

Harel, G. – Sowder, L. (1998): Students proof schemes: Research from exploratory studies. In: Dubinsky, E. – Schoenfeld, A. – Kaput, J. (eds.): *Research Issues in Collegiate Mathematics Education*. Vol. 7. American Mathematical Society, 234–283.

Hodgson, T. – Morandi, P. (1996): Exploration, explanation, formalization: A three-step approach to proof. *Primus*, 6. 49–57.

Hoyle, C. (1997): The curricular shaping of students' approaches to proof. *For the Learning of Mathematics*, 17. 7–16.

Józsa, K. – Csíkos, Cs. (1999): *The relationships between mathematics self-concept and cognitive abilities required for mathematics achievement*. Paper presented at the 8th European Conference for Research on Learning and Instruction, Gothenburg, Sweden. 24–28, August.

Piatelli-Palmarini, M. (1989): Evolution, selection,

and cognition: From learning to parameter setting in biology and the study of language. *Cognition*, 31. 1–44.

Thompson, D. R. – Senk, S. L. (1993): Assessing reasoning and proof in high school. In: Assessment in the mathematics classroom. *Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, 167–176.

Wilder, R. L. (1944): The nature of mathematical proof. *American Mathematical Monthly*, 51, 309–323.

Zaslavsky, O. (1989): *The development of a concept: A trace from the teacher's knowledge to a student's knowledge*. Paper presented at the Annual Meeting of the AERA, San Francisco, CA.

*A kutatást az OTKA támogatta (OTKA T 22441).*

**Csíkos Csaba**

## Matematikatanításunk, nemzetközi mércével

*Iskolai matematikatanításunk helyzetének, a tanulók tudásszintjének reális megítéléséhez először is a teljes iskolai populáció átlagteljesítményét kell vizsgálnunk, életkor és iskolatípus szerint. Ez egyaránt értendő alapkészségekre, valamint komplex vagy fejlettebb képességekre. Ezt a képet egészíti ki és árnyalja a kiemelkedő tanulók képességeinek szintje, fejlődése, illetve a matematikai tehetségek eredményessége (matematikai versenyek, szaktárgyi olimpiák). Ezt követően természetesen fontos szempont a településtípusok közötti eltérések vizsgálata, akárcsak a hátrányos helyzetű vagy tanulási nehézségekkel küszködő, illetve a fogyatékos tanulók képességszintjének az elemzése is.*

**A** hazai mérések adatai által mutatott „abszolút” változásokat érdemes összevetni nemzetközi összehasonlító mérések szerinti pozíciónk „relatív” változásaival, azaz „átlagos versenyképességünk” alakulásával.

Egy valós helyzetértékelésben olyan „környezeti” tényezők hatásával is számolnunk kell, mint a tantervi változások – tágabban a társadalmi igények változása –, a tanítási-tanulási koncepciók változása, illetve a jelenlegi gyakorlatban domináns irányzatok, a tankönyvek és más taneszközök, technikai eszközök változása, vagy a matematikatanár-képzés és továbbképzés változása és helyzete. E tekintetben is

hasznos lehet az összevetés a nemzetközi változatossággal és trendekkel. Egy ilyen komplex helyzetelemzéshez kívánok ezúttal néhány adalékkal hozzájárulni.

### Hazai monitor mérések

Megállapíthatjuk, hogy 1986-tól 1997-ig a matematika tudásszint minden mért korosztályban süllyedt, ami további színvonalcsökkenést jelent 1986 előtti mérési szintekhez képest. A nagyon fontos alsó tagozatos iskolaszakasz tekintetében kiemeljük, hogy 1986-ról 1995-re a 4. osztályosok teljesítménye nem változott, habár 1991-ig tartó fejlődés után esett vissza. A

10. osztályra jellemző példa 1995-ben, hogy bár kétharmaduk fel tudta ismerni és érti a lineáris kapcsolatot, többségük nem tudta felírni a megfelelő lineáris függvényt. Több mint kétharmaduk nem tudott megoldani egy egyszerű százelkszámítási feladatot. (1) Napjainkra ez az általános színvonalas és mérséklődött (talán megállt). Meg kell jegyeznünk viszont, hogy a keretantverti további óraszámcsökkentés (4. és 6. osztályban heti 3 órára) várható negatív hatása még csak ezután jelentkezhet.

