

Galois-gráf rajzolása számítógéppel

A két halmazból vett elempárok között kétértékű relációt vizsgálunk – például a dolgok egyikének van-e bizonyos tulajdonsága, vagy a tanulók egyike megoldott-e vagy sem egy bizonyos feladatot –, a Galois-gráf az első esetben az összes – a rendszerben megalkotható – fogalmat, a második példában az összes azonos tudású gyerekcsoportot ábrázolja. Sőt, a fogalmak és a gyerekcsoportok rendje és kapcsolatai is leolvashatók az ábráról.

Adathalmazok ilyen strukturálása nem csupán azért érdekes, mert korszerű algebrai eljárásokon alapul, hanem mert teljesíti a formális logika fogalomalkotó eljárásának kritériumait, sőt túlteljesíti azokat. Ezen kívül a vizuális megjelenítés kézenfekvővé tesz olyan sajátosságokat is, amelyek a hagyományos statisztikai módszerekkel nem vagy nem közvetlenül láthatók. A Galois-gráfok használatával így kiegészíthető a statisztikai feldolgozás. Mármint, ha az eljárás általánosan alkalmas fogalmi rendszerek alkotására, vizsgálatára, illetve adathalmazok strukturálására, akkor speciális esetben pedagógiai vizsgálatokra is használható. Ez utóbbi tény felismerve, az Iskolakultúra folyamatosan foglalkozik a Galois-gráfok pedagógiai alkalmazásával (2., 3., 5., 6., 7., 8., 9., 12. és 13). Az évek során közölt írások megmutatták, hogy a neveléstudományban például a mérés-értékelés, tantervfejlesztés, taneszköz-tervezés területein lehet fontos a módszer alkalmazása.

Hogy új eljárások széles pedagóguskörben terjedjenek el, annak elsődrendű feltétele, hogy ne nehezítse, hanem könnyítse a tanár munkáját. Az elkészített Galois-gráf segíti a munkát, az elkészítés azonban munkaigényes. Számítást és rajzolást igényel. A számítás elvégzésére már közzétettünk egy számítógépre vitt algoritmust, amely bárki számára hálózatról letölthető. Most jutott el a fejlesztés ahhoz a fontos állomáshoz, hogy a rajz is számítógéppel készíthető. Írásunk éppen ehhez nyújt segítséget.

Mi a Galois-gráf ?

A Galois-gráf bináris (kétértékű) relációtáblázatból – mint adathalmazból – strukturált, hierarchikus formalizmust készít. A kapott hálózat (gráf) mintegy térképet ad az adatok összefüggéseiről, szerkezetéről. Előnye az egyéb grafikus kiértékelésekkel (például táblázattal vagy diagrammal) szemben, hogy a vizsgált rendszer egyes elemeit hierarchikus rendszerben ábrázoljuk, így nemcsak egyes értékek olvashatók le, hanem az elemek egymáshoz viszonyított helyzete is. Egy gráfra ránézve – az ábrázolt rendszer alaposabb ismerete nélkül – szinte triviálisnak tűnnek olyan összefüggések, amelyekre egy táblázat vagy grafikon alkalmazása esetén nem vagy csak nehezen deríthető fény.

Bináris relációtáblázat

Galois-gráfot általában akkor alkalmazhatunk, ha véges számú elemből álló rendszert vizsgálunk, amelyet jól meghatározható objektumok alkotnak, és az objektumok rendelkeznek egyértelműen leírható tulajdonságokkal. Ha ismerjük azokat a relációkat, amelyek fennállnak az objektumok és azok tulajdonságai között, akkor ezeket az ismereteket táblázatba foglalhatjuk. Ezt a táblázatot nevezzük bináris relációtáblázatnak.

