Iskolakultúra 2007/6–7

Cseh Ágnes Gabriella
Eötvös József Főiskola, Gyakorló Általános Iskola

Szöveges feladatok megoldási képességének vizsgálata

Az eltérő szimbólumok hatása a teljesítményekre

A képességmérés célja az volt, hogy választ kapjunk arra a kérdésre, hogy a tanulók teljesítménye – az adott mintát tekintve – szignifikáns különbséget mutat-e a két területen (aritmetika, geometria) megfogalmazott szöveges feladatok megoldása során. Vajon a szimbólumok különbözősége befolyásolja a sikeres feladatmegoldást? Egy gyakorló pedagógus munkáját hogyan segítheti az objektív értékelési eljárások ismerete, és hogyan tervezheti meg tudatosan a feladatokat a fejlesztendő képességekhez?

A matematikai gondolkodás vizsgálatához bonyolult folyamatokat kell elemeznünk. A matematikatanítás reformjai során komoly előrehaladást jelentett, hogy kialakult egy formális gondolkodáson és a számolási készségek fejlesztésén túlmutató, matematikai megértést integráló tantervi háttér, bár a problémamegoldó feladatok helyes stratégiáinak kidolgozása még várat magára.

Kérdéseink a következők: milyen tényezők befolyásolják a tanulók kognitív folyamatait ahhoz, hogy sikeresek legyenek a matematikai szöveges feladatok megoldásában? A megoldás során milyen funkciók nélkülözhetetlenek a helyes út megválasztásához, és a kivitelezésen túl milyen részképességek szükségesek a helyes döntésekhez? A matematikai tartalmak hogyan befolyásolják a sikerességet? A problémamegoldó gondolkodás mint képesség hogyan fejlődik a felső tagozatos gyerekeknél? Mennyire kapcsolódik össze a geometriai és aritmetikai háló a szöveges feladatok megoldása során? Milyen módszerek figyelembe vételével fejleszthetjük optimálisan az eltérő képességeket, amelyek a matematikában a szöveges feladatok sikeres megoldását segítik elő? A válaszok megkeresése nem egyszerű, de izgalmas vállalkozás.

Nemzetközi kutatások az egy vagy több alapművelettel megoldható szöveges feladatokkal kapcsolatban

Történeti áttekintés keretében mutatjuk be azokat a kutatásokat, amelyek magyarázó erővel bírnak saját vizsgálati eredményeinkre, arra, hogy megközelítésmódunk milyen új elemeket tartalmaz, valamint hogy hogyan épít a korábbi fejleményekre.

Az első fontos kutatási terület az információfeldolgozás paradigmájából indult ki, és Kintsch és Greeno (1985) nevéhez fűződik. Az általuk összeállított feladatok köre – a számítógépes modellezés következtében – az egyetlen alapművelettel megoldható példákra terjed ki. A modell jellegzetességei a szekvenciális lépéssorozatra épülő megoldási folyamat és a rövidtávú memória korlátainak figyelembevétele. Gyenge pontja, hogy tartalom-függetlenségen alapul, annak ellenére, hogy pszichológiai vizsgálatok bizonyítják a faladat tartalmának hatását.

A további kutatások során kiderült, hogy a rutin, számolós példákhoz képest a szöveges feladatok nehézséget jelentenek a diákok számára. Mayer és Hegarty (1998) feltételezése szerint lényegében itt a probléma megértése és a matematika nyelvére való lefordítása okoz gondot. A problémamegoldás folyamatában két fő szakasz különböztethető meg: a reprezentáció (a probléma feltérképezése, megértése, matematikai műveletekre való fordítása, egy lehetséges megoldási terv készítése) és a kivitelezés (a kitűzött aritmetikai, algebrai műveletek elvégzése).

A megoldási lehetőségeket a matematikai feladatok oldaláról is számba vehetjük: a szöveges feladatok tipizálása, adott problémakörbe gyűjtése során a tudás sémákhoz kötődik; a sémákban pedig a releváns fogalmak, szabályok és műveletek tükröződnek vissza (*Anderson és Thomson,* 1989; *Ross és Kennedy,* 1990; *Greeno*, 1991; *Novick és Holyoak*, 1991: idézi *Kontra*, 2001). Kontra József a cikkében említi, hogy „Hinsley és munkatársai úgy találták, hogy egy probléma „becsaphat" egy tanulót, ha a tartalma egy bizonyos sémára utal, de valójában különböző típusú." (*Kontra*, 2001, 12.) Óvatosan kategorizáljuk tehát a feladatokat, mert a felszínes osztályozás téves megoldásokhoz vezethet. A mély struktúrák felismeréséhez a séma alapú gondolkodás szükséges, de nem elegséges feltétel, mivel a probléma a feladatok sokféleségében rejlik; a feladatot akkor oldhatjuk meg a legsikeresebben, ha több, különböző sémával rendelkezünk. A sémák fejlesztése azonban nem célspecifikus problémák megoldása közben, illetve az explicit kérdés nélküli problémák segítségével történhet (*Doblaev*, 1957; *Brugman,* 1995: idézi *Kontra,* 2001).

Végül de Corte és Verschaffel (1994) munkája jelölte ki a következő kutatási irányt – ez pedig a „realisztikus" matematikai feladatok terepe. Fő kérdésük az volt, hogy a tanulók a valós világból szerzett ismereteiket hogyan tudják felhasználni a feladat megoldása során. A diákoknál a valós világgal kapcsolatos információk a megoldás kimenetelét bizonytalanná tették, sőt a tapasztalatok alapján világossá vált, hogy a matematikai szöveges feladatoknál a tanulók erősen hajlanak a valós világbeli ismeretek figyelmen kívül hagyására.

Ha végiggondoljuk, hogy a két évtized kutatási eredményei nyomán milyen új felfedezések láttak napvilágot, akkor azt is érzékeljük, hogy ezen a területen további előrelépések történhetnek, bár egy egységes feladatmegoldási modell kialakításához még sok munkára van szükség.

A hazai kutatás tendenciái és kapcsolódása a nemzetközi vizsgálatokhoz

A matematika tudománya, bármennyire elméleti és az absztrakt, a világ belső törvényszerűségeinek leírására szolgál, s ott van velünk a hétköznapokban is. A gondolkodási képesség mögött rejtőző tartalmak jól megragadhatók a matematika nyelvének segítségével. Az ezirányú újító mozgalmakra épülő kutatások a változtatás igényével születtek, s különösen felerősítették a problémamegoldó gondolkodás jelentőségét. A bonyolult összefüggések, struktúrák és a változáshoz való alkalmazkodás egy komplex, sok tényezőt figyelembe vevő rendszer működését feltételezik. A pszichológiai magyarázatok a matematikusok számára is ösztönzést jelentenek, nemcsak a taníthatóságot, hanem a képességek fejlesztését illetően is.

A problémamegoldásra vonatkozó kutatások egyik legjelentősebb hazai képviselője Pólya György, aki a matematika felől közelítette meg a megismerési folyamatok kérdését, és a pszichológia eszközeivel kereste a matematikai megértéshez vezető tanulás sikerének a kulcsát. *A gondolkodás iskolája* c. ismert könyvében a matematikát olyan gondolkodásfejlesztő eszközként írja le, amely segítségünkre lehet egy magasabb szintű képesség kialakításában.

A reformmozgalmak kölcsönvették Piaget kognitívfejlődés-elméletét, amelyet Dienes Zoltán alkalmazott a matematika-tanításban. Dienes az *Építsük fel a matematikát* c. művében a matematikai struktúrák kialakításának fontosságát hangsúlyozta. Varga Tamás is ebben az időszakban dolgozta ki „komplex matematikatanítási módszerét", a gondolkodó ember fejlesztését tűzve ki célul, amely azonban nem vált általánosan elfogadottá a magyar oktatási gyakorlatban. (*Klein*, 2005)

A kognitív forradalom előzményének tekinthetjük annak a kutatómunkának a termékenyítő hatását, amely a szegedi egyetemen tanító Nagy József nevéhez fűződik. Nagy (1985) a problémamegoldást pedagógiai szempontból is elemezte, és egy dolog mélyülő megismerésének szintjeit formai, viselkedési, szerkezeti és működési szintekként azonosította. Munkássága egyre nagyobb szellemi tőkével kapcsolódik be ma is a nemzetközi kutatásokba.

