehetséges, k=9-nél pedig a mondat $2^8=256$ betűt, azaz körülbelül 50 szót tartalmazna, aminek a valószínűsége szintén nagyon kicsi. Ezek után állítjuk:

SEJTÉS: Az összes értelmes mondatok bármelyikével legföljebb 8 különböző számsor állítható elő.

(Megjegyzés: a felső korlátot nem a betűk kombinálási lehetősége, hanem a mondatba kerülő betűk száma determinálja)

Bevezetjük a következő meghatározásokat. A *mondat magasságán* a mondat különböző sorainak számát értjük. A k+1 magasságú mondatot *irodalmilag tökéletesnek* nevezzük, ha n különböző betűt tartalmaz és teljesül $2^k < n < 2^{k+1}$. Azt mondjuk, hogy a k+1-nél kisebb magasságú mondat *szerkezetileg* (strukturálisan) *tökéletes*, ha n különböző betű van benne és $n \geq 2k$.

Ezen fogalmakkal új lehetőségek nyílnak irodalmi alkotások elemzésére. Például egy vers mindenik sora után odaírjuk a sor magasságát. A számokkal sokféle irodalomszemiotikai függvényt értelmezhetünk, amelyekkel a vers struktúrájának újabb vagy rejtettebb vetületeit tanulmányozhatjuk. Hasonlóan elvégezhető ez más irodalmi alkotások, sőt zene esetén is ahol a betűk szerepét a hangjegyek veszik át.

A gondolatok továbbvitelére a kedves olvasót kérem meg, Karl Weierstrass szavait idézve: "az a matematikus, aki nem költő is egy kicsit, nem lehet igazi matematikus".