A táblázat sorai legyenek az objektumok, oszlopai pedig a tulajdonságok. Ha egy objektum rendelkezik egy tulajdonsággal, akkor azt mondjuk, hogy relációban állnak egymással, és a megfelelő sor-

oszlop metszetbe X-et írunk. Azért nevezük binárisnak a relációtáblázatot, mert az objektumok és tulajdonságok viszonya csak kétértékű (bináris) lehet: igaz vagy hamis.

Zárt részhalmazpár

A fent említett táblázatból zárt részhalmazpárokat készítettünk. Ezt a lezárási operáció segítségével kapjuk meg, oly módon, hogy képezzük az objektumoknak azon legnagyobb részhalmazát, amelynek elemei relációban vannak a tulajdonságok valamely legnagyobb részhalmazával, és e részhalmaz nem bővíthető anélkül, hogy az objektumok részhalmaza ne csökkenne. (Vagyis ha beveszünk egy újabb tulajdonságot, akkor találunk legalább egy olyan objektumot, amire nem áll fenn az új tulajdonság. Ez megfordítva is igaz: ha beveszünk egy újabb objektumot a részhalmazba, akkor legalább egy olyan tulajdonságnak kell lennie, amelyik már nem érvényes arra az objektumra nézve.) A lezárási operáció eredménye egy részhalmazpár-lista (melynek elemei az összetartozó zárt objektum- és tulajdonság-részhalmazpárok), ez két részhalmaz-párból áll. Az egyik lista az objektum-részhalmazokat tartalmazza, a másik pedig a hozzájuk tartozó tulajdonság-részhalmazokat.

A Galois-gráf felrajzolása

Utolsó lépésként felrajzoljuk a Galois-gráfot ebből a részhalmazpár-listából.

Minden zárt részhalmazpárt egy gráfponttal jelölünk. Rajzoljuk fel egymás mellé az egyelemű zárt objektum-részhalmazokat jelölő gráfpontokat. Föléjük helyezzük el egymás mellett a kételemű zárt objektum-részhalmazokat reprezentáló gráfpontokat, és így tovább. Ezzel megkaptuk gráfunk szögpontjait. Az első sor alá, középre rajzoljuk a nulla objektumot tartalmazó részhalmazt, a legfelső sor fölé, középre a minden elemet tartalmazó objektum halmazt. Válasszunk ki tetszőleges szögpontot! Ezt összekötjük minden olyan alatta fekvő ponttal, amely a szóban forgó-

nak legnagyobb részhalmazát jelentő kör. Az eljárást minden szögpontra nézve elvégezzük.

A számítógépes program

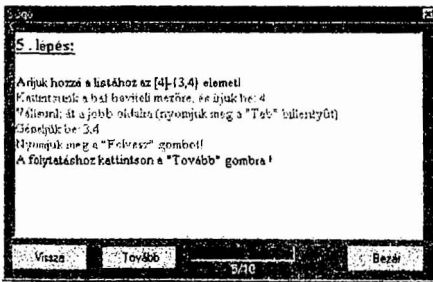
Egy gráf felrajzolása manuálisan (kézzel) elég hosszadalmas művelet, és nem biztos, hogy az elkészült ábra arányos, áttekinthető lesz. Így felmerült az igény a gráfok számítógéppel való rajzolására (szerkesztésére), feldolgozására. Egy számítógép ugyanis tévedhetetlenül, gyorsan elvégzi a feladatot, esetleg több alternatívát is kidolgozva.

A Galois-gráf rajzoló program megírását a PTE Tanárképző Intézet megbízásából végeztem, az első verzió 2000 végén készült el. A Galois-gráfokkal 1999-ben kezdtem foglalkozni, miután elvégeztem *Takács Viola* „Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása” elnevezésű kurzusát. (10, 11)

A program fejlesztése 1999 óta folyamatosan zajlik. E három év alatt a program fő funkciója, feladata – Galois-gráf rajzolása – nem változott, a nagyobb változások és fejlesztések az egyre kifinomultabb felhasználói kezelőfelületre és a felhasználó – gép közötti interakció tökéletesítésére koncentráálódtak. (4) A cél az, hogy azok a felhasználók is egyszerűen, gyorsan és – nem utolsósorban – szívesen alkalmazzák a Galois-gráf rajzoló program segítségével ezt a módszert, akik nem jártasak a számítógépek világában. Hiszen a számítógépet nem azért használjuk, hogy megkeserítse életünket, hanem hogy megkönnyítse és gyorsítsa munkánkat.