A hatvanas években már folytak a képesség- és készségfejlesztésre koncentráló tesztkészítő munkálatok, amelyek a nemzetközi tesztelméletektől eltérő elveket követtek. Ezek közül néhány:

– a legfontosabb a tananyag strukturális elemzése;
– a totalitás elvének kidolgozása és alkalmazása;
– az elsajátítás fejlődési folyamatnak tekintendő;
– a tevékenység a mérni kívánt tartalmakkal adekvát.

Galton szerint az embereknek eltérő képzeteik vannak a világról (1880); a szimbólumok közül vagy a vizuálisakat, vagy a verbálisakat részesítik előnyben. Meglepő, hogy a szocializáció milyen hatást gyakorolhat a szimbólumhasználatra: a látás egyéni, a hallás kollektív jellegéből fakad, hogy a vizuális szimbólumok nehezebben közölhetők, individuálisabbak, ezzel szemben a verbális szimbólumok könnyebben kommunikálhatók és kollektívabb jellegűek.

A hazai kutatásban is hangsúlyt kezdtek helyezni a problémák kategorizációjára. Bíró (1979) hat csoportba sorolta a szöveges feladatokat; Gyetván és Varga (1992) felosztása is nagy vonalakban hasonló volt az övéhez, bár mindkettő bizonytalan maradt.

A megértéshez strukturálisan fel kell tárni a szemantikai jelek helyes relációit, azaz sokféle megoldási stratégiát (például algebrai és grafikus megoldásokat) kell alkalmazni (Hajnal, Nemetz, Pintér, Urbán, Czapáry, Fülekiné nyomán *Kontra*, 2001). Mindezt egy integráltabb, a sémák összekapcsolásán alapuló gondolkodás segítségével érhetjük el.

Az alapképességeket és azok fejlesztését vizsgáló kutatások folytatódtak a kilencvenes években is, s egyre újabb eredmények születtek. A kutatások mozgatórugója egyrészt az a magyar iskolák oktatómunkájában megjelenő tényező volt, miszerint az ismeretátadás még mindig hangsúlyosabb a képességfejlesztésnél. A kutatási eredmények elindítottak egy olyan szemléletváltást, amely kihatott az iskolai oktatásra is. Ez az 1997-ben kezdődő innovatív folyamat ma is tart; bár előzményeként a hatvanas években összeállították a már említett feldatbankot, majd a hetvenes években megindult a műveleti képességek átfogó vizsgálata, amelynek célja ezek rendszerének és fejlődésének a feltérképezése volt, a nyolcvanas évekre pedig befejeződött a diagnosztikus módszerek fejlesztése. (*Csapó*, 1991; *Vidákovich*, 1987) Jelenleg a kutatások fő irányát a kognitív területek képezik. A fordulatot az jelenti tehát, hogy a diagnosztikus értékelés lehetővé teszi az egyes lépések és elemek – a mérendő terület jellege, a feladatok készítése, a tesztek összeállítása, a mérés és az elemzés eljárásai – nyomon követését.

A matematikai szöveges feladatok vizsgálatában a továbblépést Vershaffel, De Corte és Lasure (1994) 20 feladatból álló projektjének magyar adaptációja jelentette. Ezek eredményeiről Csíkos Csaba fogalmazta meg a gondolatait. (2003, 20–27.) A „realisztikus" matematikai feladatok a „becsapós" jelzőt kapták, mivel a megoldás során, a válasz megfogalmazásánál támaszkodni kell a valóságból származó ismeretekre. Az eddigi kutatások során kidolgozott feladatoknál a válaszhoz elégségesnek bizonyult, ha a tanulók a stratégiai terv kialakítása és az adatok kikeresése után – heurisztikus stratégiák és feladatmegoldó algoritmusok alkalmazása mellett – egyszerűen elvégezték a számolást. Ármost az a kérdés, hogy a válasz megfogalmazásában milyen szerepet játszhat a valóságról gyűjtött ismeret? A felmérések szerint a (4. osztályos) magyar gyerekek hasonló teljesítményt nyújtottak, mint a nemzetközi mérésben szereplő tanulók, azaz „az egyetlen alapművelettel nem megoldható problémák esetén gyakran az iskolai tanítás-tanulás során rögzült meggyőződések teszik nehézzé a valóságról szerzett ismeretek megfelelő felhasználását”. (*Csíkos*, 2003, 39.) Az iskolások körében az a meggyőződés tűnt a legáltalánosabbnak, hogy minden problémának csak „egy” helyes megoldása lehet.

A matematikatanulás pszichológiai háttere

„Tanulásnak nevezzük valamely tevékenység gyakorlása nyomán bekövetkező változást, mely által új vagy módosult tapasztalat, viselkedés, tudás keletkezik, s mely a tapasztalat jövőbeli felidézésének és felismerésének vagy új helyzetben való alkalmazásának szolgál alapjául.” (*Pedagógiai lexikon*, 1978) Ez a definíció közel húsz éves; azonban továbbra is hozzájárulhat a tanulási folyamat matematikai szempontú értelmezéséhez, amennyiben az azóta eltelt időszak tapasztalatai mentén bizonyos hangsúlyait áthelyezzük, s némileg finomítunk rajta.

A behaviorista tanuláselméletek követőjének, Gagné-nak (1969) a meghatározásában: a „tanulás komplex, illetve kevésbé komplex inger-reakció minták elsajátítása”. (*Ambrus*, 1995, 31.)

A tanulási típusok egymásra épülő sorozatot alkotnak, ahol a fejlődés mindig a megelőző szinten alapul. A pszichológusok kritikái azonban jelzik, hogy a tanulás nem egyszerűsíthető le a környezet, illetve a tanár által kiváltott válaszokra, hiszen a tanuló a folyamat aktív részesee.

Brunert a tanulóban zajló gondolkodási folyamatot, a fogalomalkotást és ezek fejlődését helyezte kutatásai középppontjába, a következő hipotézis alapján: „Minden gyereknek minden fejlődési szinten minden tananyag egy intellektuálisan megfelelő formában sikeresen megtanítható.” – ahogy az 1970-es *Az oktatás folyamata* című könyvében olvashatjuk. Elméletének fontos részét képezi a reprezentáció fogalma, amely a külvilágból érkező információk tudatunkban végbemenő kódolását foglalja magában. A reprezentáció három síkja a következő:

– materiális (enaktív) sík: a konkrét tevékenységek, cselekvések által kialakított ismereti szint;
– ikonikus sík: szemléletes képek, szituációk alkotják az ismereteket;
– szimbolikus sík: matematikai jelek és a nyelv eszközei szintjén kialakult ismeret.

A tanulási folyamat hatékonyabb, növekszik a gondolkodás rugalmassága és a problémamegoldás hatásfoka, ha a reprezentációs síkokat a megfelelő módon váltogatjuk. Az ikonikus sík segíti a fogalmak megértését, támogatja a helyes stratégia kiválasztását; itt könnyebb a megoldás, majd ezt követi a szimbolikus átvitel.

Piaget genetikus ismeretelmélete az egyén kognitív fejlődési szakaszait különíti el. Fejlődése során az egyén képzetet alakít ki a világról, amelyet kétféleképpen adaptál: asszimilációval meglévő ismeretei közé illeszti az újakat, akkomodációval pedig módosítja a meglévő sémáit, s így új kognitív hálót hoz létre.

A hetvenes évek során az a kutatási irányvonal erősödött meg, amely a tanuló aktív részvételét hangsúlyozza a tudás kialakulásában. Ennek egyik legjelentősebb képviselője Richard R. Skemp, aki a szkéma fogalmának megalkotásával és a reprezentációk részletes elemzésével közelebb vitt a téma lényegéhez. Az eredmények igazolták azt a hipotézist, hogy a matematikai megértés már a problémareprezentációknál eldől. A fogalomalkotás folyamata, majd az absztrakciók által szerveződő sémák egyre szövevényesebb rendszere nem hierarchikusan épül fel, hanem egy hálózat mentén. A szkéma fogalma az általános pszichológiában szellemi struktúrát jelent, amelynek két fő funkciója van:

– „Integrálja a meglévő tudást.”

