

# A matematika érettségi feladatbank munkálatai az Országos Közoktatási Intézet 1997–1998. évi projektjében

*A „matematika érettségiről” megjelent tanulmányunknak ez a második része. Ebben a matematika feladatbankkal kapcsolatos munkálatokból*

*a munkacsoportot, a feladatkészítés szempontjait, a feladatok bemérésének és elemzésének módszereit mutatjuk be, majd összegezzük, hogy milyen tapasztalatokat szereztünk a kutató-fejlesztő munkánk során.*

## 1. A munkacsoport

A munkacsoport tagjainak kiválasztása előtt intézeti szinten arra az elhatározásra jutottunk, hogy az első vizsgálatunkban a *középszintet preferáljuk*, s kisebb súllyal foglalkozunk az emelt szinttel. Egyrészt azért, mert az érettségiző populáció nagyobbik részét érinti a középszintű vizsga. Ugyanis a kb. 70 000 érettségizőből kb. 24 000 a felvételiző, vagyis az emelt szintű érettségit választók száma, és kb. 46 000-en a matematikával a továbbiakban nem kívánnak intenzíven foglalkozni. Másrészt pedig az utóbbi esztendőkből nincsen semmilyen statisztikai összegzés arról, hogy a középszintnek megfelelő iskolai érettség in országosan hogyan teljesítenek a tanulók. Nincs ugyanis semmiféle központi adatszolgáltatási kötelezettség az elért eredményekről. Azt mondhatjuk, hogy csak informális csatornák segítségével alkothatunk véleményt arról, hogy az adott év érettségi vizsgája könnyű volt, nehéz volt, illetve, hogy valójában milyen mértékben teljesítették a vizsgázók az érettség kritériumait.

A szintekről való döntésünk meghatározta, hogy kiket kérjünk fel a munkára. Elsősorban középiskolai tanítási gyakorlattal bíró pedagógusokra gondoltunk, akiknek felsőoktatási tapasztalatuk is van. Gimnáziumi, szakközépiskolai tanárok dolgoztak a munkacsoportban, s közülük nem egy főiskolán is oktat. A gyakori ülésezés, megbeszélés miatt fővárosi pedagógusokra esett a választásunk, de egyéb szempontok mentén a sokoldalúságra törekedtünk. A legfontosabb ilyen szempontunk a feladatkészítési tapasztalat volt.

## 2. A matematika témák gyűjtésének és a teszt összeállításának szempontjai

### 2.1. A munkához felhasznált szakmai dokumentumok

A munka megkezdésekor az egyéni hazai és külföldi szakmai tapasztalatok mellett a következő dokumentumok álltak a rendelkezésünkre:

- az érvényes közoktatási törvény (1);
- az érettségi vizsgaszabályzatának munkadokumentuma (ez többször is változott a fejlesztő munkánk ideje alatt) (2);
- az érettségi vizsga készülő, azóta elfogadott általános követelményei (3);
- a matematika érettségi vizsga részletes követelményeinek munkadokumentuma (többszöri finomított változatát használtuk a munkánkban) (4);

– a holland–magyar érettségi projekt tapasztalatait összegző kötet, különösen annak matematikával foglalkozó fejezete (5).

Ezeket a dokumentumokat gondosan mérlegelve áttanulmányoztuk, s a matematika érettségire érvényes paragrafusainak nagyrészt eleget tettünk a teszttel kapcsolatos döntéseinkben.

## 2.2. Az érettségizők lehetséges rétegződése a matematika tantárgy szerint

Átgondolva azt, hogy az érettségizők a továbbtanulásuk és a várható élethelyzetük, munkájuk szempontjából hogyan rétegződhetnek, és ehhez milyen szintű matematikai ismeretekre van szükségük, alapvetően öt érdekcsoportot különböztettünk meg. Táblázatos formában megfogalmaztuk, hogy ezeknek a csoportoknak milyen minimális kompetenciákra lesz szükségük, amelyeket az érettségén, annak közép- vagy emelt szintjén bizonyítaniuk is kell.

E jellemző kompetenciák nyomán már érzékelhető a munkacsoport szemléletmódjának egyik eleme, mely szerint a várhatóan középszintű érettségit választó első három csoport számára gyakorlatiasabb feladatokat kívántunk kidolgozni.

CÉLCSOPORTOK	MINIMÁLIS KOMPETENCIÁK
Tovább nem tanulók	Az egyes élethelyzetekből adódó feladatok megoldása
Humán területen továbbtanulók (pl. nyelvek) Olyan humán szakokon továbbtanulók, vagy szakmában elhelyezkedők, akik használják a matematikát, vagy annak részterületeit (pl. szociológus)	Az élethelyzetekből adódó feladatok megoldása A későbbi tanulmányokat segítő biztonságos tudás (felsőoktatási szükséglet)
A fizika vagy műszaki tudományok, könyvvitel (...) területén továbbtanulók	Sokoldalú és mély matematikai ismeretek; célirányos felhasználói ismeretek
Matematikát tanulók, vagy kutatómunkára készülő, akik intenzíven használják a matematikát	Sokoldalú és mély matematikai ismeretek; célirányos felhasználói ismeretek; Önálló, magas szintű problémamegoldásra való képesség

### 1. táblázat

#### A matematikából érettségizők rétegződése

## 2.3. Tartalmi újítás

A tartalom megújításának egyik indokát, a gyakorlatiasabb problémák teljesítésének szükségességét már az előbbieken érintettük.

A tartalmi megújítás másik indoka az, hogy az ún. „zöld könyv”-beli feladatok (6) már közel húszévesek, és ez az időszak túlságosan hosszú ahhoz, hogy azokat ne kellene tartalmilag is és formailag is egy kissé felújítani. Az élet és a gyerekek szokásainak, hozzáállásának, érdeklődésének érzékelhető átalakulása és a tantervi változások is indokolták és indokolják a vizsga feladatainak felfrissítését.

Ugyanakkor a tartalmi változtatással óvatosan haladhatunk csak. A születőben levő új érettségi követelményrendszer olyan területeket is tartalmaz, amelyek ma még csak óvatosan mérhetők, mert még korántsem tanítják ezeket minden iskolában (például: statisztikai, valószínűségszámítási ismeretek, kombinatorika, gyakorlatias problémák).