A program rövid ismertetése

A program bemenetként bináris relációtáblázatot vagy zárt részhalmazpár-listát vár, a „végtermék” pedig egy Galois-gráf. A program a vágólapon keresztül kommunikálni tud más alkalmazásokkal is, például a bemeneti adatokat Word-ből is ki tudja venni, a kész gráfot pedig akár előadás-tervező programba (PowerPoint-ba) át lehet helyezni.



1. ábra

A Galois-gráf rajzoló program fejlesztése jelenleg Delphi4-es alkalmazásfejlesztői rendszerben történik.

A program szoftverkövetelménye bármilyen 1995 után kiadott Microsoft Windows operációs rendszer. (Windows 95, Windows 98, Windows ME, Windows NT, Windows 2000, Windows XP), hardverkövetelménye pedig legalább 486-os számítógép, de a gyors eredmények érdekében Pentium processzoros számítógép ajánlott.

A Galois-gráf rajzoló program használatát bárki könnyedén el tudja sajátítani, ugyanis a program tartalmaz egy oktatói részt, mely elvégezhető gyakorlatokon (leckéken) keresztül lépésről lépésre vezeti a felhasználót a program felfedezésében, megismerésében. Egyszerűen csak ki kell választanunk egy témakört, amelyet szeretnénk megtanulni (vagy gyakorolni), és egy ablakban megjelenő utasítások eligazítanak, mit kell tennünk ahhoz, hogy a kívánt eredményt érjük el. (14, 15) (1. ábra)

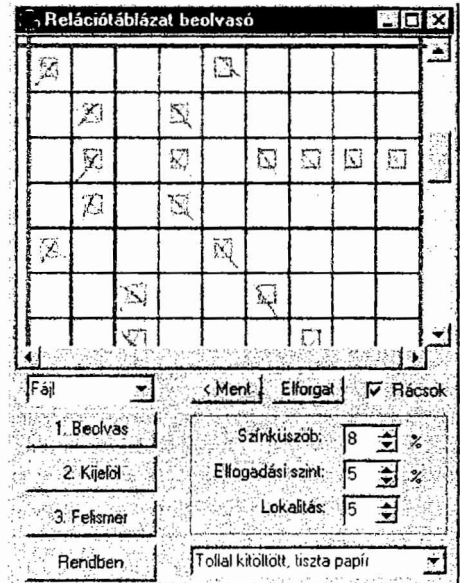
Bemeneti adatok és formátumok

Relációtáblázat mint bemenet

A program bemeneteként megadhatunk bináris relációtáblázatot. Erre a célra egy egyszerűen kezelhető táblázat-szerkesztő modul áll rendelkezésünkre. Itt adhatjuk meg a táblázat méretét, és a táblázat celláira kattintva definiálhatjuk az objektumok-tulajdonságok relációkat. A kész táblázatot ezután menthetjük fájlba vagy másolhatjuk vágólapra, ahonnan más program is hozzá tud férni. Ugyancsak vágólap segítségével – például – Word szövegszer-

kesztőben készült bináris táblázatot is tud fogadni a program. Így tehát mindkét irányban megoldott a táblázat átvitele.