– „Szellemi eszközként szolgál az új tudás elsajátításához.” (*Skemp*, 1971/2005, 53.)

A megértés még mélyebb szintjén a szkémák alkotóeleméhez, a szimbólumhoz jutunk el, amely „valamilyen hang vagy egy látható valami, amely szellemi kapcsolatban van egy fogalommal”. (*Skemp*, 2005, 95.) A matematika erejét elmélyítik a különböző formában megjelenő szimbólumok; a képi szimbólumok olyan „sűrítmények”, amelyek viszonyokat is magukban hordoznak.

Galton szerint az embereknek eltérő képzeteik vannak a világról (1880); a szimbólumok közül vagy a vizuálisakat, vagy a verbálisakat részesítik előnyben. Meglepő, hogy a szocializáció milyen hatást gyakorolhat a szimbólumhasználatra: a látás egyéni, a hallás kollektív jellegéből fakad, hogy a vizuális szimbólumok nehezebben közölhetők, individuálisabbak, ezzel szemben a verbális szimbólumok könnyebben kommunikálhatók és kollektívabb jellegűek. A mai álláspont fait accompliként (bizonyított tényként) kezeli azt a megállapítást, hogy a civilizációk – amelyekben a kulturális gyökerű szimbólumok nagyon eltérőek lehetnek – a verbális-algebrai szimbólumokat részesítik előnyben a vizuális szimbólumokkal szemben. Ezen szimbólumok Skemp-i összehasonlítását láthatjuk az *1. táblázat*ban. (*Skemp*, 2005, 152.)

1. táblázat. A vizuális és a verbális-algebrai szimbólumok összehasonlítása

Vizuális szimbólumok	*Verbális-algebrai szimbólumok*
Absztrakt térbeli tulajdonságok	Térbeli elrendezéstől független absztrakt tulajdonságok
Nehezebben közölhető	Könnyebben közölhető
Egyénibb gondolkodást szemléltethet	Szocializáltabb gondolkodást szemléltethet
Integratív, a struktúrát mutatja	Analitikus, a részleteket mutatja
Egyidejű	Egymás utáni
Intuitív	Logikai

Most pedig térjünk rá a szöveges feladatok mint problémamegoldó helyzetek elemzésére, s tekintsük át, hogy az algebra és a geometria szimbólumai hogyan értelmezhetők, és miként segítik a megoldási stratégia keresését!

A probléma matematikai modellel történő összekapcsolása az absztrakció egy formája. Keressük a probléma ekvivalens modelljét, amely egyre nehezedő fogalmi kapcsolatokat kezel, így struktúrákban jelenik meg. A modell esetében fontos, hogy mennyire fedi a valóságot. A problémamegoldás két mozzanata a következő:

– a matematikai modell megalkotása;

– a modell megfelelő kezelése.

A probléma megközelítése sokféleképpen történhet. Az algebra szimbólumaival, számokkal és műveletekkel, vagy a geometria alakzataival. Az euklidészi geometria évszázadokig a logikus gondolkodásra nevelés egyik legjobb módszere volt, napjainkra azonban a matematikusok álláspontja nagyrészt megváltozott – a logikai bizonyításokban az algebra vette át a főszerepet. Matematikai fogalmaink ilyetén leszűkülése lehet, hogy szükségszerű, viszont a térbeli gondolkodás az értelem olyan kiegészítője, amely lehetővé teszi a szemlélet összekapcsolását (ikonikus sík) a szimbolikus verbális formákkal. Ha ezek erősítik egymást, akkor a problémák többféle síkon lesznek kezelhetők. Skemp azt is felveti, hogy a matematika bizonyos területeinek újjászületését jelenthetné, ha a verbális-algebrai megközelítésmód helyett a viszonylatok vizuális felfogása lenne az uralkodó.

Az empirikus vizsgálatok eredményei

A pedagógia megfoghatatlan folyamatainak leírására a 20. század végére olyan eszközök és eljárások alakultak ki, amelyek a tudományosság igényével tudnak állításokat megfogalmazni és bizonyítani. Ahogy a kutatásmódszertan tudománnyá szerveződött, az oktatás területén is megindulhattak a reformfolyamatokért felelős elemző munkák. A matematikai statisztikai elemző módszerek és kutatást támogató tesztelméleti ismeretek a valóság megragadásának fontos eszközrendszerét képezik; ezek képesek megjeleníteni a vizsgálatok objektív eredményeit.

A kutatások gyakorlat-orientációja elmozdulást jelentett: új pedagógusi attitűd kezdett kibontakozni, azon felismerés mentén, hogy azonnali visszacsatolással a beavatkozás ideje csökkenthető. Az iskolai, tantermi munka elemzése lehetővé teszi a változtatási stratégiák kidolgozását, amelyek elősegíthetik a pedagógus és a tanuló közti sikeresebb együttműködés létrejöttét.

Ebben a tanulmányban a szöveges feladatokba ágyazott problémamegoldást vizsgálom: fel szeretném tárni, hogy milyen okok bújnak meg az eltérő képességek hátterében. Remélhetőleg ezen munka hasznos adaléknak bizonyul majd a felzárkóztásban is. Már régóta foglalkoztat, hogy a tantervben egymásra épülő algebrai és geometriai struktúrák hogyan erősítik egymást, s szerettem volna kideríteni, hogy az ezekhez kapcsolódó képességek egymástól eltérő vagy egymáshoz hasonló módon fejlődnek.

A minta jellemzése

Az általános iskola elvégzése során alakulnak ki a tanulókban az alapképességek, s ekkor a legintenzívebbek az ezen képességek fejlődésében bekövetkező változások. A vizsgált minta résztvevői egy gyakorlóiskola 6. és 8. évfolyamának diákjai közül kerültek ki. A 134 fős mintán végzett mérés nem reprezentatív, de helyi szinten alkalmas arra, hogy az adott tanulócsoportok teljesítményei alapján újabb – a problémamegoldó képesség fejlesztését szolgáló – döntéseket hozzunk. A pedagógusi attitűd egyik legfontosabb összetevője a képességfejlesztés területén az, ha a méréseinek eredményeit elemezve észrevételeit beépíti tanítási gyakorlatába. Ez a vizsgálat is példa lehet egy ilyen eljárásra.

A tanulók mindkét tesztet (A és B) megírták, így van lehetőség a tartalmi összehasonlításra és az okok feltárására. A mérésben szereplő gyerekeknek a matematikát különböző pedagógusok tanítják, így a vizsgált képesség eltérő tanítási stílusok és hangsúlyok következménye. A hatodik osztályokból 72 tanuló, a nyolcadik osztályokból 62 tanuló vett részt a tesztek megírásában. A vizsgálatban résztvevő tanulók létszáma a *2. táblázatban* részletezve megtalálható.

2. táblázat. A mérésben részt vett tanulók létszámadatai

Létszám	*6.a*	*6.b*	*6.c*	*8.a*	*8.b*	*8.c*	*Összesen*
Fiúk	20	6	18	17	7	11	79
Lányok	4	17	7	4	13	10	55
Összesen	24	23	25	21	20	21	134

A vizsgálatban használt mérőeszközök

A szöveges feladatok megoldási képességének vizsgálatakor felmerülő egyik kérdés az volt, hogy a problémamegoldó gondolkodás felmérésére milyen típusú feladatsort válasszak. Az általános iskolában használt feladatok szerkezeti szempontból vajon alkalmasak a hétköznapi gondolkodás során gyakran mozgósított következtetési képesség kialakítására? Olyan feladatsort állítottam össze, amely a lineáris gondolkodás alapján lépésről lépésre halad előre a megoldás felé. Az egyszerűbb egy és két lépésre bontható feladatok után, az összetettebb három vagy négy lépéssel megoldhatók következtek, míg a végén a rendhagyó elemeket tartalmazók zárták a sort.

A két teszt tartalmilag aritmetikai és geometriai jellegű volt, s azt kívánta kimutatni, hogy van-e a megoldások teljesítményszintjei között hasonlóság vagy eltérés. Az összehasonlítás érdekében a tesztek szerkezeti felépítése megegyezett, valamint a vizsgált tudáselemek értékelése is azonos volt.