A rendszeressé vált monitor mérések folytán remélhetőleg mihamarabb megoldható lesz, hogy az iskolatípusonkénti és korcsoportonkénti országos átlagteljesítmény minden tanárhoz eljusson. Témakörönként, alapkészségeket mérő, illetve az összetettebb vagy fejlettebb képességeket mérő minta-kérdésekre gondolok, a valóságos monitor-tesztek (szűkített?) verzióira a valóságos átlagértékekkel. Ez jelenthetne a tanár számára olyan objektív skálát, „kapaszkodót”, amellyel mérni tudná osztályai, tanulói fejlődését attól kezdve, hogy hozzá kerültek, addig, míg elbocsátja azokat. Többek között ettől lehetne remélni a színvonal újbóli emelkedését.

### Helyzetünk a nemzetközi mezőnyben

Az eddigi legnagyobb szabású nemzetközi mérést az 1995-ös IEA-TIMSS mérés valósította meg matematikából, 45 ország közel 15 ezer iskolájának félmillió tanulóval. Eszerint a 13–14 éveseknél a magyar tanulók 41 ország között a 14. helyen végeztek (8. európaiként). (2) Ez relatív visszaesést jelent az 1991-es IAEP méréshez képest, amikor is – igaz, csak 20 ország között – Svájcjal együtt Magyarország volt Európában a legerősebb, miközben csak Dél-Korea és Tajvan végzett előttünk. (3) A tesztkérdések csaknem kétharmada

hozzáférhető a nemzetközi átlagokkal együtt. Hasznos lenne ezeket a magyar minta átlagaival együtt itthon is publikálni.

Két szűkebb körű, de hosszabb távú nemzetközi mérésről is említést tesztek

A Kassel-Exeter nemzetközi projekt keretében 1993 és 1996 között 13–16 éves tanulók (nálunk 14–16 évesek, pontosabban 9–10. osztályosok) fejlődését vizsgáltuk matematikából. Bár elsősorban az egyes országokon belüli fejlődés vizsgálatát céloztuk, és így a részt vevő 20 ország adataival csak részben rendelkezünk, azért megállapítható, hogy (gyengülésünk dacára is) még mindig több ország számára pozitív mintát jelent matematikatanításunk. A projekt angol vezetőjének cikkei, magyarországi órafelvételeinek alkalmazása

*Nemzetközi szinten veszítettünk régebbi erős pozíciónkból, de még a mezőny első harmadának végén vagyunk. Az iskolázás első szakaszában még erősek vagyunk. Ezek a megállapítások a teljes populációra vonatkoznak, hiszen a matematikai olimpiákon egyenletesen az élvonalban teljesítenek a magyar diákok.*

kinti továbbképzések során, továbbá koncepciónk érvényesítése egy kinti matematikatanítási kísérletükben egyaránt ezt igazolják. (4) 14+ éves korokban 8 ország között Szingapúr mögött a másodikak voltunk. Lengyel, német, angol, skót, finn és nor-

vég eredménnyel tudtuk meg eredményünket összevetni. Rá egy évre a lengyelekkel helyet cserélve a harmadik helyen végeztünk, csekély hátránnyal. (5)

A projektet a Kasseli Egyetem Matematika Tanszéke (Werner Blum professzor vezetésével) és az Exeteri Egyetemen működő Matematikatanítási Innovációs Központ (CIMT, David Burghes professzor vezetésével) indította.

Az International Project in Mathematics Attainment (IPMA) nevű projekt keretében 1998-tól 2004-ig 5–11 éves tanulók (nálunk 6–11 évesek, pontosabban 1–5. osztályosok) fejlődését vizsgáljuk longitudinális méréssel. (6) Kevés még az adatunk, de eddig viszonylag jól állunk. Az eltérő iskolakezdesi életkor, illetve az óvodai előkészítő szakasz különbségei miatt csak nagyon korlátozott összehasonlítá-

10. osztályra jellemző példa 1995-ben, hogy bár kétharmaduk fel tudta ismerni és érti a lineáris kapcsolatot, többségük nem tudta felírni a megfelelő lineáris függvényt. Több mint kétharmaduk nem tudott megoldani egy egyszerű százalékszámítási feladatot. (1) Napjainkra ez az általános színvonalas mérésrészlet (talán megállt). Meg kell jegyeznünk viszont, hogy a keret-tervi további óraszámcsökkentés (4. és 6. osztályban heti 3 órára) várható negatív hatása még csak ezután jelentkezhet.