A táblázat-szerkesztő modul tartalmaz egy képfelismerő egységet is, amelynek révén még egyszerűbbé és gyorsabbá válik a bevitel, ha számítógépünkhöz scannert (képolvasót) csatlakoztatunk. Ekkor a program lehetőséget ad arra, hogy előre elkészített és kinyomtatott (üres) táblázatot kézzel kitölthessünk: (ceruzával, tollal, írógéppel stb.) „X”-et rajzolva az egyes négyzetekbe. Ezután a program beolvassa és automatikusan felismeri a táblázatot, majd egy gombnyomásra felrajzolja a gráfot. (2. ábra) Ezt a gyakorlatban nagyon jól fel lehet használni például akkor, ha egy tesztlap eredményeit akarjuk Galois-gráf segítségével értékelni. Ilyenkor a relációtáblázatok paraméterei (sorok, oszlopok száma) megegyeznek, a felrajzolt gráfok pedig a tesztlap hibátlan kitöltésétől való eltérések tükrözik.



2. ábra. Egy tollal kitöltött táblázatot ismer fel a program.

Zárt részalmazpár lista

A relációtáblázatból a program zárt részalmazpárt készít, majd – választásunktól függően – vagy felrajzolja a gráfot, vagy

előbb megmutatja a zárt részhalmazpárt. A zárt részhalmazpár-listát ezután módosíthatjuk: adhatunk hozzá vagy törölhetünk belőle elemeket. A gráf felrajzolásához nem feltétlenül szükséges bináris reláció-táblázat, hiszen a felrajzolás előtt azt úgyis zárt részhalmazpárrá alakítja a program. Tehát gráfot rajzolni akkor is lehet, ha forrásként egy zárt részhalmazpár-listát adunk meg. Ebben az esetben a zárt részhalmazpárt tartalmazó fájlt kell megnyitni, de vágólapon keresztül is átvehetjük más alkalmazásból a zárt részhalmazpár-listát.

Igen sok beviteli formát ismer a program, nincsenek kötött szabályok a források formátumára nézve. Lehetnek az adatok táblázatban, formázott szövegben, fájlban, vágólapon, képben egyaránt. A program felismeri a beviteli szerkezetet, és a megfelelő algoritmussal értelmezi az adatokat.

A bináris relációtáblázat oszlopaihoz és soraihoz, illetve a zárt részhalmazpárt alkotó elemekhez (ez utóbbi a relációtáblázatból egyértelműen meghatározható) szavakat is rendelhetünk. Ezáltal a felrajzolt gráf sokkal áttekinthetőbb és könnyebben értelmezhető lesz, hiszen ilyenkor számok helyett szavakat ír ki a gép a gráfpontok mellé. A szöveglistát menteni tudjuk, hogy később újra felhasználhassuk. (Természetesen itt is működik a mozgatás vágólapon keresztül.)

A gráf beállításai

Globális beállítások

A programban van egy Beállítások menüpont. Ha erre kattintunk, megnyílik egy ablak, ahol a felrajzolt Galois-gráf tulajdonságait adhatjuk meg. Többek között beállíthatjuk a pontok, élék színét, méretét és a szövegek formátumát (font, stílus, betűméret, szín). A beállítási paraméterek menthetőek (és minden gráfra alkalmazhatóak), így ha például előadáson akarjuk bemutatni gráfjainkat, akkor azok egyforma stílusban jelennek meg.

Szerkezet, rendezés

Minden gráfhoz egyedi beállításokat is rendelhetünk. Ez a szerkezet. A szerkezet

minden gráfra egyedi, így csak azon a gráfon alkalmazható, amelyhez létrehoztuk. A szerkezet tartalmazza a pontok koordinátáit, stílusait, a gráf méretét és egyéb olyan információkat, amelyekből a gráf pontosan reprodukálható. Erre azért van szükség, mert a gráfpontok elhelyezése egy emeleten belül teljesen szabadon (sztochasztikus jelleggel) történik, így nem elégséges (csak szükséges) feltétel a gráf pontos regenerálásához a relációtáblázat (vagy részhalmazpár) megléte.