Korábbi hazai és külföldi vizsgálatok során felmerülő kérdések késztettek arra, hogy részletesebben meghatározzam a feladatok szempontjait. Mikor dől el, hogy melyik stratégiát választjuk ki a feladatmegoldáshoz? Melyik mozzanat befolyásolja jelentősen a feladat kimenetelét? A feladat megértésének hátterében milyen tényezők húzódnak meg?

A megoldási képességek egyre bonyolultabb rendszerben és egyre magasabb szinten épülhetnek ki a tanulás folyamatának előre haladásával. A kutatások kiemelik a fogalmi reprezentációk elsődleges hatását, míg úgy tűnik, a kivitelezés, a számolási készség kevésbé tartozik az eredmények mögött meghúzódó gondolkodási képességekhez. A feladatok kiválogatásának szempontjai között tehát szerepelt az adatok kezelésének fontossága. A másik ok, amit számításba vettem, a feladatok szövegezése, mert az értelmezést tovább nehezítheti az indirekt megfogalmazás.

A tesztek értékelésénél használt szempontrendszer kialakításánál azokat az értékelési elemeket vettem figyelembe, amelyeket Nagy József és Csáki Imre 1976-os *Standardizált készségmérő tesztek* c. könyvükben írtak le, majd az erre épülő 1997-es – az országos reprezentatív mérések után elvégzett megyei szintű vizsgálat eredményeit tartalmazó – *Az alapképességek fejlődése* (*Vidákovich, Hegymeginé és Csíkos,* 2004) című kiadvány anyagában kerültek felhasználásra.

A tesztek értékelésénél használt szempontrendszer a következő volt:

– az a item: a szöveges feladatban használt felesleges és implicit adatok kezelése;

– a b item: a megfelelő mértékváltás használata;

– a c item: a szövegből egyértelműen következő rutin műveletek helyes meghatározása;

– a d item: az indirekt szövegezésből és a szövegértelmezésből fakadó tudáselem helyes műveleti reprezentációja;

– az e item: a szöveges válasz megfelelő megadása.

Az A teszt feladatsora olyan geometriai tartalmakra épített, mint a négyzet, a téglalap tulajdonságai, vagy a kerület, terület kiszámítása. A feladatsor nehézségét növelték a térgeometriai elemek, amelyek szükségessé tették, hogy a tanulók elképzeljék a téglatest építését vagy ismerjék a kocka tulajdonságait. A számolást könnyítendő a feladatok a természetes számkörben mozogtak. Az értékelésben 32 itemet használtam.

A B tesztben az aritmetikai tartalmak kerültek többségbe. A számoláshoz – a természetes számkörben mozogva – elgendő volt a négy alapművelet ismerete és a kerekítés fogalmának helyes alkalmazása. A teszt itemjeinek száma 33 volt.

A tudáselemeket a következőképpen pontoztam: a helyes alkalmazás 1, a helytelen 0 pont. A két 8–8 feladatra épülő tesztben feladatonként azokat az itemeket értékeltem, amelynek tudáseleme a feladat megoldásához szükséges volt.

A tesztek megírásának időpontja nem függött a tantervi órák tematikájától, mivel a szöveges feladatokhoz kapcsolódó képességek átszövik az egész matematika tananyagot. A pedagógusok a kiválasztott időpontokat végül tanításuk rendjébe illesztették; a teszt két órát vett igénybe.

A matematika részterületeinek szétválásával párhuzamosan részekre tagolódtak a feladatcsoportok is, pedig a gondolkodást éppen ezek – aritmetika, geometria – együttes alkalmazása, egymást erősítő funkciója segítheti. Vajon a matematika integrálása közelebb visz a valóságban megtapasztalt helyzetek értelmezéséhez? A két részterülethez kapcsolódó képességek egymásra épüléskor milyen szinten feltételezik egymást?

A két teszten elért teljesítmények sajátosságai

A mérés egyik elsődleges célja az volt, hogy feltárja, hogyan befolyásolja a szöveges feladatok megoldását az aritmetikai, illetve a geometriai tartalom. Az általános iskolai tananyag szerkezetének megfelelően vajon az algebrához kapcsolódó képességek fejlettsége előrehaladottabb, mint a geometriai tartalomhoz kötődő képességé? A tananyag az algebrai témakörök kibontása során a felső tagozatban kezdi beépíteni a geometriai alapokat. Vajon ez a tematika igazodik a tanulók képességfejlődésének struktúrájához? A geometriai tartalmak további bővítése a középiskolában történik, majd az algebra és a geometria összekapcsolásával a gondolkodási képességek egy magasabb szintre emelődhetnek. Ahogy Richard R. Skemp megfogalmazta *A matematikatanulás pszichológiája* című könyvében: „Az algebra (pontosabban a numerikus változók algebrája) és a geometria e két nagy szkémájának asszimilációja egyike a matematika legnagyobb teljesítményének. Ez további lehetőségeket nyújt arra, hogy az egyik rendszerben felmerülő problémákat a másik rendszerbe történő leképezés útján oldjuk meg, és segíti a gondolkodásunkat azáltal, hogy lehetővé teszi ugyanazon fogalmaknak egymástól igen különböző módon történő szimbolizálását." (*Skemp*, 1971, 378–379.)

A geometriai és aritmetikai tesztek jellegzetességei

A teszten elért teljesítmények átlagai jelzik, hogy az aritmetikai tartalmak alapján összeállított B teszt feladatait a mintában szereplő tanulók könnyebben megoldották, mint a geometriai fogalmakra épülő A teszt feladatait.

3. táblázat. A szöveges feladatok teszt átlagai és szórásai a mintán (%)

Feladatlap	*Átlag*	*Szórás*
A teszt	31	19
B teszt	51	19

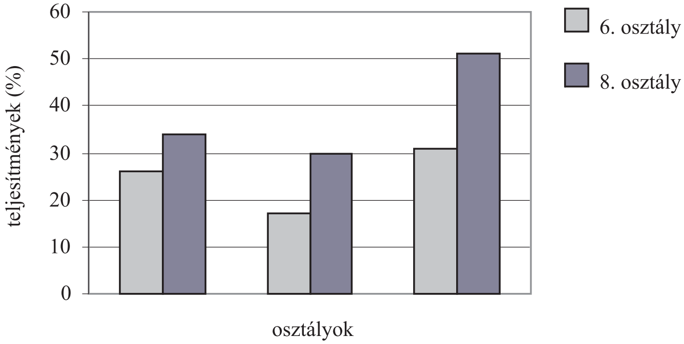
Az osztályok szerint alakuló átlagok és szórások mindkét teszten a megoldási képesség fejlődését mutatják.

4. táblázat. A szöveges feladatok teszt átlagai és szórásai évfolyamonként (%)

Feladatlap	*6.osztály*		*8.osztály*	
	átlag	szórás	átlag	szórás
A teszt	25	16	38	20
B teszt	45	18	58	16

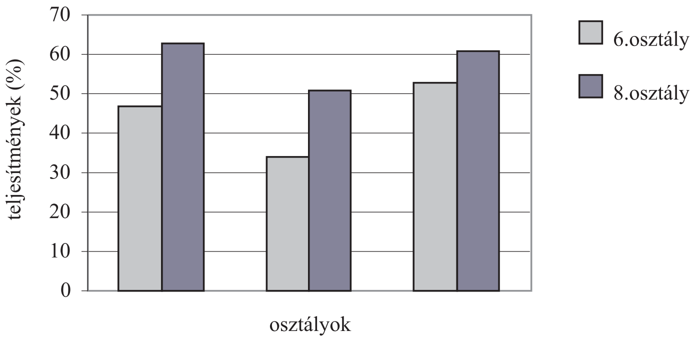
A *1. ábrá*ban felfedezhetjük a geometriai olló nyílását, amely tendenciaszerűem előre jelzi a fejlődés lehetséges irányát. A képességfejlődésben mindig vannak kitüntetett területek, amelyek intenzívebb időszakot jelentenek, majd a tudás és képesség összekapcsolódásával egy magasabb szinten folytatódik az építkezés. Piaget elmélete a szakaszos, életkorhoz kötött képességfejlődésre vonatkozó elgondolásaival még ma is támasza a kutatásoknak.