## 2.4. Feladattípusok

A tesztkérdések típusait tekintve megfontoltuk azt is, hogy mennyiben szabad matematikából az érettséget feleletválasztásos technikával mérni. Néhány felsőoktatási intézményben megfogalmazódott az az igény, hogy a nagyszámú érettségi-felvételi dolgozatok gyors, de szakszerű javítása érdekében át kellene térni a feleletválasztásos tesztkérdésekre.

dések alkalmazására. A magyar hagyományoktól ez egyelőre idegen, és nem is lenne teljesen etikus, ha kellő előkészületek, megfelelő iskolai bevezetés nélkül térnénk át egy ilyen rendszerre. Meg kell azonban jegyezni, hogy a Közgazdaságtudományi Egyetem munkatársai által összeállított tesztlapok feladatai között olyanok is szerepeltek, amelyek eléggé meggyőzőek voltak a technikának az érettségi dolgozatokban való alkalmazhatóságát illetően. De végül is a munkabizottság úgy döntött, hogy az első mérésünkhöz nem feleletválasztásos, hanem nyílt végű feladatokat gyűjtünk, mindazonáltal nem vetjük el, hogy a későbbiekben feleletválasztásos formájú itemeket is kipróbáljunk és bemérjük.

### 2.5. *A két szint viszonya, a feladatok fokozatossága*

Tudtuk, hogy döntenünk kell majd abban a kérdésben is, hogy a középszintű és az emelt szintű tesztek hogyan viszonyuljanak egymáshoz. Része legyen-e a középszintű feladat-sor az emelt szintűnek, vagyis ráépüljenek-e a nehezebb feladatok, tesztitemek a középszintre, vagy az emelt szintű dolgozat teljesen különálló legyen. Ez az új érettségi modell egyik kardinális kérdése, így szélesebb körben kell majd megvitatni és konszenzusra jutni e kérdésben. A feladatbank építés technikája „megtanulásának” időszakában egyelőre azt a megoldást választottuk, hogy a középszintre tervezett feladatokhoz hozzátettük az emelt szintűnek értékelt feladatokat, itemeket a későbbiekben részletezett módon.

Egyetértés született abban is, hogy a tesztek a műveletek nehézségi szintje szerint fokozatosan épüljenek egymásra, azaz a hierarchia alsóbb fokán álló feladatoktól jussunk el a valódi problémamegoldást jelentő nyitott feladatokhoz. Kérdéssorok, feladatláncok alkalmazását gondoltuk célszerűnek, de olyan módon, hogy egy-egy item megoldhatósága a lehető legkevésbé függjön attól, hogy az előtte szereplő itemben sikeres volt-e a megoldás vagy sem.

### 2.6. *A matematika feladatbank kerete – a mátrix*

A bemutatott többbretű szempontsor átgondolása után láttunk neki a feladatok, itemek gyűjtésének. A gyűjtéshez felhasználtuk a holland projektben alkalmazott mátrixos módszert. E szerint akkor beszélhetünk arról, hogy van matematika feladatbank, ha a mátrix cellái kellő mennyiségű, kipróbált, tehát paraméterekkel ellátott itemekkel vannak feltöltve. A mátrix kereteket biztosított arra, hogy az érettségi szempontjából fontos minden témához, valamint a mentális, gondolkodási tevékenységek többféle szintjéhez egyenletesen, arányosan keressünk feladatokat.

A mátrix dimenziói tehát a következők: függőlegesen, az első oszlopban szerepelnek az érettségi vizsga részletes követelményeinek megfelelő témakörök, és vízszintesen a négy elem a műveletek négy hierarchikus szintjét jelenti. A tematikus elrendezés ideiglenes, mert véglegesíteni akkor lehet, ha a vizsgakövetelményeket miniszteri rendelettel nyilvánítják. A négyféle műveleti szint megkülönböztetése egybevág a holland modellel. Reprodukzív feladatok közé kétféle feladattípust soroltunk be. Az  $r_1$ -gyel jelölt reprodukzív feladatok az egy-egy tanult definíció, szabály, tétel felidézését igénylő feladatokat, az  $r_2$ -vel jelölt pedig a rutinfeladatok lényeges változtatás nélküli megoldását jelenti. Az egyéb feladatok produktívnak minősülnek, azonban a produktív feladatokban is megkülönböztettünk két szintet. A határokat egy-egy feladat esetén elég nehéz megvonni. A  $p_1$ -gyel jelölt feladatokban a szövegértelmezés alapján fontos feladat a megoldáshoz vezető matematikai modell megtalálása, a matematikai modell azonban nem bonyolult. A  $p_2$ -vel jelölt feladatokban a modell már összetett, több ismeret összekapcsolása szükséges ahhoz, hogy a feladatot a tanulók meg tudják oldani.

Fejlesztő-kutató munkánk eredményeként tehát ebbe a mátrixba gyűlhetnek azok a kipróbált feladatok, amelyek jól beváltak, amelyeket nem kell elvetnünk, amelyeknek meg-

felelőek a paraméterei ahhoz, hogy érettségi feladatokként szerepeljenek a jövő érettségi vizsgáin. Az egyelőre ideiglenes mátrixunk a következő:

	Reproduktív		Produktív	
	$r_1$	$r_2$	$p_1$	$p_2$
Tartalmi elemek				
Gondolkodási műveletek				
1. Logika				
2. Halmazelmélet				
3. Kombinatorika				
Számelmélet, algebra				
1. Számfogalom				
2. Számelmélet				
3. Számrendszerek				
4. Algebrai kifejezések, műveletek				
5. Hatványozás, gyökvonás				
6. Logaritmus				
7. Egyenletek, egyenlőtlenségek				
8. Lineáris algebra				
Függvények, az analízis elemei				
1. Függvények (fogalmi, definíciós kérdés),				
2. Függvények grafikonjai				
3. Függvények elemzése				
4. Függvénytranszformációk				
5. Sorozatok				
6. Az analízis elemei				
Geometria, koordinátageometria, trigonometria				
1. Elemi geometria				
2. Síkgeometria				
3. Térbeli alakzatok				
4. Kerület, terület, felszín, térfogat				
5. Vektorok				
6. Trigonometria				
7. Koordinátageometria				
Valószínűség, statisztika				
1. Leíró statisztika				
2. Valószínűségszámítás				
3. Matematikai statisztika				

2. táblázat  
A matematika feladatok mátrixa

### 2.7. A kiválasztott feladatok, illetve a teszt jellemzése

A 136 feladatból hat tesztvariánst állítottunk össze, amelyekből végül is a lektori vélemények figyelembevételével alakult ki az az itemkollekció, amellyel az első bemérést végeztük.