Például a gráf felrajzolásakor előfordulhat, hogy például a 2. emeleten lévő pont össze van kötve a 4. emeleten lévő ponttal, és az őket összekötő vonal metszi a 3. emeleten lévő pontok egyikét. Ez azt a hatást kelti, mintha a 2. emeleten lévő pont össze lenne kötve a 3. emeleten lévővel, és pedig a felette lévővel. Bár a gráf struktúrája jó, a vizuális megjelenítése hibás! Ha a program ilyen megjelenítési hibát (hibákat) észlel, automatikusan addig rendezgeti a gráfot, amíg az vizuálisan korrekt nem lesz. A rendezés tartalmaz véletlenszerű eljárásokat, ebből adódik a gráfpontok elhelyezésének sztochasztikus jellege.

Amikor a program felrajzol egy Galois-gráfot, meghatározza a kiterjedését, és bekeretezi. A felrajzolt gráfot nagyíthatjuk vagy kicsinyíthetjük, és akár milliméterre pontosan beállíthatjuk a méretét. Mivel a program vektorképként kezeli a gráfot, nagyítás esetén nem következik be torzulás. Viszont a szöveg és a gráfpontok mérete nem változik a nagyítás hatására. Vagyis például 200 százalékos nagyítás esetén a pontok és szövegek nem lesznek 2-szer akkorák, csak 2-szer távolabb lesznek egymástól. A szöveg és gráfpontok méretének változtatásához használjuk a korábbiakban említett „Beállítások” menüt! Ha egy felrajzolt gráf egyik gráfpontjára duplán kattintunk, megjelenik egy kis ablak, amely a kiválasztott szögponthoz tartozó paramétereit jeleníti meg. Információt kapunk a szögponthoz tartozó objektumokról, illetve tulajdonságokról, sőt nemcsak a sorszámát, hanem – ha kitöltöttük a szöveglistát – kiírja a hozzájuk tartozó szöveget is.

előbb megmutatja a zárt részhalmazpárt. A zárt részhalmazpár-listát ezután módosíthatjuk: adhatunk hozzá vagy törölhetünk belőle elemeket. A gráf felrajzolásához nem feltétlenül szükséges bináris reláció-táblázat, hiszen a felrajzolás előtt azt úgyis zárt részhalmazpárrá alakítja a program. Tehát gráfot rajzolni akkor is lehet, ha forrásként egy zárt részhalmazpár-listát adunk meg. Ebben az esetben a zárt részhalmazpárt tartalmazó fájlt kell megnyitni, de vágólapon keresztül is átvehetjük más alkalmazásból a zárt részhalmazpár-listát.

Igen sok beviteli formát ismer a program, nincsenek kötött szabályok a források formátumára nézve. Lehetnek az adatok táblázatban, formázott szövegben, fájlban, vágólapon, képben egyaránt. A program felismeri a beviteli szerkezetet, és a megfelelő algoritmussal értelmezi az adatokat.

A bináris relációtáblázat oszlopaihoz és soraihoz, illetve a zárt részhalmazpárt alkotó elemekhez (ez utóbbi a relációtáblázatból egyértelműen meghatározható) szavakat is rendelhetünk. Ezáltal a felrajzolt gráf sokkal áttekinthetőbb és könnyebben értelmezhető lesz, hiszen ilyenkor számok helyett szavakat ír ki a gép a gráfpontok mellé. A szöveglistát menteni tudjuk, hogy később újra felhasználhassuk. (Természetesen itt is működik a mozgatas vágólapon keresztül.)

A gráf beállításai

Globális beállítások

A programban van egy Beállítások menüpont. Ha erre kattintunk, megnyílik egy ablak, ahol a felrajzolt Galois-gráf tulajdonságait adhatjuk meg. Többek között beállíthatjuk a pontok, élék színét, méretét és a szövegek formátumát (font, stílus, betűméret, szín). A beállítási paraméterek menthetőek (és minden gráfra alkalmazhatóak), így ha például előadáson akarjuk bemutatni gráfjainkat, akkor azok egyforma stílusban jelennek meg.