A *2. ábra* az aritmetikai eredmények alapján szűkülő távolságot szépen szemlélteti. A vizsgált korosztály szöveges feladatmegoldó képességének egy szekvenciálisan felépülő feladatsoron való mérése során azt tapasztaltuk, hogy teljesítményük magasabb szintű az aritmetikai feladatok megoldásánál – amelyeket az iskolai oktatásban korábban gyakorolnak be –, mint a geometriai fogalmakra épülő feladatokénál. A felzárkózás azonban meg-



1. ábra. Az A teszt eredményeinek alakulása a két évfolyamon

indult, és a további tanulmányokban magasabb szinten kapcsolódhat össze ez a két – sokféle szimbólum kezelését igénylő – feladatmegoldási képesség, ha megfelelő táptalajra talál. Ahhoz, hogy a problémamegoldó gondolkodás alapján működő képességfejlődés sikeres legyen, elengedhetetlen, hogy a didaktikai elveket tudatosabban alkalmazzuk. Azonban nemcsak a módszerek határozott megfogalmazása fontos, hanem annak az összetett folyamatnak az elemzése is, amely objektív képet adhat a pedagógusi teendőkről.



2. ábra. A B teszten elért teljesítmény átlagok évfolyamonként

A keresztmetszeti vizsgálatok eredményeinek egymásra építése egyelőre csak egy hipotetikus elképzelés vagy tendenciózus megállapítás keretében történhet, ettől függetlenül segítségünkre lehet abban, hogy az említett képességek viszonyairól megközelítő képet kaphassunk. Az iskolában zajló reális képességfejlesztésnek az lehet a kiindulópontja, ha a matematikai struktúrák kiépülésének lehetőségei a gyermekkor adott időszakához kötve és a tananyag szintjére lefordítva fogalmazódnak meg.

A két teszt feladatainak kapcsolata a szöveges feladatmegoldási képesség alapján

Kérdéseink a következők: az algebrai és a geometriai tartalmakon vizsgált szöveges feladatmegoldó képesség mennyire szoros kapcsolatot mutat a mintán, azaz a tartalmakkal párhuzamosan elkülönülnek-e a problémamegoldás során mozgósított képességek? A szekvenciálisan felépülő feladatoknál ezek a képességek vajon erősíteni fogják egymást? Igaz, hogy aki jól oldja meg az aritmetikai jellegű feladatsort, az jobban teljesít a geometria teszten is, és fordítva?

A korreláció vizsgálatok azt bizonyítják, hogy a képességek között az összefügés szignifikáns. Az A teszt és B teszt eredményei közti korreláció értéke 0,67 szignifikáns (p = 0,00) erősséget mutat. A tanulók teljesítményei együtt mozognak a két teszten. A részletes osztályonkénti kapcsolatokat az *5. táblázat* mutatja. A geometria teszten kapott átlagok nagyobb szórásából adódóan a két teszt által meghatározott értékpárok között szélsőséges kapcsolatok is kialakulhattak, azaz a magas átlagokhoz eltérő átlagértékek is kötődhetnek. Ennek pontos okait tanulmányunkban nincs lehetőségünk meghatározni.

5. táblázat. A két teszten elért teljesítmények kapcsolata

Minta	*A és B teszt korrelációja*
8. osztály	0,51
8.a	0,58
8.b	0,61
8.c	0,27 *
6.osztály	0,75
6.a	0,69
6.b	0,33*
6.c	0,86

A korrelációk alapján megállapíthatjuk, hogy a feladatok részpontszámai hogyan viszonyulnak az összpontszámhoz, azaz a tanuló vizsgált feladaton nyújtott teljesítménye milyen kapcsolatban van az összteljesítménnyel. Amelyik feladathoz a legnagyobb korrelációs érték tartozik, annak eredménye jellemzi leginkább az adott minta teljesítményét. Az A teszt feladatai közül az ötödiknél (r = 0,73, p = 0,00) láthatjuk az elért eredményeket a leginkább együtt mozogni az összpontszámmal, a teljes mintára nézve. Az ötödik feladat a következő:

> A téglalap alakú kert 16 m hosszú és 10 m széles. Mindegyik oldala mentén belül körös-körül 1 m széles sétautat alakítunk ki, a többi terület felét befüvezzük. Hány m^2 az út területe?

Ehhez a három lépéses feladathoz hasonlóval találkozhattak a tanulók a Hajdu Sándor (2003) által szerkesztett tankönyvcsaládban, amely magyarázhatja, hogy az iskolában elsajátított tudás miért mérvadó a geometria teszt teljesítménye szempontjából. Ennek a feladatnak a megoldási sikeressége általában tükrözi a teljes teszt eredményét.

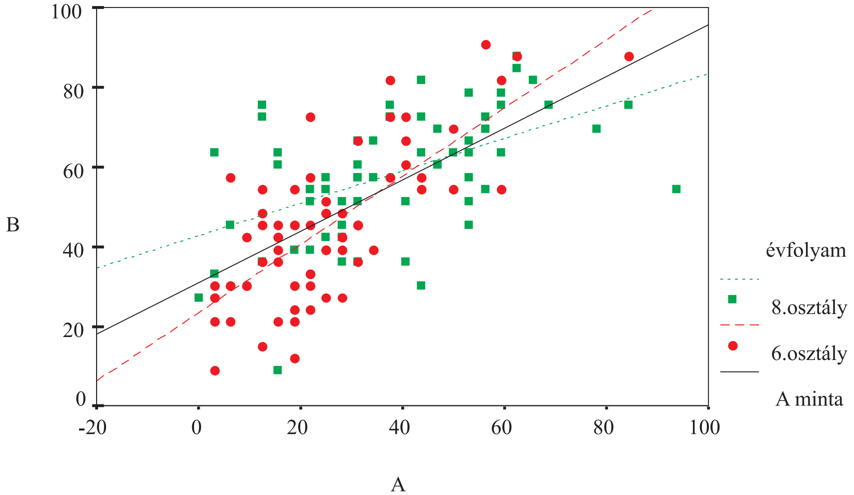
Adódik a kérdés, hogy vajon a B tesztnél melyik feladat játssza ugyanezt a szerepet? Itt a harmadik feladat az, amelyik a legmagasabb korrelációs értékkel 0,7 (p = 0,00) mutat szignifikáns kapcsolatot az összesített pontszámmal. A feladat következő:

> Pisti éppen elindult az iskolába otthonról, amikor meglátta, hogy tőle 200 méterre Laci is az iskola felé tart, ugyanazon az úton. Megszaporázta lépteit, és az iskola előtt 350 méterre utol is érte őt. Hány métert tett meg ez alatt Pisti és hányat Laci, ha Pisti az iskolától 1 km-re lakik?

Ez az aritmetikai feladat két lépéssel oldható meg, a mértékváltás mellett a geometria területére is átnyúlik, és így jobban tükrözi az összteljesítményt.

A teszt összeállításánál figyelembe vett iskolai háttérhez kötődő geometriai feladat megoldása jellemzi leginkább a tanulók aritmetikai tudását. A két teszt feladatainak korrelációja a végeredményekkel a geometria teszten magasabb értékeket mutatott; tehát a geometriai feladattípusokhoz szükséges tudást leginkább az iskola alakítja, azaz fejlesztése inkább a pedagógusokra hárul, mint a környezetre. A tapasztalati szintek itt is fontosak, de a matematikai fogalmak műveleti szintje és strukturáltsága a hétköznapok során nem alakul ki irányultság nélkül. Vajon a további részletezés az évfolyamok szintjén milyen hangsúlyokat ad?

Hatodikban osztályonként nagyon differenciált az erős kötődésű feladat mind a két teszten, ami jelzi a feladatok eltérő nehézségi fokai miatti hangsúlyeltolódást. Az egyik feladat megoldása egyes tanulóknak nem okoz gondot, míg mások számára problematikus lehet.



3. ábra. A B teszt eredményei az A teszt függvényében

A nyolcadikosok egységesebb képet mutatnak, amelyből arra következtethetünk, hogy az iskola hatásának köszönhetően az azonos feladattípusokhoz kötődő képességek határozzák meg a szöveges feladatok megoldásának várható teljesítményeit.