A rendszeressé vált monitor mérések folytán remélhetőleg mihamarabb megoldható lesz, hogy az iskolatípusonkénti és korcsoportonkénti országos átlagteljesítmény minden tanárhoz eljusson. Témakörönként, alapkészségeket mérő, illetve az összetettebb vagy fejlettebb képességeket mérő minta-kérdésekre gondolok, a valóságos monitor-tesztek (szűkített?) verzióira a valóságos átlagértékekkel. Ez jelenthetne a tanár számára olyan objektív skálát, „kaspaszkodót”, amellyel mérni tudná osztályai, tanulói fejlődését attól kezdve, hogy hozzá kerültek, addig, míg elbocsátja azokat. Többek között ettől lehetne remélni a színvonal újbóli emelkedését.

### Helyzetünk a nemzetközi mezőnyben

Az eddigi legnagyobb szabású nemzetközi mérést az 1995-ös IEA-TIMSS mérés valósította meg matematikából, 45 ország közel 15 ezer iskolájának félmillió tanulóival. Eszerint a 13–14 éveseknél a magyar tanulók 41 ország között a 14. helyen végeztek (8. európaiként). (2) Ez relatív visszaesést jelent az 1991-es IAEP méréshez képest, amikor is – igaz, csak 20 ország között – Svájccal együtt Magyarország volt Európában a legerősebb, miközben csak Dél-Korea és Tajvan végzett előttünk. (3) A tesztkérdések csaknem kétharmada

hozzáférhető a nemzetközi átlagokkal együtt. Hasznos lenne ezeket a magyar minta átlagaival együtt itthon is publikálni.

Két szűkebb körű, de hosszabb távú nemzetközi mérésről is említést tesztek

A Kassel-Exeter nemzetközi projekt keretében 1993 és 1996 között 13–16 éves tanulók (nálunk 14–16 évesek, pontosabban 9–10. osztályosok) fejlődését vizsgáltuk matematikából. Bár elsősorban az egyes országokon belüli fejlődés vizsgálatát céloztuk, és így a részt vevő 20 ország adataival csak részben rendelkezünk, azért megállapítható, hogy (gyengülésünk dacára is) még mindig több ország számára pozitív mintát jelent matematikatanításunk. A projekt angol vezetőjének cikkei, magyarországi órafelvételeinek alkalmazása

*Nemzetközi szinten veszítettünk régebbi erős pozíciónkból, de még a mezőny első harmadának végén vagyunk. Az iskolázás első szakaszában még erősek vagyunk. Ezek a megállapítások a teljes populációra vonatkoznak, hiszen a matematikai olimpiákon egyenletesen az élvonalban teljesítenek a magyar diákok.*

kinti továbbképzések során, továbbá koncepciónk érvényesítése egy kinti matematikatanítási kísérletükben egyaránt ezt igazolják. (4) 14+ éves korukban 8 ország között Szingapúr mögött a másodikak voltunk. Lengyel, német, angol, skót, finn és nor-

vég eredménnyel tudtuk még eredményünket összevetni. Rá egy évre a lengyelekkel helyet cserélve a harmadik helyen végeztünk, csekély hátránnyal. (5)

A projektet a Kasseli Egyetem Matematika Tanszéke (Werner Blum professzor vezetésével) és az Exeteri Egyetemen működő Matematikatanítási Innovációs Központ (CIMT, David Burghes professzor vezetésével) indította.

Az International Project in Mathematics Attainment (IPMA) nevű projekt keretében 1998-tól 2004-ig 5–11 éves tanulók (nálunk 6–11 évesek, pontosabban 1–5. osztályosok) fejlődését vizsgáljuk longitudinális méréssel. (6) Kevés még az adatunk, de eddig viszonylag jól állunk. Az eltérő iskolakezdesi életkor, illetve az óvodai előkészítő szakasz különbségei miatt csak nagyon korlátozott összehasonlítá-

sokra gondolhatunk. Még 9 éves kor után sem lehet minden két ország eredményét reálisan összevetni. Azt azonban közölhetem, hogy a 6+ éves kortól beiskolázó 8 ország között az 1. osztály év eleji (tehát tanítás előtti) induló 1. tesztben a hatodik helyen kezdtünk, rá egy évre a 2. tesztben a nagyon magasról induló Kína és Szingapúr mögött a harmadikak voltunk, míg a 3. tesztben már a második helyen állunk Kína mögött.

