

Számítógéppel segített matematikaoktatás

Az ICTMT – International Conference on Technology in Mathematics Teaching –, azaz Nemzetközi Konferencia a Matematikatanítás Technológiájáról elnevezésű rendezvénysorozat célja az eredményes matematikatanítás-tanulás didaktikai feltételrendszerének korszerűsítése. A sorban ötödik konferenciát 2001. augusztus 6–9-ig Klagenfurtban rendezték.

A kognitív fejlődésre, a tanulásra a tárgyi, információs és szociális környezetelemek egyaránt hatnak. (1) A 20. század utolsó évtizedei az információs-kommunikációs technológia gyökeres átalakulását, megújulását hozták magukkal. Ezen rendkívül összetett eszközrendszer talán legnagyobb hatású elemei a számítógép-algebrai rendszerek (angolul Computer Algebra System, röviden CAS) és a dinamikus geometriai rendszerek (DGS).

A CAS, DGS és más számítógépes szoftverek megjelenése nagy kihívást jelent a matematikai didaktika s általában a kognitív tudományok számára. A gyökereken új technológiai elemek elterjedése egyaránt hat a tanári és a tanulói attitűdrendszerre, messzemenő következményei vannak a tudásreprezentáció és a tudásmérés területén is.

A klagenfurti konferencián a világ minden részéből mintegy 250-en vettek részt. Az egyes szekciókban, munkacsoportokban, illetve speciális csoportokban 170 előadás hangzott el. A konferencián elhangzott előadások kivonata megtalálható a <http://www-sci.uni-klu.ac.at/ictmt5> címen. Az alábbiakban, áttekintve a konferencia munkáját, megkíséreljük a matematikai didaktika által adott válaszokat összegezni.

Axiómának tekinthetjük azt, amit a konferencián *Willi Dörfler*, az osztrák matematikadidaktikai társaság alelnöke mondott: modern technika nélkül nincs modern matematikaoktatás.

A konferencia vizsgálta az új információs technológia szerepét

- a matematikai tananyag változásának,
- a tanítási, tanulási stílus alakulásának,
- a fogalomalkotás fejlődésének,
- az értékelés problémáinak,
- a tanári és tanulói munkastílus módosulásának területén.

Külön munkacsoport foglalkozott a tradicionális programozásnak a számítógép-algebrai rendszerek korában betöltött szerepével.

Az ICT (Információs Kommunikációs Technológia) által indukált és a konferencián tetten érhető változások közül négyet szeretnénk kiemelni:

- a különböző matematikai szoftverek kooperációja;
- a kognitív megközelítés előtérbe kerülése;
- a matematika és a programozás közeledése;
- a számítástechnika által támogatott matematikatanítás fokozatos elterjedése a közép- és alsó fokú oktatásban.

A különböző matematikai szoftverek kooperációja

Immáron több mint 15 év telt el azóta, hogy az első olyan számítógép-algebrai rendszerek (Mathematica, Maple, MuPAD) megjelentek, amelyekben a szimbolikus és numerikus számításokat, valamint a grafikai lehetőségeket úgy ötvözték egybe, hogy együttesen kellemes, felhasználóbarát környezetet kínálnak a matematikai feladatok megoldására.

A kilencvenes években jelent meg a matematikai megismerést segítő másik nagy

szoftver-csoport: a dinamikus geometriai rendszerek (DGS). Ilyen például a Geometer's Sketchpad, a Cabri Geometry, a Cinderella, az Euklid vagy WinGeom rendszer.

Ezek a rendszerek lehetővé teszik, hogy az egyes geometriai objektumokat a geometriai transzformációk hatásának alávetve tanulmányozhassuk.

Napjaink egyik fő jelensége, hogy a számítógépalgebrai rendszerek (CAS és a dinamikus geometriai rendszerek (DGS) (az együttes rendszert rövidíthetjük DaC-vel) egymást kiegészítve segítik az oktatási folyamatot.

Ilyen módon igen hatékonyan támogatják a kutatás → sejtés → ellenőrzés (kipróbálás) → bizonyítás fázisaiból álló matematikai felfedezés (újra-felfedezés) folyamatát.