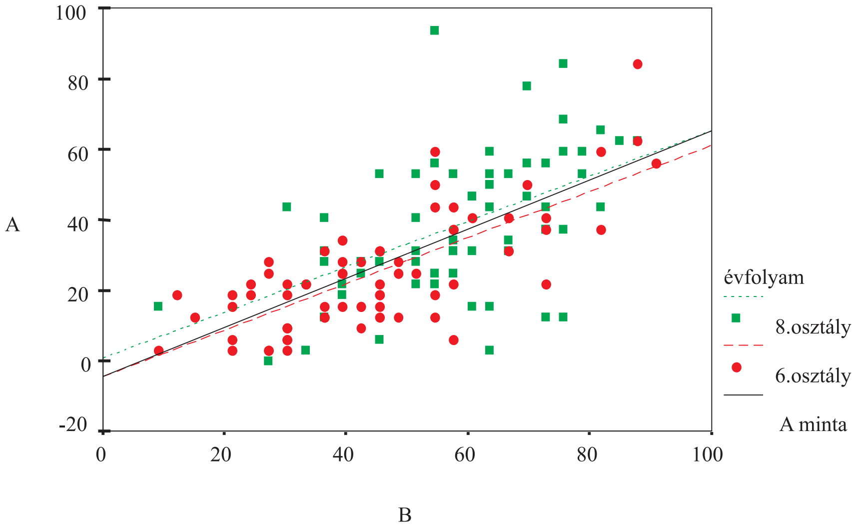
A két évfolyam A és B tesztjén mért teljesítményének együtt mozgását a *3. ábrá*ban szemléltetjük.

Érdemes elgondolkodni az egyéni teljesítmények szélsőségein: van olyan hatodikos, aki mindkét teszten 80% fölött teljesített, a nyolcadikosok által nyújtott teljesítményt maga mögött hagyva, és találkoztunk olyan nyolcadikossal, aki az algebra teszten a leggyengébb hatodikos szintjén produkált. A nyolcadikosok eredményeinél észrevettük, hogy a teszt eredmények közti viszonyok nagyon differenciáltak, például 80% körüli aritmetikai teljesítményhez 0–20% közti szint kapcsolódik a geometria teszten, és fordítva, 90% körüli geometriai pontszerzés mellett alig 50%-ot megközelítő aritmetikai teljesítmény tűnik fel. A hatodikos tanulók közül van olyan, aki 80% körül produkált az algebra teszten, míg a geometria eredménye 40%-os volt.

A két évfolyam tanulóinak a két teszten együttesen vizsgált kapcsolódásai által meghatározott pontfelhő a hatodikosoknál kevésbé széles sávot határoz meg, mint a nyolcadikosoknál, tehát itt az egyik teszten mért eredményekből jobban tudunk következtetni a másik teszten elért teljesítményekre. A nyolcadikosoknál viszont a kétféle tartalmon mért tudás eltérő képet mutat, tehát náluk a geometriai tudás alapján nem tudunk megállapításokat tenni az aritmetikai tudásszintre vonatkozólag.

Lineáris regresszióval tendenciákat jelölhetünk ki a mintára és a részmintákra, bár körültekintően kell eljárnunk, kerülve az egyéni vagy kis mintán alapuló ítéleteket. A hatodikosok egyenese a mintaátlag kapcsolatot bemutató egyeneséhez képest meredekebb, ami azt jelenti, hogy a geometria teszten elért átlagok növekedése maga után vonja az aritmetikai teszt eredményeinek intenzívebb növekedését. A nyolcadikosokhoz viszonyítva tehát megállapíthatjuk, hogy az aritmetikai teszten mért szöveges feladat megoldási képességének fejlődése a hatodikosoknál erőteljesebb.

Ez a kapcsolat inverz, tehát a függő és független változó értékei felcserélhetők, amely arra utal, hogy a geometriai tudáshoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldási képességéhez hogyan viszonyul az aritmetikai tartalmon mért hasonló képesség, azaz a numerikus tartalmak szintjéhez tartozó képességek mennyiben határozzák meg a geometrikus szimbólumokhoz kötődő hasonló képességek szintjét. Az összehasonlításhoz nézzük meg a *4. ábrá*t!



4. ábra. Az A teszt teljesítményei a B teszt teljesítményeinek függvényében

Az egyenesek majdnem egybeesnek, amely arra enged következtetni, hogy az aritmetikai tudás kialakult szintjeinek és a geometriai tudás alacsonyabb értékeinek összekapcsolódása az egész mintára érvényes.

Ahhoz, hogy jobban megértsük a kialakult képességek finomabb hátterét, a részképességek egymásra utaltságát is figyelembe kell vennünk, tehát a továbbiakban elemeznünk kell a tudáselemek kapcsolódási sorrendjét.

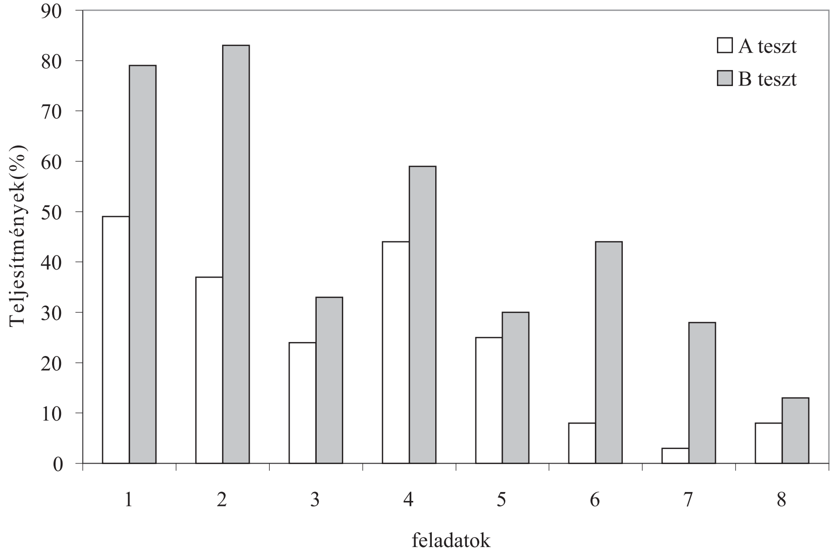
A feladatok átlagai és a részképességek viszonya

Láthattuk, hogy a hatodikosok és nyolcadikosok szignifikánsan eltérő teljesítményt értek el a két teszt feladatmegoldásában. A feladatok elemzése választ adhat arra, hogy a tartalmi különbség vagy esetleg más háttértényező felelős-e a kapott eredményekért.

A feladatok fokozatosan nehezedtek, amelynek okai a növekvő lépéssor, a páros sorszámú feladatok fordított szövegezése és az adatok problematikussága voltak. Az átlagok sora részben tükrözi a szerkezet adta nehezítéseket és a szövegből következő problematikát. A kérdés az, hogy ezek együttes jelenléte a feladatokban milyen hatással van a teljesítményekre.

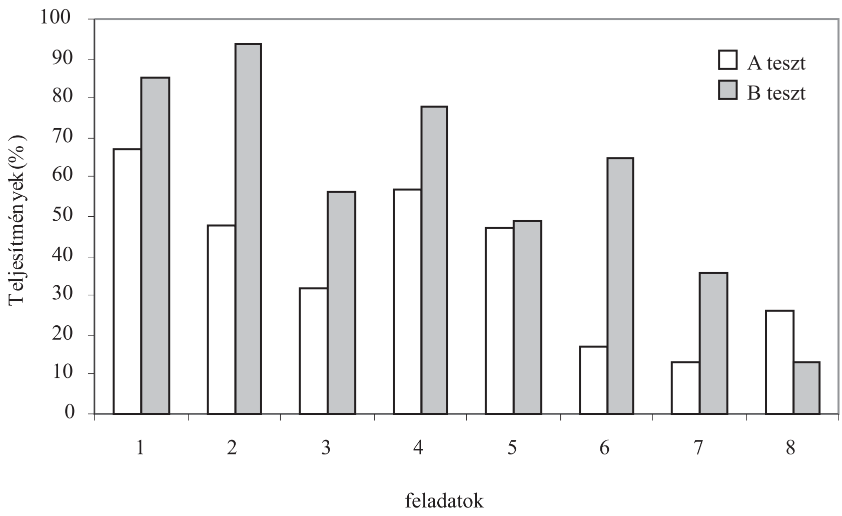
Ha a két teszt feladatainak megoldásait együtt szemléljük, akkor érdekes megállapításokra juthatunk. Az okok feltárása nem bizonyult egyszerűnek. A statisztikai elemzés egyik eszköze a páros t-próba volt, amely az átlageltérésekkel kapcsolatban adott használható támpontokat. Elemzéskor a feladatok megoldási átlagait hasonlítottam össze a két teszt páronkénti megfeleltetése közben külön a két évfolyamon, hisz a hatodikosok és a nyolcadikosok képességeinek nem azonos a fejlettségi szintje.