Szerkezet, rendezés

Minden gráfhoz egyedi beállításokat is rendelhetünk. Ez a szerkezet. A szerkezet

minden gráfra egyedi, így csak azon a gráfon alkalmazható, amelyhez létrehoztuk. A szerkezet tartalmazza a pontok koordinátáit, stílusait, a gráf méretét és egyéb olyan információkat, amelyekből a gráf pontosan reprodukálható. Erre azért van szükség, mert a gráfpontok elhelyezése egy emeleten belül teljesen szabadon (sztohasztikus jelleggel) történik, így nem elégséges (csak szükséges) feltétel a gráf pontos regenerálásához a relációtáblázat (vagy részhalmazpár) megléte.

Például a gráf felrajzolásakor előfordulhat, hogy például a 2. emeleten lévő pont össze van kötve a 4. emeleten lévő ponttal, és az őket összekötő vonal metszi a 3. emeleten lévő pontok egyikét. Ez azt a hatást kelti, mintha a 2. emeleten lévő pont össze lenne kötve a 3. emeleten lévővel, és pedig a felette lévővel. Bár a gráf struktúrája jó, a vizuális megjelenítése hibás! Ha a program ilyen megjelenítési hibát (hibákat) észlel, automatikusan addig rendezgeti a gráfot, amíg az vizuálisan korrekt nem lesz. A rendezés tartalmaz véletlenszerű eljárásokat, ebből adódik a gráfpontok elhelyezésének sztohasztikus jellege.

Amikor a program felrajzol egy Galois-gráfot, meghatározza a kiterjedését, és bekeretezi. A felrajzolt gráfot nagyíthatjuk vagy kicsinyíthetjük, és akár milliméterre pontosan beállíthatjuk a méretét. Mivel a program vektorképként kezeli a gráfot, nagyítás esetén nem következik be torzulás. Viszont a szöveg és a gráfpontok mérete nem változik a nagyítás hatására. Vagyis például 200 százalékos nagyítás esetén a pontok és szövegek nem lesznek 2-szer akkorák, csak 2-szer távolabb lesznek egymástól. A szöveg és gráfpontok méretének változtatásához használjuk a korábbiakban említett „Beállítások” menüt! Ha egy felrajzolt gráf egyik gráfpontjára duplán kattintunk, megjelenik egy kis ablak, amely a kiválasztott szögponthoz tartozó paramétereit jeleníti meg. Információt kapunk a szögponthoz tartozó objektumokról, illetve tulajdonságokról, sőt nemcsak a sorszámát, hanem – ha kitöltöttük a szöveglistát – kiírja a hozzájuk tartozó szöveget is.

Miután megrajzoltunk és beállítottunk egy gráfot, képként is lehet menteni, vagy vágólapon átadni más alkalmazásoknak.

Nyomatás

A program a megrajzolt gráfokat ki is tudja nyomtatni. Amikor a nyomtatás opciót választjuk, megjelenik a nyomtató dialógus, amin egy A4-es lap látható. A lapon méretarányosan megjelenik az elkészült Galois-gráf is. Lehetőség van a rajz milliméterre pontos elhelyezésére a lap szélektől számítva, illetve különböző igazításokat is lehet kérni (balra, középre, jobbra / fel, középre, le). A nyomtató fizikai beállításait is elérjük erről a panelről, többek között a lapméretet és a laptájolást is (fekvő/álló).

Néhány gyakorlati példa az alkalmazásra

Vizsgáljuk az élőlények egy kiszemelt csoportját mint objektumokat, tulajdonságokként pedig bizonyos élettani funkciókat tekintünk. Ebben az esetben a gráfról vizuálisan leolvasható a fentiekben vett élőlényekből alkotható teljes fogalmi rendszer.