A számítógépalgebrai, illetve dinamikus geometriai rendszerek együttes használata lehetővé teszi, hogy a matematikaoktatás az algebrai, a függvények viselkedésével kapcsolatos, illetve a geometriai problémák hatékony kezelésére alkalmas módszereket tanítson.

De csak a didaktikailag legkörülbíróbban szervezett felhasználás hozhat létre valódi értéktöbbletet.

Néhány – a felhasználás során minden bizonnyal betartandó – alapelv:

– Valamennyi didaktikai eljárást újra kell gondolni a DaC alkalmazásának szemszögéből.

– Meg kell vizsgálni a tanulási folyamat egészét kognitív pedagógiai szempontból.

– A DaC használatánál a tartalmi kérdések elsődlegesek.

– Minden lehetőséget meg kell ragadni többoldalú megközelítésre, ahol lehet, az analitikus, numerikus, grafikus leírást egyaránt alkalmaznunk kell. Erre a számítógépes rendszerek a korábbinál hasonlíthatatlanul több, változatosabb és időt kímélő lehetőségeket adnak.

– A megnövekedett számítási kapacitás szükségessé teszi, hogy a korábbinál többet és mélyebben foglalkozzunk a kiszámíthatóság, numerikus stabilitás kérdéskörével.

– A tanulói teljesítmények mérésénél figyelembe kell venni, hogy a számítógép felhasználásával nyújtott teljesítmény hogyan viszonyul a hagyományos keretek között nyújtotthoz.

– A matematikai modellalkotás elsőrendű feladat.

A kognitív megközelítés

A kognitív pedagógiai-pszichológiai megközelítések előtérbe kerülése több szempontból is örvendetes. Egyrészt számítógépalgebrai rendszerek oktatásban való használata során igen fontos, hogy elkerüljük az úgynevezett „black box” (fekete doboz) hatást. Tehát ügyelnünk kell arra, hogy csak a bevezetendő fogalmak mély elsa-

játítása, az eljárások memória-térképének (mind map) kialakulása után alkalmazzuk akár a saját fejlesztésű, akár a programkönyvtárban megtalálható, félig vagy egészen automatizált eljárásokat.

Másrészt éppen a számítógépalgebrai rendszerek nyújtanak lehetőséget arra, hogy a kapcsolódó fájlok segítségével (s persze másként is) belső kapcsolatokban

Immáron több mint 15 év telt el azóta, hogy az első olyan számítógépalgebrai rendszerek (Mathematica, Maple, MuPAD) megjelentek, amelyekben a szimbolikus és numerikus számításokat, valamint a grafikai lehetőségeket úgy ötvözték egybe, hogy együttesen kellemes, felhasználóbarát környezetet kínáljanak a matematikai feladatok megoldására.

A kilencvenes években jelent meg a matematikai megismerést segítő másik nagy szoftver-csoport: a dinamikus geometriai rendszerek (DGS). Ilyen például a Geometer's Sketchpad, a Cabri Geometry, a Cinderella, az Euklid vagy WinGeom rendszer. Ezek a rendszerek lehetővé teszik, hogy az egyes geometriai objektumokat a geometriai transzformációk hatásának alávetve tanulmányozhassuk.

gazdag tudásrepresentációs hálózatot hozunk létre.

A szerző *Klincsik Mihály*val közösen tartott előadásában a Toolbook szerzői rendszer és a Maple számítógép-algebrai rendszer együttes felhasználásával történő oktatásról számolt be. (4) A Toolbook vagy más szerzői rendszer segítségével előkészíthetjük a számítógép-algebrai rendszer használatát. A megtanulandó eljárás bevezető, kézi számolással végzett változatát például úgy modellezhetjük, hogy a lényegről a figyelmet sokszor elterelő, mechanikus műveleteket a rendszer végezze el. Ezáltal a tanuló (hallgató) az elsajátítandó új ismeret lényegére tud összpontosítani. Az alábbi ábra pillanatképfelvétel egy ilyen alkalmazásról: a bázistranszformáció során sok részletszámítást kell elvégezni, ezek „nyűgét” a Toolbook segítségével készített program leveszi a vállunkról.