A hatodik osztályosok feladatmegoldó képessége az aritmetikai teszten magasabb szinten működik, mint a geometriain, de a helyes megoldások keresésében a legjellemzőbb hibaforrások a fordított szövegezés, a felesleges adatok, s ezek halmozott előfordulása voltak. Az egyszerű egy és két lépéssel megoldható feladatoknál jelentkezett a tartalom erőteljes befolyása, elsősorban a szimbólumok értelmezési szintjei miatt. A nehezebb feladatoknál a tartalmi különbségek elmosódtak a bonyolult kontextus kezelése során. Az *5. és 6. ábrák*ról leolvashatjuk a feladatsorok teljesítményének alakulását.



5. ábra. A hatodikosok feladat átlagai a két teszten

A négyes és hetes feladatpárok viszonyai azt mutatják, hogy az adatkezelésben és a fordított, rendhagyó szövegezésben nincs szignifikáns különbség a teljesítményekben, tehát a problémákért valami más a felelős. Vajon a nyolcadikosok megoldásai mire utalnak? A vizsgálat értékei itt is hasonlóak voltak, mint a hatodikos mintán, így feltehetően a szimbólumkezelésből adódó, eltérő tartalmakhoz kapcsolódó képességszint különbségéről van szó.



6. ábra. A nyolcadikosok feladat átlagai a két teszten

Ezekben a feladatokban a teljesítmény-különbség az aritmetika és geometria eltérő hálójával magyarázható: a térbeliség zavarja a megértést.

Negyedik feladatpár:

„A” teszt: geometriai szimbólum, indirekt szövegezés, felesleges adat:

Egy úszómedence hossza 30 m, kétszer annyi mint a szélessége és 2650 cm-rel több mint a mélysége. Milyen széles egy pálya, ha öt úszó indulhat egyszerre?

„B” teszt: indirekt szövegezés, felesleges adat:

Az 1. számú iskolába 582 tanuló jár, 163-mal kevesebb, mint a 2. számú iskolába. A tanárok száma mindkét iskolában 38. Hány tanuló jár összesen a két iskolába?

Hetedik feladatpár:

„A” teszt: rendhagyó – 4 vágás › 5 rész

Egy 80 dkg tömegű fából készült 10 cm élű kockát szétfűrészelünk úgy, hogy minden párhuzamos lapjára merőlegesen 4 vágást ejtünk azonos távolságban. Milyen magas fa tornyot építhetünk, ha minden kis kockát felhasználunk az építésnél?

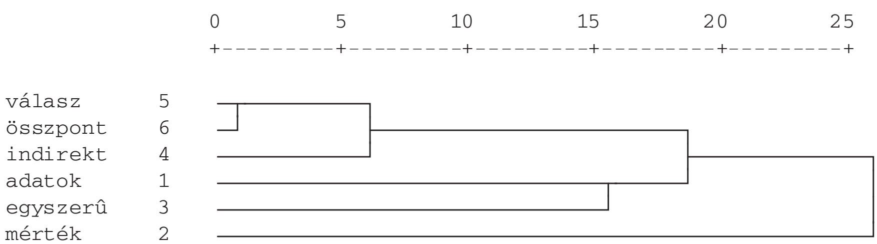
„B” teszt: rendhagyó – kerekítés › minimum, maximum

Lakást kerestem külföldi ismerőseim számára. Találtam is egy kiadó lakást, amelynek a bérleti árát úgy jegyeztem meg, hogy ezresekre kerekítve 40000 Ft havonta, és fél évre előre kell fizetni a bérleti díjat. Mit írjak ismerőseimnek, maximum mekkora összeget kell letenniük, hogy megkapják a lakást? Mi lenne számukra a legkellemesebb meglepetés a fizetést illetően?

Az eredmények igazolták feltevésünket, tehát tartalmi okok húzódnak meg az említett teljesítménykülönbségek mögött.

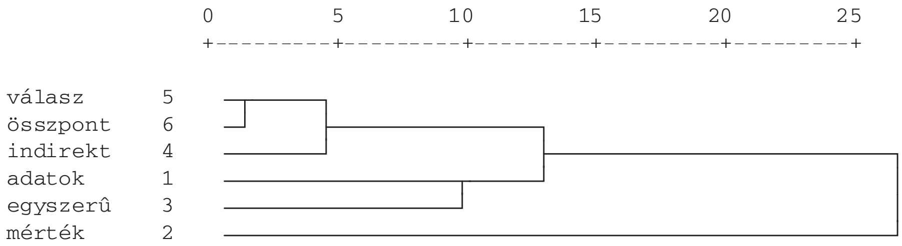
Az értékelési szempontok alapján vizsgált tudáselemek térképe

Az öt részképesség kapcsolódási sorrendjét a klaszteranalízis eszközeivel és dendogram megrajzolásával mutatjuk be. A *7. ábra* segítségével állításokat fogalmazhatunk meg a geometriai tartalmakon működő részképességekre vonatkozólag. A szöveges feladatokra adott válaszok helyes megadása szoros kapcsolatban van mindkét teszten a teljesítményekkel, tehát a helyes válaszok mértékét tükrözik a végeredmények. A fordított szövegezés hatásáról is azt mondhatjuk, hogy hamar kapcsolódik a teljesítményt megtestesítő összpontszámhoz, tehát ez a tudáselem döntően befolyásolja a feladat megoldásának kimenetelét.



7. ábra. Az A teszt itemjeinek kapcsolata az összpontszámmal

Figyeljük meg, hogy milyen strukturális hasonlóságok és különbségek tapasztalhatók a két tesztnél! A részképességek szerkezete azonos kapcsolódási sorrendet mutat mindkét teszt esetén, tehát a tartalmi háttér nem befolyásolja azt, hogy a szöveges feladat megoldásánál milyen tartalmú tudáselemeknek kell megfelelően működniük. A geometria teszten lazább, később kötődő elemeket láthatunk, az aritmetikai eredmények *(8. ábra)* szempontjából erőteljesebb a vizsgált képességelemek szerepe, bár a fordított szövegezés mindkét tesztnél jelentősen befolyásolja a feladat megoldásának kimenetelét. A lazább kapcsolódás az adatok esetében azzal magyarázható, hogy a geometriában nehézséget jelent a szimbólumok értelmezése, és a következő részképesség ezen keresztül működik. Fejlettsége kihat a következő képességelem helyes alkalmazására, tehát a helyes, rutin szinten kiválasztott stratégiára.



8. ábra. A B teszt itemjeinek kapcsolata az összpontszámmal

A mértékváltás (2) a legkevésbé, az indirekt (4) szövegezés jelentősen befolyásolja a szöveges feladatmegoldási képesség helyes működését. Az adatok kezelése, amely a feladatok értelmezésénél játszik fontos szerepet, harmadik szálként kapcsolódik a sorrendbe, s jelzi a problémás reprezentációknak és a fogalmi rendszerek bizonytalanságának hatását, különös tekintettel a geometriára. A rutin művelet elvégzése szorosan kapcsolódik a megértést erősítő adatkezeléshez.

Összefoglalás

A problémamegoldó gondolkodásra épülő szekvenciális szöveges feladatmegoldó képesség különböző szinten működött az aritmetikai és geometriai tartalmakon, a vizsgált mintában. A geometriai tartalmak nehezítették a feladatok megoldását, de a szerkezeti nehezítésnek köszönhetően ez a különbség a kétféle tartalom között végül elmosódott. A két évfolyam teljesítményei tükrözték a tananyag tematikáját, amelyben a geometriai fogalmak később jelennek meg, s amelynek következményeképp a szöveges, geometriai háttértudásra épülő feladatoknál gyengébb eredmények születtek.