A tantárgyi kutatási beszámoló közös bevezetőjében vázolt megfontolások alapján (7) a matematika feladatok kipróbálása és bemérése is két tesztfüzettel történt. Az 1. füzetben helyeztük el a hipotézisünk alapján középszintűnek ítélt feladatokat, összesen 7 feladatot, amelyek az alkérdésekkel együtt 18 itemet tartalmaztak. A 2. tesztfüzetbe még további két feladat (8 item) került, amelyek emelt szintűeknek számíthatnak. Az 1. füzet 7 feladatának megoldását három óra alatt kellett befejezniük a diákoknak, a 2. füzet feladataira további egy óra állt a rendelkezésükre.

A feladatokat röviden a következőképpen jellemezhetjük: szerepeltek köztük újszerű, egyszerű gyakorlati problémák; a mai vizsgának is megfelelő egyenletek, amelyek megoldá-

sához lényegileg a megfelelő definíciók ismerete volt szükséges; koordinátagometria feladatsorok; újszerű, szöveges, az adószámítással kapcsolatos gyakorlati problémák; volt köztük továbbá gyakorlatias geometriai problémalánc; sorozatokkal foglalkozó újszerű, szöveges gyakorlati probléma, s voltak kombinatorikai feladatok.

A javításhoz megoldási útmutatót készítettünk, amelyben minden feladat megoldását a legkisebb értékelhető egységig lebontva közöltük az elérhető pontokkal együtt.

A pontozás kialakításánál több szempontot vettünk figyelembe. Egyrészt az értékelhető elemek számát, másrészt a feladatok feltételezett nehézségét, harmadrészt pedig a 2004-re tervezett vizsgaszabályzatban lerögzített maximális 100 pontot. A csoport minden tagja készített egy pontozási javaslatot az egyes feladatokra, úgy, hogy az összpontszám az 1. tesztfüzet (középszint) esetén 100 legyen, majd ezek átlagát véve alakult ki a végleges pontszám. (Az emelt szint két feladatára arányosan 38 pontot lehetett szerezni.)

### 3. A vizsgálatban részt vett tanulókról

A kutatás lehetőséget adott arra, hogy a korábbi CITO-projektben (8) szereplő fővárosi iskolák közül annak a 16 gimnáziumnak a diákjait vonjuk be a mérésbe, amelyek szívesen vállalkoztak az új típusú feladatok bemérésére, kipróbálására is. Így a matematika mérésben 16 iskola 526 tanulója vett részt.

A következőkben néhány adattal jellemezzük a tanulói mintát. Az adatok a tanulói kérdőív megfelelő kérdéseire adott tanulói válaszokból származnak.

Összlétszám	526
Matematikából felvételizők	290
Matematikából nem felvételizők	220

(A hiányzó tanulók a vizsgálat időpontjában még nem döntötték el a továbbtanulási szándékot.)

3. táblázat  
A tanulók létszámadatai

A matematikából felvételizni szándékozók, illetve nem felvételizők aránya a mérés időpontjában lényegesen nagyobb a mintánkban (1,3), mint amilyen a tényleges országos arány a felvételik időpontjában (kb. 0,53). Ez egyrészt a fővárosra mindig jellemző, másrészt pedig ezt az arányt nem lehet véglegesnek tekinteni, mert a jelentkezések időpontjában még általában sokan meggondolják magukat. A vizsgálat következtetéseinek szempontjából azonban e tény is óvatosságra inthet bennünket.

A megelőző évi iskolai matematika érdemjegyek szerint a vizsgált csoport nem mutat különlegességet, a közepes és a jó jegyek dominálnak, és a jelesek között többen vannak a fiúk, mint a lányok. Ez az adat egybevág a MONITOR-vizsgálatokból kapott országosan érvényes ténnyel, miszerint a 12. évfolyamon szignifikáns különbség van a fiúk és a lányok matematikatudása között, a fiúk javára. (9) Ez tükröződik tehát a helyi érdemjegyekben is.

Érdemjegy	Teljes minta (%)	Fiúk (%)	Lányok (%)
Elégséges	12,9	14,3	11,7
Közepes	26,2	22,8	29,7
Jó	34,3	33,6	35,0
Jeles	26,2	29,3	22,9

4. táblázat  
A tanulók eloszlása a matematika érdemjegyek szerint

A matematika tantárgyat a vizsgált tanulónak több mint a fele kedveli mind a lányok, mind a fiúk esetében, ahogyan azt az 5. táblázat mutatja.

A matematika kedveltsége	Teljes minta (%)	Fiúk (%)	Lányok (%)
egyáltalán nem kedveli	8,7	5,8	11,3
nem kedveli	23,1	19,3	27,1
kedveli	54,1	59,5	48,9
nagyon kedveli	13,1	15,1	11,3

5. táblázat  
A matematika kedveltsége

A 6. táblázat adataiból az látható, hogy a tanulók inkább átlagos feladatmegoldónak tartják magukat, mintsem jónak, illetve hogy a fiúk jelentősebb aránya érzi magát jó feladatmegoldónak, szemben a lányok ez irányú önképével.

Feladatmegoldó képesség	Teljes minta (%)	Fiúk (%)	Lányok (%)
nem túl jónak	25,2	18,5	31,5
átlagosnak	48,2	48,6	48,1
jónak	24,3	29,3	19,2
nagyon jónak	1,5	2,7	0,4

6. táblázat  
A tanulók önértékelése a feladatmegoldó képesség alapján

A 7. táblázat azt mutatja, hogy a matematika mindennapi életben betöltött szerepét eléggé jelentősnek látják a tanulók, s itt is a fiúk véleménye a markánsabban egyetértő.

A matematika fontos a mindennapi életben	Teljes minta (%)	Fiúk (%)	Lányok (%)
nagyon egyetértek	11,2	15,1	7,5
egyetértek	71,9	71,0	72,6
nem értek egyet	13,9	10,0	17,8
egyáltalán nem értek egyet	1,7	1,9	1,5

7. táblázat  
A matematika fontosságának megítélése

A fontosság megítélése mellett a tanulók arról is nyilatkoztak, hogy a jövő életpályájuk során hogyan látják a matematika szerepét. A 8. táblázat alapján látható a fiúk és a lányok közötti különbség; több fiú lát maga előtt olyan pályát, amelyben a matematikának meghatározó szerep jut.