The screenshot displays a software interface for matrix operations. At the top left, a window titled 'BASIS TRANSFORMATION' shows a grid of pivot elements with columns labeled 1, 2, 3, 4 and rows labeled 1, 2, 3, 4. Below this, a window titled 'TABLE AFTER THE 1. TRANSFORMATION' shows a matrix with columns labeled a_1, a_2, a_3, a_4 and rows labeled a_2, a_3, a_4, δ . The matrix values are: a_2 row: 0.5, 1, 1.3, 2; a_3 row: -7, 0, -7, -10; a_4 row: 1, 0, -2, -7; a_4 row: 2.5, 0, -3.5, -1; δ row: 0.5, 1, 1.5, 2. Below this, a window titled 'TABLE AFTER THE 2. TRANSFORMATION' shows a matrix with columns labeled a_1, a_2, a_3 and rows labeled a_2, a_3, a_4, δ . The matrix values are: a_2 row: -0.9, 1, 0.1, 0; a_3 row: 0.7, 0, 0.7, 1; a_4 row: 5.9, 0, 2.9, 0; a_4 row: 4.2, 0, -2.8, 0; δ row: 0.7, 0, 0.7, 0. To the left of the second table, there are text boxes for calculations: 'It isn't row or column of the pivot element', ' $x_1 = x_3 - 5 * c_2$ ', ' $x_2 = x_2$ ', and 'Substitutions: $x_3 = 1 - (0.7) * (-7) = 5.9$ ', ' $\delta = -7 / (-10) = 0.7$ '.

I. ábra

A matematika és a programozás közeledése

Elmar Cohors-Fresenborg a programozás fogalmának definiálásakor a függvény (függvényszerű kapcsolat) – modellképzés – algoritmus fogalomhármass szoros kapcsolatát hangsúlyozza.

A modellképzés során a különböző paraméterek közötti függvénykapcsolatokat ismerjük föl és a keletkezett modellt a számítógépen algoritmus formájában implementáljuk. (2) Tegyük hozzá, legtöbbször úgynevezett pszeudokód formájában írjuk meg az algoritmust. Így az algoritmus idő-

és gépfüggetlen s többféle alkalmas programnyelven megvalósítható.

A fenti értelemben vett programozás egyre inkább a matematikai tevékenység részévé válik. És ez éppen a számítógép-algebrai rendszerek felhasználásával tehető meg a legtermészetesebb módon.

Mindez azt jelenti, hogy a modellalkotás, az algoritmikus gondolkodás szerepe nő. (3) Ez mindenképpen a kreatív ismeretszerzés súlyának növekedését hozza magával.

A számítástechnika által támogatott matematikatanítás

A kézben tartható számítógépek (handheld technológia) térhódításával a számítógép segítségével történő matematikatanítás a közép-, helyenként az alsó fokú oktatásban is terjed.

Ezek a kézbe vehető számítógépek már egészen mások, mint a korábbi kalkulátorok, számológépek. A legújabb típusokkal, mint például a TI-92 vagy a Casio új modellje, mind a számítógép-algebrai, mind a dinamikus geometriai rendszerek egyszerűbb változatai futtathatóak. Viszonylag könnyen kezelhetőek, áruk sem túlságosan magas. Így valóban alkalmasak arra, hogy felhasználásukkal a matematika megtanulását is segítő programozás elsajátításának első lépéseit megtegyék a tanulók.

Összegzésként megállapíthatjuk, hogy a matematikát művelők egész társadalma, de kiváltképp a matematikát oktatók s tanulók gazdagozhatnak azáltal, ha alkalmazzák a számítástechnika által kínált modern eszközöket. Az alkalmazás mind optimálisabb módjához azonban csak pedagógiai vizsgálatok, alapos kutatómunka útján juthatunk el.

Jegyzet

- (1) CSAPÓ Benő: *Kognitív pedagógia*. Akadémiai Kiadó, Bp. 1999.
- (2) COHORS-FRESENBORG, Elmar: *Zur Integration algorithmischer und axiomatischer Denkweisen in den Mathematikunterricht der Klasse 7 des Gymnasiums*. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Verlag Franzbecker, 1987. 130–133. old.
- (3) FUCHS, Karl Josef: *Programming in the Age of CAS*. ICTMT5, Klagenfurt, 2001.
- (4) <http://www.pmmf.hu/sarvari>

Sárvári Csaba