A projektet az Exeteri Egyetem Matematikatanítási Innovációs Központja (Centre for Innovation in Mathematics Teaching, CIMT) kezdeményezte David Burghes professzor vezetésével.

Összegezve tehát azt mondhatjuk, hogy nemzetközi szinten vesztettünk régebbi erős pozíciónkból, de még a mezőny első harmadának végén vagyunk. Az iskolázás első szakaszában még erősek vagyunk. Ezek a megállapítások a teljes populációra vonatkoznak, hiszen a matematikai olimpiákon egyenletesen az élvonalban teljesítenek a magyar diákok.

### Nemzetközi összefogás a matematikatanítás erősítéséért

Matematikatanításunk helyzetének az is jellemzője, hogy milyen mértékben veszünk részt nemzetközi együttműködésben. A nemzetközi szervezetekben, konferenciákon, kutatási-fejlesztési programokban, kiadványokban szép számmal találhatunk magyar résztvevőket. Több magyar és magyar származású külföldi szakember alapozta meg matematika-didaktikánk jó hírnevét, elég, ha most csak a legnevesebbek, *Pólya György*, *Varga Tamás*, *Dienes Zoltán* munkásságára és elismertségére gondolunk. Örömmel nyugtázhatjuk, hogy a KöMaL internetes oldalát sok külföldi ismeri már és hogy *Róka Sándor* Abakusza az USA-ból szintén az internetre került és angol nyelven kínálja a szép általános iskolás problémákat és a pontversenyt. (7) Ugyanakkor a 60-as évektől kezdve nem került sor több kiemelkedő hazai kutató-fejlesztő matematikus, matematika-didaktikus, matematikatanár egyéniségre (csoport)

koncepciójának, eredményeinek külföldi megismertetésére. Gondolok többek között *Kárteszi Ferenc*, *Peller József*, *Vörös György*, *Forrai Tiborné*, *Urbán János*, *C. Neményi Eszter*, *Hajdu Sándor*, *Ujvári István* (és csoportjaik) munkásságára, eredményeire, de a felsorolás folytatható lenne.

Két újabb programról és kezdeményezésről résztvevőként is említést tehetek.

A Mathematics Enhancement Programme (MEP) nevű matematikatanítási kísérletet szintén az Exeteri Egyetem Matematikatanítási Innovációs Központja (CIMT) indította el és futtatja Nagy-Britanniában. A Kassel-Exeter projekt első eredményei és a németországi, szingapúri, magyarországi, lengyelországi, csehországi, oroszországi, ukrainai (stb.) óralátogatások hatására 1996-tól a 10–11. osztályos programmal indultak, lényegében a magyar és a hasonló közép- és kelet-európai „egész osztályos interaktív tanítási” koncepcióra alapozva. Az első év biztató eredményei mellett nyilvánvalóvá vált, hogy hatékonyabb lenne számukra a szokatlanul más stratégiájú és módszerű tanítás korábbi elkezdése, így 1998-tól 7. osztályok, illetve 1. osztályok léptek be a kísérletbe. (8) Jelenleg már az 1–4. és a 7–11. osztályokban folyik a kísérlet.

Az első négy osztály kísérletében (magyarországi tankönyvre is támaszkodva) óravázlatokkal és munkalapokkal támogatjuk koncepciónk hatékonyabb átvitelét. Az eddigi eredmények igen biztatóak. A kontrollcsoport átlagának meghaladása, illetve a korosztályos országos átlag meghaladása mellett jellemző, hogy egyes hátrányos helyzetű gyerekeket tanító iskolák is megközelítették az IPMA tesztben a szingapúri, kínai és magyar átlagokat. Az 1–4. osztályos MEP kísérlet folyamatosságát hátrányosan érintette, hogy az 1999-től beindított országos National Numeracy Strategy (NNS) program miatt több kísérleti iskolát eltanácsoltak egyes helyi tanácsadók a MEP folytatásától, (tévesen) arra hivatkozva, hogy az nem kompatibilis az NNS programmal. Ugyanakkor kiderült, hogy a MEP koncepciójának egyre több lényegi elemét kezdik átvenni nem-

MEP iskolák és tanítói, sőt az az NNS koncepciójára is hatást gyakorolt. Nő az a hatás is, amit a kísérleti anyagok Internetre helyezése váltott ki angol nyelvterületen, sőt más országokban is. (9) Legújabbban Finnország érdeklődik a magyar matematikatanítás iránt, benne alsós tankönyvek adaptálása iránt. Megtörténhet ugyanakkor, hogy Anglia néhány év múlva megelőz minket, hiszen náluk az első hat évfolyamon 5 a heti óraszám.