Olyan munkát szeretnék, amelyben használom a matematikát	Teljes minta (%)	Fiúk (%)	Lányok (%)
nagyon egyetértek	11,2	14,3	8,3
egyetértek	37,0	45,9	28,6
nem értek egyet	32,6	26,6	37,3
egyáltalán nem értek egyet	17,1	10,4	23,3

8. táblázat  
A matematika szerepe a hivatásban

A feladatok beméréséhez, jellemzéséhez alkalmazott tanulói mintánk a választott szempontok szerint nem mutat semmilyen rendkívüli jellegzetességet, így a feladatokra a kapott adatok alapján érvényes megállapításokat tehetünk.

#### 4. Az értékelésről

A megoldott feladatok értékelését a fejlesztő munkacsoportban részt vevő tanárok végezték a javítási útmutató alapján. Véleményük szerint az útmutató általában megfelelő eligazítást adott. Voltak azonban olyan részelemek, amelyek értékelése még ennek ellenére is nehéz volt. Ebben a vizsgálatban nem volt módunk egy-egy dolgozatnak több értékelő általi javítására, így nem kaptunk igazi visszajelzést arról, hogy az egyes itemek megítélésében hol lehetnek eltérések a különböző értékelők között. A jövőben az útmutató finomítására, így a pontosabb értékelésre adna lehetőséget az, ha az itemek értékelését legalább két különböző értékelő végezhetné, s az értékeléseket egybevetethetnénk egymással.

A következőkben a középszintnek megfelelő teszt eredményeit, az elemzés módját és példaként két item jellemzését mutatjuk be.

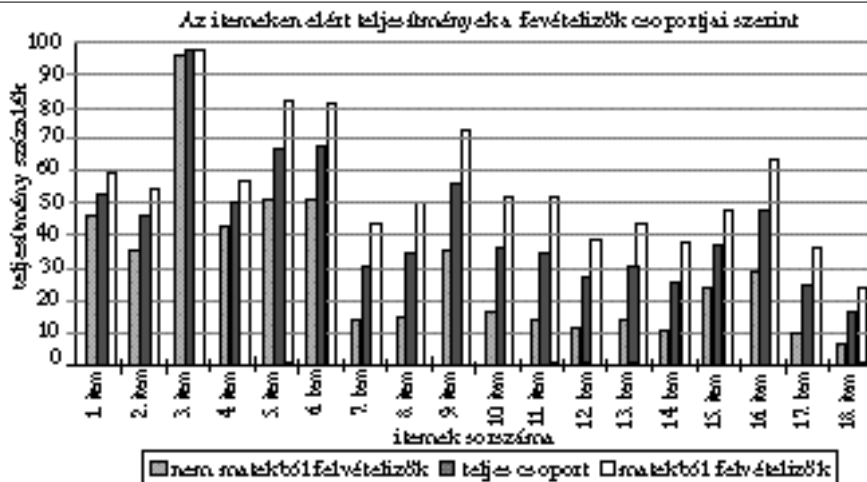
##### 4.1. A teszten elért eredmények

Adatok	Teljes csoport	Matematikából nem felvételizők	Matematikából felvételizők
Létszám	526	220	290
Šzórás (pontszám)	23,69	15,43	22,52
Teljesítmény (%)	40,45	26,28	52,26
Megbízhatósági mutató (a)	0,90	0,83	0,87

##### 9. táblázat

##### Az 1. alteszt eredményeinek összefoglalása

A 9. táblázatból első közelítésben látható, hogy a teljesítményátlag meglehetősen alacsony. A viszonylagosan alacsony teljesítményekhez a feladatok újszerűségén túl az is hozzájárult, hogy a feladatok bemérését az érettségi előtti szokásos összefoglalás most nem előzte meg. Ez a tény valószínűsíthetően kihat az itemek nehézségi indexére, a teljesítmény alacsonyabb, vagyis az itemek nehezebbnek tűnnek, mint az egy későbbi mérés alapján lett volna várható. Az itemek ezen felüli viselkedése eléggé jellegzetes, amint azt később, az itemelemzésben látni fogjuk. A differenciáló képességet valószínűsíthetően nem befolyásolja a mérés időpontjának ténye. Az itemek részletes elemzése előtt az 1. ábra segítségével az egyes itemeken bemutatjuk a két alcsoport teljesítményeit.

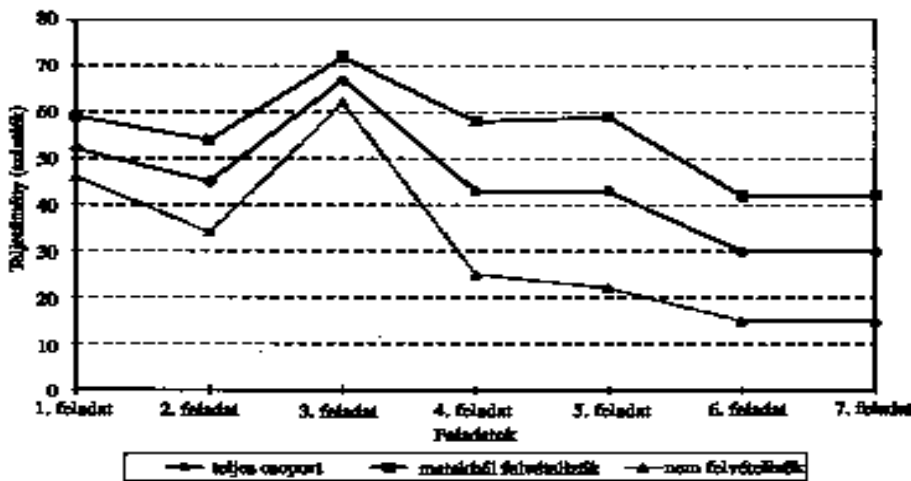


1. ábra  
Az egyes itemeken elért teljesítmények az 1. altesztben

Az 1. ábra alapján jól látható, hogy a felvételizők és a nem felvételizők csoportja között a teljesítményekben jelentős különbség van, s hogy a matematikatudás mérésének szempontjából valójában külön kezelendő két részpopulációról van szó.