Az eddig összegyűjtött eredmények és következtetések alapján kijelenthetjük, hogy a szöveges feladat megoldásához szükséges képességek kialakításánál figyelembe kell vennünk, hogy az absztrakciók mely szimbólumokhoz kapcsolódnak – a geometriai alakzatok síkbeli és térbeli viszonyai a fogalmak bonyolult szerveződéséből származnak. A verbális ismeretek pontos fogalmi hátterét a hétköznapok is módosíthatják, de a geometria elemei a tanórákon alakulnak fogalmakká. A „zajból” kiszűrt adatok többféle formában, numerikusan és verbálisan is megjelenhetnek. A fordított szövegezés egyszerűbb kontextusban, egy- vagy kétlépéses feladatoknál, kevés zavaró tényező esetén, a memória kismértékű igénybe vétele mellett jó teljesítményt eredményezhet ennél a korosztálynál. Ha halmozódnak a nehezítő körülmények, a megoldási képesség szintje is csökken. A hatodikosok az aritmetikai teszten biztosabb tudással rendelkeznek és intenzívebb fejlődést mutatnak, mint a geometria teszten, de szöveges feladatmegoldási képességük a teljes képet nézve differenciált. A nyolcadikosok geometriai hátterű feladatainál a tudáselemek széles képességskálája jelzi, hogy itt erőteljesebb a vizsgált képesség fejlődése.

A tartalmi hátterek alapján kialakuló képességek között kimutatható a kapcsolat: a vizsgált területet figyelembe véve akkor fejlődhet ki egy biztosabb geometriai megoldási képesség, ha azt az algebrai tartalmakon megfelelően megalapozzuk. A fejlesztésekhez tisztában kell lennünk azzal, hogy a képességek kapcsolatrendszere a tanulók életkorához kötődik, s csak akkor lehet építeni egy képességre, ha az a korosztálynak megfelelő szinten kialakult. A képességek széles sávja jelzi, hogy a fejlesztést differenciáltan kell elvégezni.

A szerkezeti nehezítésen túl azok a tudáselemek, amelyek a képességek működésének magasabb szintjére jutását mérik – adatkezelés, indirekt megfogalmazás – jelentős szerepet játszanak a megoldás sikerében. Igazolást nyert az a kiinduló álláspont, hogy a magasabb megoldási képességekkel rendelkező tanulók jól tudják kezelni az adatokat és a fordított szövegezésből származó nehézségeket. A geometriai tartalmú feladatok értelmezése és helyes megoldása még mindkét korosztály számára komoly problémát okoz: a hatodikosoknál a nem stabil, aritmetikai háttérrel működő szöveges feladatmegoldó képesség az ok, míg a nyolcadikosoknál a geometriai tartalmakhoz kötött képesség differenciáltsága van a háttérben.

A szöveges feladatmegoldás képességének fejlődése hosszan tartó folyamat, amelyben az általános iskola alapvető fejlesztő szereppel bír, bár az optimális elsajátítás a középiskola utolsó éveire tehető.

A vizsgálatokból nem deríthető ki, hogy indokolt-e, hogy a geometriai szimbólumok később kerüljenek be a tananyagba, viszont a modellalkotás és a képi szimbólumok összefüggése egyértelmű bizonyítást nyert.

Irodalom

Árvainé Libor Ildikó (2006): A szöveges feladatok tanításának folyamata az 1–4. osztályokban. *A matematika tanítása*, 1. 21–24.

Csapó Benő (2003): *A képességek fejlődése és iskolai fejlesztése.* Akadémiai Kiadó, Budapest.

Csapó Benő (2006): A formális és nem-formális tanulás során szerzett tudás integrálása. *Iskolakultúra*, 2. 3–16.

Csíkos Csaba (2003): Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái a 10–11 éves tanulók körében. *Magyar Pedagógia*, 1. 35–55.

Csíkos Csaba (2003): Egy hazai matematikai felmérés eredményei nemzetközi összehasonlításban. *Iskolakultúra*, 8. 20–27.

Csíkos Csaba (2004): Metakogníció a tanulásban és a tanításban. *Iskolakultúra*, 4. 3-11.

de Corte, E. (1997): A matematikatanulás és -tanítás kutatásának fő áramlatai és távlatai. *Iskolakultúra*, 12.14–29.

Cook, Diedre – Ralston, John (2005): Hogyan épül a megismerés hídja? *Új Pedagógiai Szemle*, 7–8. 111–122.

Dienes Zoltán (1973): *Építsük fel a matematikát.* Gondolat Könyvkiadó, Budapest.

Dobi János (1998a): Megtanult és megértett matematikatudás. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás.* Osiris Kiadó, Budapest.

Falus Iván (1996, szerk.): *Bevezetés a pedagógiai kutatás módszereibe.* Keraban Kiadó, Budapest.

Horváth György (1993): *Bevezetés a tesztelméletbe.* Keraban Kiadó, Budapest.

Wyndhamn, Jan – Säljö, Roder (1997): A szöveges feladatok és a matematikai érvelés. *Iskolakultúra*, 12. 30–46.

Kárpáti Andrea (2002): A vizuális műveltség. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai műveltség.* Osiris Kiadó, Budapest.

Kelemen Rita (2006): Nemzetközi tendenciák a matematikai szöveges feladatok elméletében. *Iskolakultúra*, 1. 56-64.

Kontra József (2001): A nyelvi és a strukturális tényezők befolyása a szöveges feladatok megoldására. *Magyar Pedagógia*, 1. 5–45.

Molnár Edit Katalin (2004): *Az empirikus vizsgálatot bemutató szakdolgozat.* Elérhető: www.edu.u-szeged.hu/pesz.

Molnár Gyöngyvér (2004): Problémamegoldás és probléma-alapú tanítás. *Iskolakultúra*, 2. 12–19.

Nagy József – Csáki Imre (1976): *Alsó tagozatos szöveges feladatbank.* (Standardizált készségmérő tesztek 2.) Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae, Sectio Paedagogica, series Specifica, Szeged.

Nagy József (2002): *XXI. század és nevelés.* Osiris Kiadó, Budapest.

Nemzeti alaptanterv (2004). Művelődési és közoktatási Minisztérium, Budapest.

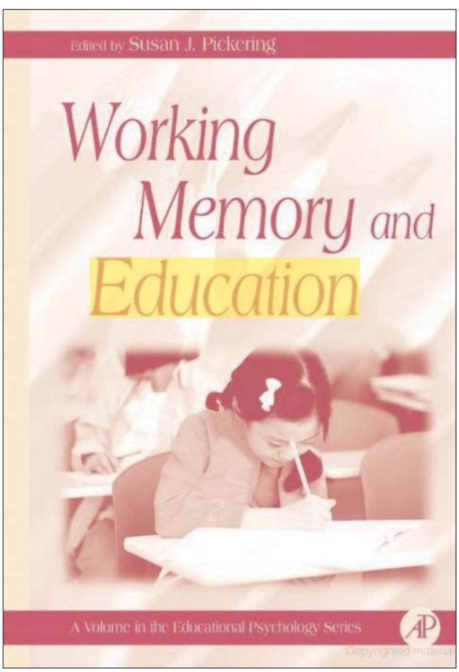
Orosz Sándor (1995): *Mérések a pedagógiában.* Veszprémi Egyetemi Kiadó, Veszprém.

Pólya György (1977): *A gondolkodás iskolája.* Gondolat Kiadó, Budapest.

Salat Annamária Enikő – Séra László (2002): A téri vizualizáció fejlesztése a transzformációs geometriai feladatokkal. *Magyar Pedagógia*, 4. 459–473.

Skemp, Richard R. (1971/2005): *A matematikatanulás pszichológiája.* Edge 2000 Kiadó, Budapest.

Sternberg, Robert J. – Ben-Zeev, Talia (1996, szerk): *A matematikai gondolkodás természete.* Vince Kiadó, Budapest.
Vidákovich Tibor – Csíkos Csaba (1998b): A tudás szerveződése az összefüggés-vizsgálatok tükrében. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás.* Osiris Kiadó, Budapest.
Vidákovich Tibor – Hegymeginé Nyíry Enikő – Csíkos Csaba (2004): *Az alapképességek fejlődése.* Borsod-Abaúj-Zemplén Megyei Pedagógiai Szakmai és Szolgálati Intézet, Miskolc.



Az Elsevier könyveiből