Az objektumok lehetnek tanulók, akikkel több kérdésből álló tesztlapot töltetünk ki. Tulajdonságként az egyes feladatok megoldásának sikerességét (megoldotta – nem oldotta meg) tekintjük. Ekkor a gráf megmutatja az osztály tudásának szerkezetét.

Autót szeretnénk vásárolni. Vegyük objektumként az autókat, tulajdonságként pedig az autó felszereltségét, árát (ezt bontsuk fel kategóriákra, hogy binárisan megadhassuk), életkorát (szintén felbontva). Ekkor gráfról kiválaszthatjuk azon autók csoportját, amik megfelelnek igényeinknek és pénztárcánknak. Leolvasható továbbá a legolcsóbb, a legtöbb extrát tartalmazó, legfiatalabb stb., vagyis a szélsőséges értékek.

Vegyünk egy szállítási rendszert, az objektumok a csomópontok (állomások) lesznek, tulajdonságok pedig a szállítási rendszer csomópontjainak lehetséges mű-

veletei (szolgáltatásai). Tegyük fel, hogy a terméken, mely végighalad valamilyen útvonalon, olyan műveleteket kell végezni, melyeknek vannak előfeltételei. Például monitorgyártás esetén előfeltétel, hogy az elektromos alkatrészek benne legyenek a panelban, és csak ezután kerül sor a hűtőforrasztásra. (Mely egyetlen fázisba egyszerre forrasztja be az összes alkatrészt.) A gráfon lentről felfelé végighaladva kiválaszthatjuk azt az optimális utat, melyen garantált a szolgáltatások megfelelő sorrendje. Bonyolíthatjuk az esetet, ha ez egy párhuzamos rendszer, és több azonos állomás is található. Ekkor az optimális terhelés-eloszlás is „kiszámítható”.

Tőzsdén objektumok legyenek a hét napjai, tulajdonságok pedig a különböző részvényindexek változásai (növekedés 2 százalékkal, növekedés 1 százalékkal, nem változik, csökkenés 1 százalékkal, stb.). Kikereshető az a részvény, amelynek értéke a hét minden napján a legtöbbet emelkedett. Kikereshető az a nap, amelyiken a legtöbb index értéke a legnagyobb értékvesztést szenvedte el.

Irodalom

- (1) Benkő Tiborné – Benkő László – Tamás Péter (1998): *Windows alkalmazások fejlesztése Delphi3 rendszerben*. ComputerBooks, Budapest.
- (2) Kovács Szilvia (2000): A Galois-gráf alkalmazása a fizika tanításában. *Iskolakultúra*. 9. 46.
- (3) Nagy Éva (1997): A Galois-gráf alkalmazása a testnevelés oktatásában *Iskolakultúra*, 11. 3.
- (4) Szigeti Márton (2000): Galois-gráf rajzolása számítógéppel. In: Takács Viola: *A Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása*. Iskolakultúra könyvek, Pécs.
- (5) Takács Viola (1994): Dolgozatok értékelése számok nélkül. *Iskolakultúra*, 18. 38.
- (6) Takács Viola (1996): Hagyományos tantárgyak – Műveltségterületek a Nemzeti Alapanttervben. *Iskolakultúra* 3. 51.
- (7) Takács Viola (1996): Galois-szociogram. *Iskolakultúra*, 11. 88.
- (8) Takács Viola (1997): Kiegészítés a Galois-szociogramhoz *Iskolakultúra*, 2. 118.
- (9) Takács Viola (1997): A tudásszerkezet mérése. *Iskolakultúra*, 6–7. (melléklet)
- (10) Takács Viola (2000): *A tananyag, a tudás és a közösség szerkezete*. Pedagógus Szakmai Megújítása Projekt Programiroda, Budapest.
- (11) Takács Viola (2000): *A Galois-gráfok pedagógiai alkalmazása*. Iskolakultúra könyvek. Pécs.