Ugyanezt az eredményt tükrözi a középszintűnek szánt itemeket összefogó hét feladat teljesítményét szemléltető 2. ábra is, amelyet másfajta vizuális szemléltetéssel készítettünk el.

A matematika érettségi tehát azzal, hogy külön kezeli a felvételizőket és a nem felvételizőket, már jelenleg is figyelembe veszi a tantárgyra vonatkozó természetes rétegződést, amit e tárgyban a két szint megléte kifejez.



2. ábra  
Az egyes feladatokon elért összesített teljesítmények a középszintre szánt hét feladatban

#### 4.2. A teljesítmények az előző évi osztályzatok tükrében

Felmérésünk a szokásos iskolai érettségivel szemben most nemcsak abban az értelemben számít központi vizsgának, hogy a feladatokat nem az iskola állítja össze, hanem tulajdonképpen szabályos „külső vizsgának” tekinthető, hiszen az értékelést nem az osztályt



tanító tanár, hanem külső értékelő végzi. Ezért, annak ellenére, hogy a tanuló előző évi osztályzata nem azonos azzal a jeggyel, amit tanárától erre a dolgozatra kapna, mégis tanulásos egybevetni, hogy az előző évi osztályzatok és a teszten elért teljesítmények (külső értékelés) milyen viszonyban vannak egymással.



3. ábra

*Az előző évi matematika érdemjegyek és a teljesítmények*

A 3. ábra azt mutatja, hogy az egyes érdemjegyek szerinti csoportokban milyen intervallumba esnek a tanulói teljesítmények. Látható, hogy a jeles és a jó érdemjegy sávjai milyen szélesek a középszintűnek szánt 1. feladatsoron (MATEMATIKA I). A helyi értékelés alapján jó érdemjegyű tanulók szóródása igen nagy, 22–23 pontos dolgozatok, illetve 63–64 pontos dolgozatok is szép számmal előfordultak a mintában. A jeles osztályzatú tanulók egy része ezen a központi feladatsoron még 40 pontot sem ért el, vagyis 40% alatt teljesített.

Ezek az adatok, vagyis az, hogy a helyi jeles, jó és egyéb osztályzatok mögött mennyire nem azonos tudás húzódhat meg, szintén rávilágítanak arra, hogy az érettségi vizsga értékelésének objektivitását, az országosan azonos standardokat biztosító törekvések nagyon is időszerűek az érettségi reformfolyamatban.

## 5. Az itemek elemzése

Az itemek elemzését a következő módon végezzük:

Minden egyes itemet a mátrixban való hovatartozás (tartalmi besorolás és műveleti jelleg) szerint, a feltételezett nehézség szerint és a feldolgozáshoz szükséges idő szerint jellemzünk. Kicsit részletesebben azt is körvonalazzuk, hogy milyen matematikai tevékenységek vezethetnek el a feladat megoldásához. A felmérés mennyiségi mutatóit táblázatos formában közöljük a teljes csoportra, a felvételizők, illetve a nem felvételizők csoportjára bontva. Ezek: az itemen elérhető maximális pontszám, az itemen elért pontátlag, a teljesítettség százaléka, a szórás, és az item két korrelációs együtthatója (az  $r_{it}$  az itemnek a teljes teszttel való korrelációja és az  $r_{in}$  pedig az itemnek a korrelációja a tesztnek ahhoz a részéhez, amely az aktuális itemet nem tartalmazza). Az itemek teljesítettség százaléka azonos azokkal a  $p$  értékekkel, amelyeket a teszt összesített adatainak bemutatása során már megadtunk.

A táblázatban felsorolásszerűen szerepeltetjük azt is, hogy az interkorrelációs mátrix alapján az egyes itemeknek mely más itemekkel van szorosabb korrelációjuk. Ezek az értékek is befolyásolják, hogy mennyire alkalmas a feladat a tényleges középiskolai tudás mérésére.

A feladatmegoldáshoz felhasznált időről is képet kaphatunk, hiszen a tanulók jelentősebb része a megoldásra szánt időt is jelezte.

Az elemzéshez három csoportba foglalt grafikon-együttesek is tartoznak. Az ún. tiagráfok azt mutatják meg, hogy az összteljesítmény alapján képzett, nagyjából azonos létszámú,

meghatározott összteljesítményű részcsoportok hogyan teljesítették az adott itemet. Ezekkel a grafikonokkal az item differenciálóképessége jellemezhető a teljes csoportban, a felvételizők, illetve a nem felvételizők csoportjában.

A teljes tanulói mintát és a felvételizők mintáját egyaránt 7–7 teljesítmény-csoportra osztotta a szoftverünk a csoportlétszámok viszonylagos egyenlőségét figyelembe véve, míg a nem felvételizők mintájából öt részcsoport képződött. Ezeknek a részcsoportoknak az adatait foglalják össze a 10–12. táblázatok.

Teljesítménycsoport	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Létszám	72	71	68	74	75	68	98
Összteljesítmény (%)	11,2	19,6	25,1	33,3	45,8	58,3	79,0

10. táblázat  
A teljes minta teljesítmény-részcsoportjainak adatai

Teljesítménycsoport	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Létszám	52	37	37	34	32	33	32
Összteljesítmény (%)	14,6	26,0	36,8	48,6	59,8	70,8	89

11. táblázat  
A felvételizők teljesítmény-részcsoportjainak adatai

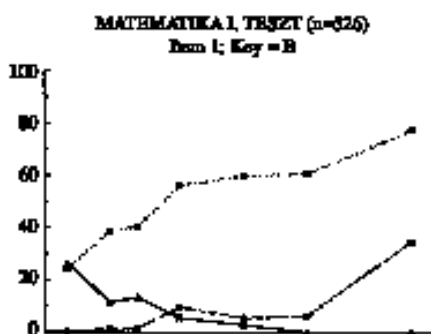
Teljesítménycsoport	1.	2.	3.	4.	5.
Létszám	40	41	40	37	51
Összteljesítmény (%)	10,3	18,0	22,6	28,1	48,6

12. táblázat  
A nem felvételizők teljesítmény-részcsoportjainak adatai

A továbbiakban a tiagráfok értelmezését mutatjuk be.

Kiemeltük az 1. item teljes csoportra vonatkozó ábráját és ezt használjuk szemléltetésül.

Minden tiagráf három vonalgráfból áll. A vízszintes tengely az összteljesítmények alapján képzett részcsoportok teljesítményeit reprezentálja, természetesen növekvő sorrendben.