International Journal for Mathematics Teaching and Learning (IJMTL) (Nemzetközi folyóirat a matematika tanításáért és tanuláásáért) elnevezéssel 2000-ben angol nyelvű elektronikus folyóiratot indított a CIMT (Exeteri Egyetem) és a Nyíregyházi Főiskola Matematika és Informatika Intézete. ([www.intermep.org](http://www.intermep.org))

*(Lapzárta után értesültünk az OECD PISA 2000 nemzetközi mérés eredményéről. E szerint értő olvasási, alkalmazási képességek terén a magyar 15+ éves tanulók 31 ország között átlagban a 23. helyen teljesítettek, míg a gyakorlatias matematikai szövegértésben (mathematical literacy) a 20. helyet értük el.*

*Ezt a méréssel kapcsolatban jelentkező, többé-kevésbé jogos kritikai észrevételek mellett is komoly figyelemzettelésként kell értékelnünk.*

*Ugyanakkor első ránézésre elmondhatjuk, hogy a „matematikai szövegértésben” mutatott igen gyenge eredmény természetes következménye a még súlyosabb általános értő olvasási gyengeségnek.)*

## Jegyzet

- (1) Jelentés a magyar közoktatásról 1995, 1997, 1999. OKI, Budapest. [www.oki.hu](http://www.oki.hu)
- (2) Általános iskolások tudásszintje. (1996) *Fizikai Szemle*, 11.
- (3) Foxman (1992): *Learning Mathematics & Science: The Second International Assessment of Educational Progress in England*. NFER
- (4) Burghes, D. N. (1995): Hungary is the answer to our maths problem. *The Sunday Times*, 12. Nov.
- (5) Burghes, D. N. (1996): *Kassel Project – Year 3 progress report*. [www.ex.ac.uk/cimt](http://www.ex.ac.uk/cimt)
- (6) *International Project in Mathematics Attainment*. [www.ex.ac.uk/cimt](http://www.ex.ac.uk/cimt)
- (7) *Abacus*. [www.gcschool.org/abacus.html](http://www.gcschool.org/abacus.html)
- (8) Burghes, D. N. (2000): *Mathematics Enhancement Programme (MEP). The First Three Years*. [www.intermep.org](http://www.intermep.org)
- (9) Burghes, D. N. (2001): *A progress report*. [www.intermep.org](http://www.intermep.org)

**Szalontai Tibor**

## Fizikaórán is hasznos biológiaismeretek

*Manapság, amikor a természettudományok népszerűsége egyre csökken, minden módot meg kell ragadnunk arra, hogy diákjaink számára érdekessé, vonzóvá tegyük őket. A sok közül egyik esélyünk, ha „észrevesszük” a fizikát körülöttünk a természetben. A vizsgálatok szerint a középiskolás diákság körében a fizika megítélése rosszabb a biológiáénál, ezért úgy gondoljuk, hogy minden korosztály számára érdekes és mindkét tantárgy szempontjából hasznos lehet, ha az élővilágot „meghívjuk” a fizikaórára. A biológia és a fizika kapcsolata ugyanis – de vonatkozik ez bármely természettudományos tantárgyra is – sem az alapfokú, sem a középfokú oktatásban nem jelenik meg szembetűnően.*

**A**z élő és élettelen természet bonyolultnak tűnő világában a diákok a hosszú idő óta elfogadott, akadémiai módon felosztott tantárgyszerkezetnek megfelelően a fizika, a kémia, a biológia órán elsajátított ismeretek segítségével próbálnak eligazodni. Könnyebbé tehetjük

e folyamatot, ha felhívjuk a figyelmet e tárgyak kapcsolódási pontjaira. Tehetjük ezt például a fizika néhány törvényének tanítása során azzal, hogy a tanórai fizikai kísérletek mellett „demonstrációként” ismert biológiai jelenségeket is bevezetünk. A megismert fizikai törvények birtokában