4. ábra  
A tiagráf

A tömör vonal azt mutatja, hogy az egyes itemeken az összteljesítmény alapján képzett részcsoportokban a tanulók hány százaléka nem tudott pontot szerezni, vagyis hány százaléka nem tudott a feladattal semmit sem kezdeni. Ezek a vonalak értelemszerűen balról jobbra haladva lefelé futnak. A „pont-vonal-pont-vonal” jelzetű grafikon azt mutatja meg, hogy az adott teljesítménycsoportba tartozó tanulók hány százaléka volt képes ma-

ximális pontot elérni. Ez értelemszerűen a jobb összteljesítmények felé (jobbra) haladva növekvő tendenciát mutat. A pontsorból álló harmadik grafikon pedig azt mutatja, hogy az adott ítemet az egyes teljesítménycsoportok hány százalékban teljesítették. Természetesen ez is jobbra növekvő tendenciájú. E három dologból vonhatjuk le a következtetést az ítemek differenciáló erejére vonatkozóan. A túl lapos görbék nem túl jól differenciáló ítemet ábrázolnak, vagyis az ítem megoldottsága vagy nem megoldottsága nem feltétlenül a tényleges tudástól függ a legnagyobb mértékben. A markánsan emelkedő meredekségű szakaszokból álló grafikonokhoz tartozó ítemek pedig jól differenciálnak, azaz a megoldottságuk a tanulók jelentős részénél a tényleges tudásnak megfelelő. Minél nagyobb tudású a tanuló, annál nagyobb eséllyel oldotta meg jó színvonalon a feladatot.

E rövid tanulmány keretében nincs mód arra, hogy az összes ítem részletes elemzését bemutassuk, így csak két ítemet emeltünk ki: az egyik egy kevésbé jól differenciáló, a másik pedig egy jó ítem.

#### 4.2. Ítelemelzések

##### 1. ítem

*1. feladat:* Péter 20 perces nyelvleckéket, Ágnes 48 perces kisfilmeket gyűjt. Egyforma műsoridejű videokazettát kaptak ajándékba, és mind a ketten annak örültek, hogy maximálisan ki tudják használni a kazettát. Hány perces kazettát kaphattak? (8 pont)

A feladat témaköre: számelmélet

Műveleti szint: produktív 1

Érettségi szint: középszint

Becsült nehézség ötfokú skálán: 2

A megoldás becsült időigénye: 5-8 perc

*A tanulói tevékenység jellemzése:*

- szövegértelmezés, a megoldáshoz a legkisebb közös többszörös alkalmazásának felismerése vezet;
- a legkisebb közös többszörös kiszámítása;
- a kapott szám, illetve egész többszöröseinek a szövegre vonatkozó értelmezése;
- szöveges válasz megadása.

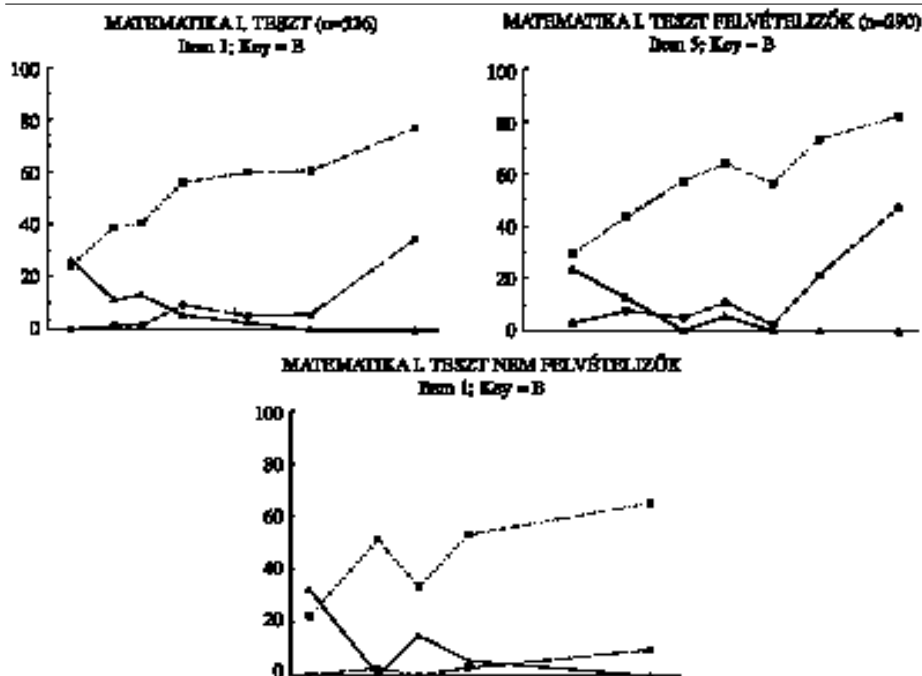
Ítemjellemzők	Teljes csoport	Matematikából nem felvételizők	Matematikából felvételizők
max. pont	8	8	8
pontátlag	4,2	3,69	4,70
teljesítmény (%)	52	46	59
szórás	2,5	2,46	2,49
$r_{it}$	53	41	54
$r_{ir}$	45	26	46

A megoldásra fordított idő átlaga: 4,2 perc.

Szorosabban korreláló ítemek: 2.

A legjellemzőbb tanulói reagálás: a feladat túl könnyű.

*1. ítem – tiagráfok:*



A hipotézisekhez képest alulteljesített az item abban az értelemben, hogy mindkét alcsoportban bizonyos szintig sokan eljutottak a megoldásban, de a teljes elvárást kevesen teljesítették.

*Teljes csoport:*

- minden teljesítménycsoportban elfogadhatóan alacsony a 0 pontot elért tanulók aránya;
- minden teljesítménycsoportban sajnálatosan alacsony a maximális pontot elért tanulók aránya;
- az egyes csoportoknak az itemen elért teljesítménye csoportról csoportra növekvő tendenciát mutat.

*Nem felvételizők (5 teljesítménycsoport):*

- az itemteljesítmények növekedése eléggé hektikus, a 3. teljesítménycsoport tagjai több mint 10%-kal alacsonyabb teljesítmény nyújtottak, mint a 2. teljesítménycsoport tagjai;
- még a két legmagasabb teljesítménycsoportban is igen alacsony a maximális pontot elért tanulók aránya.

*Felvételizők (7 teljesítménycsoport):*

- a csoportról csoportra történő teljesítménynövekedésben törés van, az 5. teljesítménycsoportnak az itemteljesítménye alacsonyabb még a 3. csoport teljesítményénél is.
- még a két legmagasabb teljesítménycsoportban is meglehetősen alacsony a maximális pontot elért aránya.

Az item sok más itemmel korrelál, nem szokványos érettségi feladat.

A tiagráfok lefutása alapján azt mondhatjuk, hogy nem túl jól differenciál a középszintet választó tanulók esetében.

A nehézségre vonatkozó hipotézishez képest az item alulteljesített abban az értelemben, hogy mindkét alcsoportban nagyon kevesen oldották meg teljes egészében a feladatot, noha sokan tudtak ténylegesen érdemben foglalkozni vele.

Nagy a különbség a tesztet összeállító és értékelő pedagógusok, valamint a tanulók szemléletmódja között a tekintetben, hogy mikor teljes egy feladat, mikor nevezhető egy megoldás késznek.

A pontvesztések jelentős része valószínűsíthetően abból adódik, hogy sokkal kevesebb tanulónak tényleges igénye a teljes válasz elemzése, mint amennyien ténylegesen ezt meg tudnák tenni.

Az item szövegezésében konkrétabb utalást kellene tenni a matematikailag lehetséges összes megoldás megkeresésére és arra, hogy mi felel meg a gyakorlati életnek. A feltételes módban fogalmazott kérdés („Hány perces kazettát kaphattak?”) a tanulók számára nem jelenti azt egyértelműen, hogy az összes megoldást keressék meg. Sokkal inkább arra gondolnak, hogy ha egyet megtaláltak, akkor már nem is kell többet keresniük, hiszen ez is megoldás lehet. A matematikai feladat nyelvi megfogalmazása ellentmondásban van a szavak által közvetített hétköznapi jelentéssel.

Az is felvetődhet, hogy a gyakorlatorientált kérdések esetében engedni lehet a matematikai szigorúságból, a tanulók által túlzó precízkedésnek érzett igényből.

Az item paramétereit alapján azt mondhatjuk, hogy a feladatot a fentiekben elmondottak szerint érdemes átfogalmazni, majd újra bemérni, parametrizálni.

#### 5. item

4. feladat: Az alábbi kérdések az  $A(3, 2)$ ,  $B(-4, -5)$  és  $C(-7, 8)$  pontok által meghatározott  $ABC$  háromszögre vonatkoznak. A válaszokat számítással indokolja!

a) Egyenlő szárú-e a háromszög? (3 pont)

A feladat témaköre: koordináta geometria, egyenlő szárú háromszög

Műveleti szint: produktív 1

Érettségi szint: középszint

Becsült nehézség ötfokú skálán: 4

A megoldás becsült időigénye: 8–10 perc

#### A tanulói tevékenység jellemzése:

– csúcspontjaival megadott háromszög oldalainak meghatározása, a kapott eredmények összehasonlítása;

– szöveges válasz.

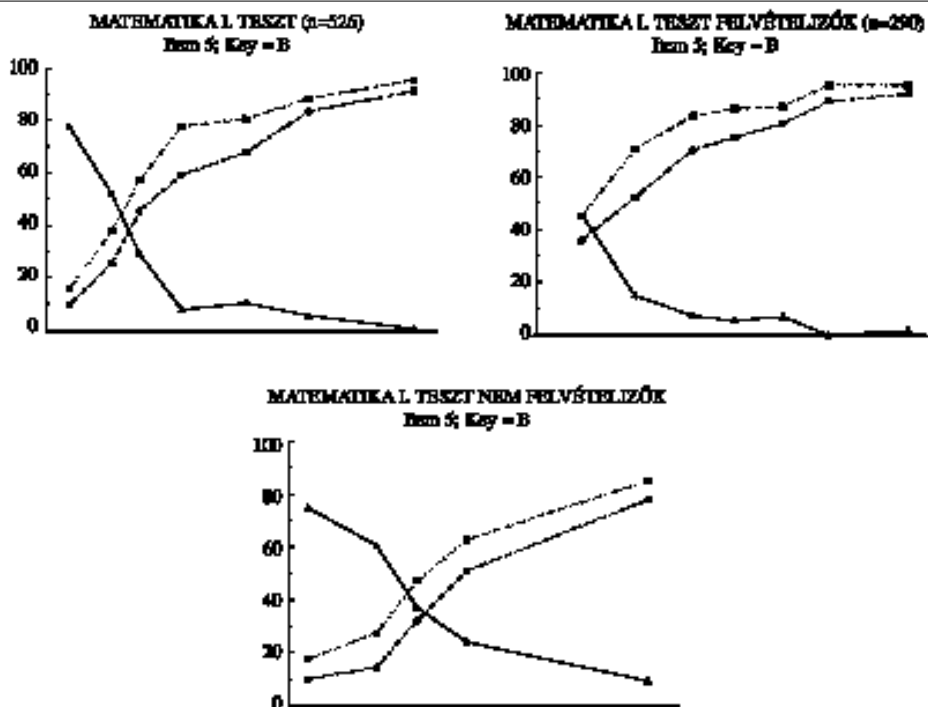
Itemjellemzők	Teljes csoport	Matematikából nem felvételizők	Matematikából felvételizők
max. pont	3	3	3
pontátlag	2,00	1,50	2,44
teljesítmény (%)	67	50	81
szórás	1,28	1,36	1,02
$r_{it}$	57	54	44
$r_{ir}$	53	48	40

A megoldásra fordított idő átlaga: 8,17 perc.

Szorosabban korreláló itemek: 6, 7, 8, 9, 16.

Legjellemzőbb tanulói reagálások: a nem felvételizők túl nehéznek találták (25% jelezte); fő indok a sok számolás. Ugyanakkor mindkét csoportban a tanulók 10%-a tetszését is kifejezte.

#### 5. item – tiagráfok:



Az elsősorban középszintűnek ítélt item mindkét csoportban jól differenciál, amint azt a tiagráfok megfelelő meredeksége mutatja.

Az item a teljesítettségét és a nehézséget tekintve is megfelelően viselkedik mindkét csoportban:

- a nem felvételizőknél (középszint) közepes nehézségű az item;
- a felvételizőknél (emelt szint) könnyűnek számít az item;
- a korrelációs együtthatók közepes értékűek, az item megfelelő az aktuális tudás (koordinátageometria) mérésére. Az item jól korrelál a többi koordinátageometriai jellegű itemekkel.

Az item mind a közép-, mind az emelt szinten alkalmazható érettségi feladatként.

## 6. Rövid összegzés

A feladatbank kialakításával kapcsolatos kutató-fejlesztő munka több szempontból is igen tanulságos volt.

1. A fejlesztő csoportban való munka, a sok különböző nézőpont felszínre kerülése, a különböző szemléletmódok egymáshoz közelítése, az érvelések meghallgatása az érettségi és az érettségiző korosztály számos problémáját tárta fel. A megvitatásra érdemes, megválaszolandó kérdéseket részben már a szakmai fórumokon jeleztük, részben pedig tovább kell foglalkozni velük. A kétszintűség problémája, az emelt és középszint viszonya – és egyáltalán az érettségi modell kialakítása – sok próbamérést és szakmai vitát tesz még szükségessé.

2. A kétszintűség a matematika tantárgyban erőteljesen megmutatkozik. A feladatok bemérése alapján azt mondhatjuk, hogy teljesen különböző vizsga felel meg a középszintnek és az emelt szintnek.

3. Munkánk azt is megmutatta, hogy a feladatbank-építés idő- és pénzigényes tevékenység. Az itemanalízisnek csak egyik lehetséges segédeszköze a holland szoftver, a tiamix és a tiagráfokat készítő szoftver. Meggondolandó, hogy hazai fejlesztésű feladatbankot kezelő szoftver kialakítására mekkora szellemi és pénzügyi források állnak rendelkezésre, illetve az, hogy milyen más eszközökkel végezhetjük a beméréseket.

4. A tanulók sokkal kevésbé felkészültek, mint azt a fejlesztő csoport munkatársai feltételezték; azt is mondhatjuk, hogy az itemek általában nehezebbek voltak, mint amilyenek megítéltük azokat. Ez igen szükséges visszajelzés volt az érettségiről, hiszen sok éve már, hogy nincs igazi országos kép arról, hogy milyen színvonalú is a magyar középiskolások iskolai matematikai érettségije.

5. Az érettségi javítási útmutatójának kialakítása sokkal bonyolultabb folyamat, mint azt a munka elején képzeltük. Meg kell vizsgálni, hogy mennyire egyértelműen használható az útmutató, s a különböző értékelők esetében mekkora eltérések lehetnek. Kétségek merülnek fel még abban az esetben is, amikor a megoldásokat a lehető legaprólékosabban felbontjuk pontozható elemekre. A nyílt végű feladatmegoldás során mindig vannak olyan megoldások, amelyek eltérnek az útmutatóbelitől.

Kísérletet kell tenni a több értékelővel történő mérésre, és meg kell figyelni a pontozási eltérések mértékét, minőségét és miertjeit.

6. A megoldások pontosságát illető tanári kíváncsiság sokkal magasabb szintű, mint amilyenre a tanulók törekednek. A tanulók a matematikai precizségtől és ily módon a logikai teljességtől is eltekintenek, ha rátalálnak egy-egy nyilvánvalónak ítélt megoldásra.

7. A feladatok közül a gyakorlati életben hasznosíthatóak elnyerték a tanulók tetszését, még akkor is, ha nem tudták azokat jól megoldani, és több ilyenrel szeretnének találkozni.

8. Az érettségi tartalmi és formai megújítását meg kell előznie a pedagógusok kellő tájékoztatása, illetve olyan példatárak megjelenése, amelyek jól tükrözik az új szemléletet és segítséget jelentenek a felkészítésben.

## Jegyzet

(1) *A Közoktatási törvény. (Az 1993. évi LXXIX. törvény a közoktatásról az 1995. évi LXXXV. törvénnyel, az 1995. évi CXXI. törvénnyel és az 1996. évi LXII. törvénnyel egységes szerkezetbe foglalt szöveg.)* Okker Oktatási Iroda, Bp. 1996.

(2) *A kormány 100/1997. (VI. 13.) Korm. rendelete az érettségi vizsga vizsgaszabályzatának kiadásáról. = Útmutató az 1998–2003 évekre. Az érettségi vizsga, az érettségi-képesítő vizsga, a szakképesítő vizsga lebonyolításához. Művelődési és Közoktatási Minisztérium, Bp. 1998, 237 p.*

(3) Uo.

(4) *Az érettségi vizsga részletes követelményei. Tervezet. Matematika.* Szerkesztette: LUKÁCS JUDIT. OKI, Értékelési és Érettségi Vizsgaközpont, Bp. 1998, 57 p.

(5) LUKÁCS JUDIT: *Matematika. = Középiskolai tantárgyi feladatbankok I. Biológia – Matematika – Angol nyelv.* OKI, Bp. 1997, 103–160. p.

(6) *Összefoglaló feladatgyűjtemény Matematikából. 10. kiadás (szerk.: Gimes Györgyné).* Tankönyvkiadó. Budapest, 1992. 478 p.

(7) *Kutatási beszámoló.* Feladatbank 1997–1998. OKI-ÉK. Budapest, 1999. (Kézirat)

(8) LUKÁCS JUDIT: *Matematika*, i. m.

(9) VÁRI PÉTER: *A MONITOR '86 vizsgálat ismertetése.* Pedagógiai Szemle, 1989. 12. sz., 1123–1130. old.; HAJDU SÁNDOR: *A középfokú oktatásba lépő fiatalok matematikai műveltségének sajátosságai.* Pedagógiai Szemle, 1989. 12. sz., 1142–1153. old.; TOMPA KLÁRA: *MONITOR '93 – Matematika.* Új Pedagógiai Szemle, 1994. 7–8. sz., 109–121. old.; uő.: *Matematika. = Jelentés a magyar közoktatásról.* Szerkesztette: HALÁSZ G.–LANNERT J. OKI, Bp. 1995; uő.: *Közélpép a tanulók matematikatudásáról. = MONITOR '95. A tanulók tudásának felmérése* Szerkesztette: VÁRI PÉTER. OKI, Bp. 1997, 203–292. old.; VÁRI P.–ANDOR CS.–BÁNYI I.–BÉRCES J.–KROLOPP J.–RÓZSA CS.: *Jelentés a Monitor '97 felméréséről.* Új Pedagógiai Szemle, 1998. 1. sz., 82–101. old.